Список використаних джерел

1. Oliva F., Petitta F. Singular elliptic PDEs: an extensive overview. Partial Differential Equations and Applications. 2025. Vol. 6. Article 6. DOI: 10.1007/s42985-024-00308-9.

2. Опойцев В. И., Хуродзе Т. А. Нелинейные операторы в пространствах с конусом. Тбилиси : Изд-во Тбилис. ун-та, 1984. 246 с.

3. Пархоменко В. Г., Сидоров М. В. Аналіз методом двобічних наближень додатних аксіально-симетричних розв'язків першої крайової задачі для рівняння Гельмгольца з монотонною степеневою нелінійністю. Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Фізико-математичні науки. 2025. № 28. С. 81–92. DOI: 10.32626/2308-5878.2025-28.81-92.

4. Пархоменко В. Г. Аналіз методом двобічних наближень додатних аксіально-симетричних розв'язків першої крайової задачі для рівняння Гельмгольца з сингулярною степеневою нелінійністю. Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Фізико-математичні науки. 2026. № 29. С. 100–112. DOI: 10.32626/2308-5878.2026-29.100-112.

УДК 624.014

РОЗРАХУНКОВА ОЦІНКА НАДІЙНОСТІ АРКОВИХ КАРКАСІВ СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКИХ СПОРУД

Сергій Богданов

Миколаївський національний аграрний університет. м. Миколаїв, Україна

Анотація: У статті розглянуто підходи до оцінювання міцності, стійкості та надійності елементів металевих аркових каркасів змінного перерізу. Запропоновано методичний підхід до розрахунку таких конструкцій під час їх оптимального проектування, за якого необхідний рівень надійності забезпечується в характерних перерізах, а матеріаломісткість каркаса прагне до мінімально можливого значення. Застосування полегшених аркових конструкцій із наперед заданим рівнем надійності дає змогу раціональніше використовувати метал, зменшувати масу та вартість каркаса. Це обґрунтовує доцільність подальшого використання конструкцій такого типу в будівлях та сільськогосподарських спорудах.

Актуальність дослідження. Одним із важливих напрямів сучасного розвитку будівельної галузі України є зменшення матеріальних і трудових витрат під час виготовлення та монтажу збірно-розбірних легких металевих конструкцій. Водночас зниження вартості не повинно супроводжуватися погіршенням експлуатаційних характеристик, насамперед довговічності, міцності та надійності. Для обґрунтованого призначення розрахункових параметрів конструкцій і навантажень доцільно використовувати положення теорії надійності та ймовірнісні методи оцінювання. Особливого значення набуває ймовірнісний підхід до розрахунку аркових каркасів змінного перерізу, за якого несучу здатність можна оцінювати через імовірність відмови конструкції.

Аналіз сучасних досліджень і публікацій. Результати натурних випробувань сталевого каркаса з гнучкою стінкою та поясами з холодногнутих профілів наведено в роботі «Натурні випробування сталевої рами прогином 30 м» [1]. У зазначеному дослідженні розглянуто підходи до визначення міцності та стійкості елементів сталевих каркасів.

У ДБН В.2.6-163:2010 «Конструкції будинків і споруд» [2] регламентовано розрахунок, зокрема, розрізних балок із гнучкою стінкою та плоскими листовими поясами. Теоретичні положення, покладені в основу відповідних методик, розглянуто у працях Б. М. Броуде, А. А. Евстратова, В. В. Бірюлева та інших дослідників. Ці підходи використано під час розроблення сталевого каркаса та попереднього оцінювання його несучої здатності. Разом із тим конструктивна специфіка досліджуваного каркаса зумовлює необхідність спиратися також на результати натурних випробувань рами прогоном 30 м, сформованої з універсальних елементів довжиною 3 м.

Випробування сталевого каркаса з гнучкою стінкою і поясами з холодногнутих профілів, які до цього часу проводились і є відомими, показали, що основні зусилля стиснення N і вигин M, сприймаються поясами елементів з пов'язаною з ними частиною стінки перетину. Робота гнучкої

стінки характеризується практичною відсутністю стадії докритичного опору. В реальних конструкціях при товщині стінки $t_m \le 4$ мм глибина вигинів порівнянна з товщиною і досягає $4t_m$, внаслідок чого деформація стінки від початку навантаження виникає не за площинною схемою, а за рахунок перерозподілу вигинів, зміни їх значень та напрямків.

Процес перерозподілу обумовлений як характером вихідних вигинів, так і змінною гнучкості стінки, що призводить до невизначеного його розвитку і такого стану, коли під дією переважаючого зусилля характер деформацій відповідає стиску або зсуву. Новизна цієї роботи в тому, що ми пропонуємо запровадження методів теорії ймовірності до дослідження основних зусиль стиснення та вигину каркасів арок змінного перерізу на відміну від динамічних методів, які використовувалися раніше, як загальноприйняті, при розрахунку сталевого каркаса з гнучкою стінкою і поясами з холодногнутих профілів.

В роботі нами допущено що на елементи конструкції каркаса діє навантаження, яке є випадковою функцією часу, імовірнісні характеристики цієї функції відомі. Потрібно визначити розміри поперечного перерізу конструкції, виходячи із заданої надійності. А також необхідно розрахувати значення коефіцієнта запасу міцності k при постійних перерізах поясів, значення коефіцієнта K який необхідний для визначення розмірів поперечного перерізу сталевого каркаса і видати рекомендації для визначення надійності сталевої конструкції у цілому. Під мірою надійності H будемо розуміти ймовірність того, що жодного разу за термін служби T максимальна напруга S не перевищить несучої здатності сталевої конструкції R.

На ділянках каркаса, де має місце досить велика поперечна сила Q, незалежно від величин N і M, деформування стінки відбувається під впливом зсуву з утворенням пружних діагональних складок. Такий тип зміщеної деформації викликає у стінки додаткові нормальні напруження розтягу [4]:

$$\sigma_\alpha = 2Q / t_\omega h_\omega \sin 2\alpha , \qquad (1)$$

де: α - кут нахилу діагональної складки до площини, яка сприймає поперечне навантаження. У цих умовах визначення докритичної складової поперечної сили, яка обумовлена співвідношенням, $t \le t_{cr}$, а також визначення критичних t_{cr} і Q_{cr} не має сенсу.

Найбільш напруженою, що підтверджують вимірювання при випробуванні, є частина стінки, яка примикає до поясів. Вона отримує вплив трьох складових мембранних напружень, σ_N, σ_M, σ_Q і дотичного τ. Міцність цих ділянок пропонується перевіряти на рівні примикання поясів умовою:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2{}_{N+M} + \sigma_Q^2 - \sigma_{N+M} + 3\tau^2} \le R_{yn} . \qquad (2)$$

При визначенні σ_N і σ_M у геометричних характеристиках кожного перерізу повинні бути враховані своя скорочена висота стінки відповідно до рекомендацій [2], а при визначенні σ_Q і τ - повна висота стінки.

Рівняння $\sigma = R_{yn}$ пропонуємо розглядати як граничний стан відповідного перерізу елемента каркаса. Менше з навантажень, за яких досягається ця умова в одному з перерізів, пропонуємо вважати граничним за міцністю навантаженням для каркаса у цілому. Одночасно повинна бути перевірена міцність поясів як самостійних елементів. Пояси працюють як стислі або розтягнуті стрижні під дією поздовжньої сили:

$$N_f = 0.5N \pm M / (h_0 - v_f) \quad , \qquad (3)$$

та місцевого згинального моменту:

$$M_f = N_f v_f , \qquad (4)$$

який виникає внаслідок прогину (зближення) поясів при спученні стінки. Величину v_f пропонуємо визначати як зміщення опори балки прогином, який дорівнює висоті перерізу h у середині перерізу, вісь якого вигнута по синусоїді (перетин через дві складки зсуву) з амплітудою $4t_\omega$.

Розрахункова довжина пояса в площині стінки

$$l_{ef} = 0.7 l_x ,$$

де l_x довжина перерізу, відстань між елементами жорсткості, які створюють опори поясам. При перевірці поясів на зріз слід враховувати приріст Q_f за рахунок проекції зусилля N_f в напрямку Q_f.

Перевірку стійкості стиснутого пояса в обох площинах виконуємо з урахуванням деформованої схеми за граничною умовою взаємодії:

$$[N / N_u + M / M_u (1 - N / N_{cr})] \le 1 , \qquad (5)$$

де $N = N_f$ і $M = M_f$ - найбільші розрахункові зусилля у поясі перерізу елемента каркаса, який перевіряється $N_u = R_{ynf} A_f$, $M_u = R_{ynf} W_{fpt}$,

де A_f - площа стиснутого пояса з частиною стінки, яка дорівнює $0,5 h_{\omega red}$; W_{fpt} - пластичний момент інерції цієї площини; $N_{cr} = N_{fcr}$ – найменша для перерізу пояса критична ейлерова сила центрального стиснення.

Розглянемо елементи сталевої конструкції, максимальна напруга S в яких лінійно залежить від навантаження q

$$S = Kq ,$$

де коефіцієнт K, пов'язаний простими залежностями з розмірами поперечних перерізів елемента сталевої конструкції.

Припустимо, що характер дії навантаження $q(t)$, яка є випадковою функцію, такий, що силами інерції при визначенні напружень можна знехтувати. Підставивши в рівняння:

$$H = P_0 = \exp[-\int_0^T \int_0^\infty S f(R, S/t) dS dt] , \qquad (6)$$

рівняння $S = Kq$, отримаємо вираз для визначення коефіцієнта K.

Знаючи значення цього коефіцієнта, можна визначити необхідні геометричні параметри поперечного перерізу каркаса.

Якщо $S(t)$ – нормальний стаціонарний процес, то для $V(R/T)$ маємо:

$$V(R/T) = \frac{T\sigma_S}{2\pi\sqrt{\sigma_S{}^2 + \sigma_R^2}} \exp[-\frac{(m_R - m_S)^2}{2(\sigma_S^2 + \sigma_R^2)}] . \qquad (7)$$

Отже, залежність для оцінювання надійності матиме вигляд:

$$H = \exp\left\{ \frac{T\sigma_S}{2\pi\sqrt{\sigma_S{}^2 + \sigma_R^2}} \exp\left[-\frac{(m_R - m_S)^2}{2(\sigma_S^2 + \sigma_R^2)} \right] \right\} , \qquad (8)$$

де: σ_S^2 – дисперсія напружень у каркасі змінного перерізу; σ_R^2 – дисперсія несучої здатності сталевої конструкції; m_S - математичне очікування напруг; m_R – математичне очікування несучої здатності сталевої конструкції; T – термін служби сталевої конструкції.

Для значної кількості реальних фізичних процесів кореляційну функцію навантаження можна наближено подати у формі:

$$K_q(\tau) = \sigma^2{}_q e^{-\alpha|\tau|} (\cos\beta\tau + \tfrac{\alpha}{\beta} \sin\beta|\tau|) . \qquad (9)$$

константи α і β підбираються так, щоб експериментальна крива $K_q(\tau)$ збігалася з теоретичною кривою, побудованою за формулою (9). Для цього випадку маємо:

$$\sigma_S{}^2 = K_S(0) = -\frac{d^2}{d\tau^2} K_S(t)\,|_\tau = \sigma_S^2(\alpha^2+\beta^2)\,. \qquad (10)$$

З урахуванням наведеної залежності вираз для надійності записується у вигляді:

$$H = \exp\left\{-\frac{T\sqrt{\alpha^2+\beta^2}K\sigma_q}{2\pi\sqrt{K^2\sigma_q{}^2+\sigma_R^2}}\exp\left[-\frac{(m_R-Km_q)^2}{2(K^2\sigma_q{}^2+\sigma_R^2}\right]\right\}, \qquad (11)$$

з якого можна визначити шуканий коефіцієнт K, необхідний для визначення розмірів поперечного перерізу сталевого каркаса.

У загальному випадку рівняння (11) доцільно розв'язувати графічним способом, попередньо подавши його у такій формі:

$$-\frac{(m_R-Km_q)^2}{2(K^2\sigma_q{}^2+\sigma_R^2} = -\ln\frac{2\pi\sqrt{K^2\sigma_q{}^2+\sigma_R^2}}{T\sqrt{\alpha^2+\beta^2}K\sigma_q}\,. \qquad (12)$$

Для випадку $\sigma_R = 0$, для викидів, за які заборонені рівнянням (10) вдається вирішити значення K:

$$K = \frac{m_R}{m_q+\sigma_q\sqrt{2A}}\,,$$

де $A = -\ln\dfrac{2\pi(-\ln H)}{T\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}$. (13)

У тому випадку, коли рівень викидів які заборонені, є випадковим за законом розподілу Релея, то тоді для $V(R/T)$ маємо:

$$V(R/T) = \frac{T}{2\pi}\frac{\sigma_x\alpha}{\sigma^2{}_x+\alpha^2}\,, \qquad (14)$$

Використовуючи рівняння (6), на цій основі визначаємо надійність сталевої конструкції:

$$H = \exp\left\{-\frac{T}{2\pi}\frac{\sigma_S\alpha}{\sigma_S{}^2+\alpha^2}\right\},\ \text{підставимо: } \sigma_S = K\sigma_q;\ \sigma_S = K\sigma_q\sqrt{\alpha^2+\beta^2}\,, \qquad (15)$$

Після відповідної підстановки одержуємо:

$$H = \exp\left\{-\frac{TK\sigma_q\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}{2\pi\left(K^2\sigma_q^2+\alpha^2\right)}\right\} \qquad (16)$$

Розв'язуючи відносно K, отримаємо:

$$K^2 - \frac{\alpha\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}{2\pi\sigma_q\left(-\ln H\right)}K + \frac{\alpha^2}{\sigma_q^2} = 0. \qquad (17)$$

Позначивши: $\dfrac{T\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}{2\pi\left(-\ln H\right)} = B,$ отримаємо остаточно значення коефіцієнта K:

$$K_{1,2} = \frac{\alpha}{\sigma_q}\left(\frac{B}{2}\pm\sqrt{\frac{B^2}{4}-1}\right)\,. \qquad (18)$$

Згідно з розробленими рекомендаціями, в умовах (5) слід приймати: N і M − розрахункові зусилля у кожному перерізі елемента який перевіряється; N_{cr} −ейлерова сила центрального стиснення для елементів постійної довжини і перерізу, найменшого у даному елементі, з урахуванням геометричних характеристик перерізу в площині вигину від M; N_u − гранична сила центрального стиснення для такого стрижня; M_u − граничний згинальний момент для балки стандартної довжини та постійного перерізу, найбільшого за площею у елемента який перевіряється. Коефіцієнти

зазначеної довжини є статичними величинами, визначеними чисельно і емпірично як залежності від кута звуження елементів, площини його вигину, типу зусиль і виду втрати стійкості −пружно або пружно-пластичного.

Так, для елемента змінного перерізу відносно головної осі її перетину коефіцієнт визначаємо

$$g_{pi} = 1/(1.85\vartheta_d + 1),$$

де $\vartheta_d = arctg[(h_{\max} - h_{\min})/2L](180/\pi)$.

За умови виконання рівняння забезпечується просторова стійкість $N_u = N_{cr\min}$ і $M_u = M_{cr}$. Однак у більшості каркасів будівель просторові втрати стійкості обмежені конструктивно, тобто $l \le l_{cr}$ У цьому випадку:

$$N_u = R_{yf} A_{red}, \qquad (19)$$

$$M_u 2l_{red}(R_{yn} - N/A_{red})/h. \qquad (20)$$

Відповідно до [4] отримуємо:

$$l_{cr} = (60 - 40m)i_{\min}\nu(235/R_{yf}) \text{ при } -1 < m < 0,5 \text{ та } l_{cr} = 40i_{\min}\nu(235/R_{yf}) \text{ при } m > 0.5, \quad (21)$$

де $m = M_{\min}/M_{\max}$ на закріпленому перерізі; $i_{\min}$ − радіус інерції щодо осі найменшої жорсткості перерізу, який має найбільш повну площину.

Висновки: Встановлено, що для створення економічного каркаса необхідно прагнути до рівноміцності його перерізів. Якщо задатися ймовірнісним значенням коефіцієнта запасу міцності k і виразити l_{red} через h_ω (при постійних перерізах поясів), то можливо визначити за формулою (21) необхідну висоту h_ω у перерізах з $Q = 0$ при $M_u = kM$. При $Q_u = kQ$ і $\sigma_\alpha = R_{yn}$ (1) може бути визначена h_ω в перерізах з $M = 0$. Проміжні перерізи, як показали розрахунки, автоматично не забезпечують той же запас міцності і можуть взагалі не задовольняти умовам граничного стану. Тому вони повинні перевірятися за формулами (2) і (5), висота перерізу повинна коректуватися тільки в бік збільшення. Залежно від відповідності будь-якої ділянки або перерізу для граничного стану каркаса у цілому може прийматися своя величина k з метою забезпечення необхідного рівня надійності конструкції. Остаточне коригування розмірів повинно визначатися конструктивними вимогами, що висуваються до каркасу будівлі (нахил покриття, методи кріплення огороджувальних конструкцій тощо), що призводить до відступу від умови рівноміцності і тим більше − до рівнограничності всіх перерізів, але забезпечує найбільш раціональне до них наближення.

Список використаних джерел:

1. ДБН В.2.6-163:2010. Конструкції будинків і споруд. Сталеві конструкції. Норми проектування, виготовлення і монтажу [Текст] : на заміну СНиП II-23-81* окрім розділів 15* – 19, СНиП III-18-75 окрім розділів 3 – 8, СНиП 3.03.01-87 у частині, що стосується сталевих конструкцій окрім пп. 4.78 – 4.134 : чинний з 2011–09-01 – К. : Мінрегіонбуд України, 2011 – 202 с..

2. Rudnev V.O. Racionalnoj forme sploshnoj uprugoj arki v svjazi s sovremennymi metodami vozvedenija. Warszaw, 1990.

3. Числовий метод визначення напружено-деформованого стану і критичних навантажень втрати стійкості арок / В. С. Шебанін, І. І. Хилько, С. І. Богданов, В. Г. Богза // MOTROL. Commission of Motorization and Energetics in Agriculture Polish Academy of Sciences University of Engineering and Economics in Rzeszow, Lublin-Rzeszow, 2013. Vol. 15, No. 2P. 129-132, URL: http://dspace.mnau.edu.ua/jspui/handle/123456789/927 (дата звернення 14.11.18)

4. Полегшені арки криволінійного контура / В. С. Шебанін, І. І. Хилько, С. І. Богданов, В. Г. Богза // MOTROL. Commission of Motorization and Energetics in Agriculture an International Journal on Operation of Farm and Agri-Food Industry Machinery Polish Academy of Sciences University of Engineering and Economics in Rzeszow. - Lublin-Rzeszow, 2014. Vol. 16, No. 2 – P. 5-8, URL: http://dspace.mnau.edu.ua/jspui/handle/123456789/1916 (дата звернення 14.11.18)