заповнюється, дробарка блокується і її завантаження падає; якщо ж подача мала, вона працює в зоні недовантаження з підвищеними питомими витратами (рис. 2).

Оптимізація режиму лінії. Питомі енерговитрати лінії та задачу оптимізації формалізують таким чином:

$$W_{лін} = \Sigma P_j t_j / M_n, \quad W_{лін} \rightarrow min \ \ за \ \ M_n \in [M_{min}, M_{max}], \ \ Q_{лін} \geq Q_{min}, \qquad (6)$$

де P_j і t_j – потужність і час роботи j-го апарата за зміну, $M_п$ – маса виробленого продукту; обмеження за модулем помелу відображають вимоги до гранулометричного складу, а $Q_{лін}$ – до пропускної здатності. Змінними є подача, частота обертання ротора, кількість елементів на роторі, місткість буфера та послідовність виконання партій. Результат перевіряють на чутливість до коливань вологості та складу сировини й порівнюють із даними роботи реальної лінії за зміну. Для малого підприємства важливий економічний ефект: зменшення $W_{лін}$ знижує собівартість корму, а збільшення ресурсу робочих органів – витрати на їх заміну.

Сформовано цикл із трьох завдань: (1) розрахувати баланс мас і енергії, модуль помелу й питомі енерговитрати для заданого режиму дробарки; (2) побудувати спрощену імітаційну модель лінії та знайти вузьке місце; (3) обґрунтувати режим і розмір буфера за мінімумом $W_{лін}$ з обмеженнями.

Висновки. 1) Дворівнева модель – апарат і лінія – дозволяє узгодити режим подрібнення з організацією всієї технологічної лінії малого комбікормового підприємства. 2) За розрахунковою моделлю режим дробарки доцільно підтримувати у проміжній зоні подачі, де продуктивність найвища, а питомі енерговитрати найнижчі; це положення потребує експериментальної перевірки. 3) Імітаційний рівень виявляє вузькі місця та дозволяє обґрунтувати місткість буфера до придбання обладнання. 4) Запропонований цикл завдань придатний для практичних занять і курсового проєктування.

Список використаних джерел

1. Elbendari A. M., Ibrahim S. S. Optimizing key parameters for grinding energy efficiency and modeling of particle size distribution in a stirred ball mill. Scientific Reports. 2025. Vol. 15. Art. 3374.

2. Martelli S., Di Nunzio P. E. Powder ball milling: An energy balance approach to particle size reduction. arXiv. 2024. arXiv:2409.20202.

3. Castillo Alvarez Y., Jiménez Borges R., Monteagudo Yanes J. P. et al. Mathematical model to improve energy efficiency in hammer mills in feed industry. Processes. 2025. Vol. 13, no. 5. Art. 1523.

4. Kalandarov P., Khayitov A., Sharifov H., Murodova G. Study on the effect of grain moisture on grinding efficiency. E3S Web of Conferences. 2024. Vol. 497. Art. 03025.

5. Доценко Н. А., Горбенко О. А., Садовий О. С., Баранова О. В. Проєктування енергоефективного обладнання для подрібнення фуражного зерна для комбікормового виробництва з оптимізацією конструкційних і технологічних параметрів. Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин. 2026. Вип. 56. С. 243–255.

6. Bond F. C. The third theory of comminution. Transactions of AIME. 1952. Vol. 193. P. 484–494.

7. Rosin P., Rammler E. The laws governing the fineness of powdered coal. Journal of the Institute of Fuel. 1933. Vol. 7. P. 29–36.

8. Law A. M. Simulation Modeling and Analysis. 5th ed. New York : McGraw-Hill Education, 2015.

УДК: 631.363:519.876.5

СИСТЕМНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРИ КОНСТРУЮВАННІ ЕНЕРГОЕФЕКТИВНИХ ЗЕРНОДРОБАРОК: СТРУКТУРНО-ФУНКЦІОНАЛЬНА МОДЕЛЬ РОБОЧОЇ КАМЕРИ ТА БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНИЙ ВИБІР ПАРАМЕТРІВ

Наталія Доценко

Миколаївський національний аграрний університет, м. Миколаїв, Україна

Конструктивні рішення обладнання для подрібнення фуражного зерна мають забезпечувати високу якість подрібнення за мінімальних витрат електроенергії; водночас існуючі молоткові

дробарки часто мають значну питому енергоємність, інтенсивно зношуються і дають недостатньо однорідний гранулометричний склад [1]. Експериментальний пошук раціональних параметрів перебором потребує великої кількості дослідів і дає результати для однієї сировини. Тому на етапі конструювання застосовують моделі, що дозволяють відсіяти слабкі варіанти до виготовлення зразка.

Аналіз публікацій. Математичні моделі енергетичного балансу молоткових дробарок дозволяють прогнозувати енерговитрати й розподіл частинок за розмірами [2]; оптимізація ключових режимних параметрів дробарки для зерна кукурудзи підвищує продуктивність і зменшує енергоємність [3]; вологість зерна змінює енерговитрати подрібнення та механізм руйнування [4]. Разом із тим бракує робіт, що поєднують конструктивну схему камери, параметричну модель і планування експерименту в єдину методику конструювання.

Структурно-функціональна модель камери. Розглядається вдосконалена зернодробарка з ротором, подрібнювальними елементами зі скошеною кромкою, двома деками, решетом, вібраторами та амортизаторами (рис. 1, розріз ротора) [1]. Робочу камеру поділено на чотири функціональні сектори: завантаження (I), першої деки (II), решета (III) та другої деки (IV). У секторі I зерно отримує первинний ударний імпульс від ротора; у секторі II відбувається інтенсивна взаємодія активного органа (ротора) з пасивним (декою), що поєднує удар зі стиранням; у секторі III частинки заданої крупності проходять через решето, а великі повертаються на повторне подрібнення; у секторі IV матеріал доподрібнюється. Вібратори на деках зменшують налипання, а амортизатори відокремлюють динамічні навантаження від рами. Такий опис задає перелік елементів і зв’язків для подальших розрахункових схем.

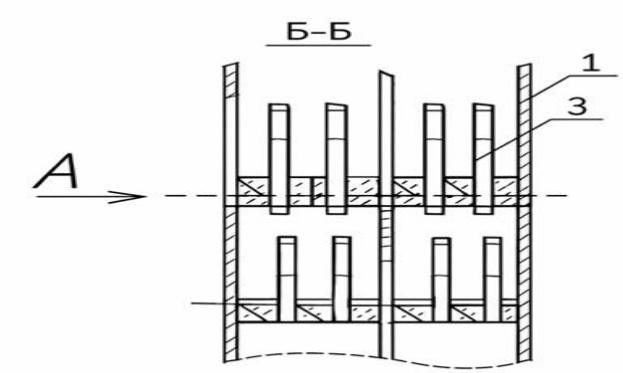


Рис. 1. Ротор із подрібнювальними елементами, розріз Ь–Ь (за [1])

Параметрична модель. Як основні чинники прийнято частоту обертання ротора n, кількість подрібнювальних елементів z і подачу матеріалу q; вихідними характеристиками є продуктивність за готовою фракцією Q та питомі витрати електроенергії W. Кінетична енергія кромки елемента та її колова швидкість визначаються як

$$E_к = m\,v^2/2,\ v = \pi\,D\,n/60, \qquad (1)$$

де m – маса елемента, D – діаметр ротора за кромками. Для ілюстрації при D = 0,4 м і n = 2850 хв$^{-1}$ швидкість v ≈ 60 м/с, а для елемента масою 0,15 кг $E_к$ ≈ 270 Дж. Питомі енерговитрати зв’язують зі споживаною потужністю P:

$$W = P/Q, \qquad (2)$$

де W – у кВт·год/т, P – у кВт, Q – у т/год. Фізичну логіку залежностей Q і W за кожним чинником можна пояснити якісно. Зі збільшенням n зростає енергія удару, але надмірна частота веде до перемелювання, зростання аеродинамічного опору та динамічних навантажень. Збільшення z підвищує густину ударної дії, проте за великих значень відбувається взаємне екранування елементів, зростає маса ротора й ризик заклинювання. Подача q спочатку пропорційно збільшує Q, а після насичення сектора решета ефективність удару знижується через «подушку» нерухомого матеріалу; питомі витрати W мають мінімум у середній зоні подачі [1]. Тому залежності мають екстремальний характер.

Планування експерименту та поверхня відгуку. Для опису екстремальних залежностей застосовують поліном другого порядку в кодованих змінних [5]:

$$x_i = (X_i - X_{i0}) / \Delta X_i, \quad y = b_0 + \Sigma\, b_i x_i + \Sigma\, b_{ij} x_i x_j + \Sigma\, b_{ii} x_i^2, \qquad (3)$$

де X_{i0} – основний рівень, ΔX_i – інтервал варіювання чинника, b – коефіцієнти регресії. Для трьох факторів використовують план Бокса–Бенкена [6], кількість дослідів якого

$$N = 2k(k - 1) + n_0, \qquad (4)$$

де k – кількість факторів, n_0 – кількість дослідів у центрі плану; за k = 3 і n_0 = 3 маємо N = 15. Адекватність моделі перевіряють за коефіцієнтом детермінації та критерієм Фішера $F = MS_{модель} / MS_{залишок}$, а також за відсутністю значущої незбіжності моделі (lack of fit). Точка екстремуму за одним чинником за незначних взаємодій визначається як $x_i^* = -b_i / (2b_{ii})$.

Для розглянутої конструкції розрахункова модель [1] дає такі залежності (рис. 2, 3): продуктивність має максимум за частоти обертання близько 2850 хв$^{-1}$ і кількості елементів близько 30; відповідні раціональні діапазони – n ≈ 2600–3100 хв$^{-1}$ та z ≈ 28–34. Графіки в [1] побудовано за розрахунковою моделлю з умовними точками для ілюстрації, тому наведені значення слід розглядати як гіпотези для експериментальної перевірки.

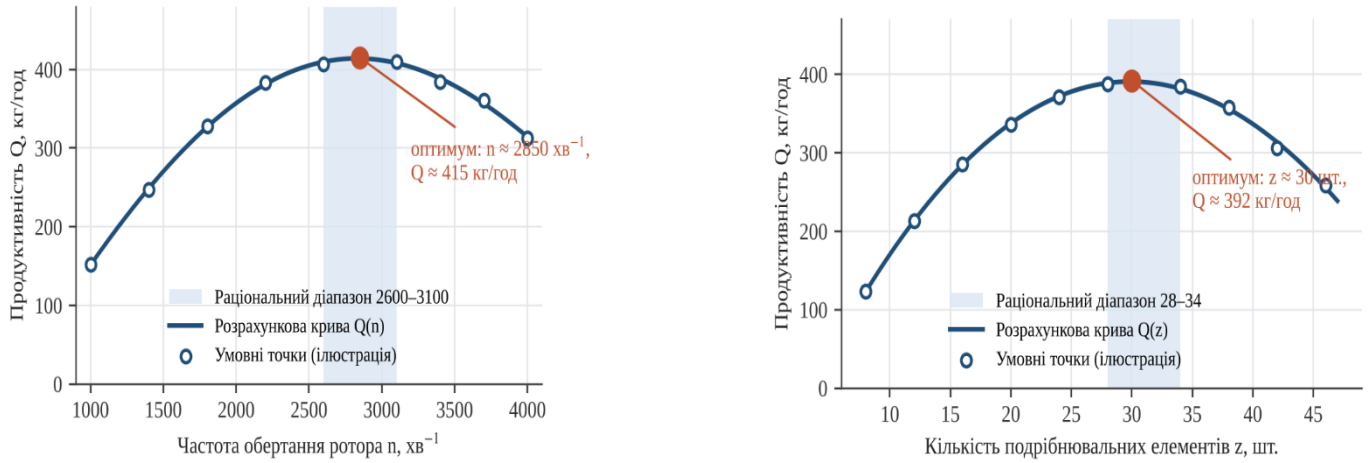


Рис. 2. Залежність продуктивності Q від частоти обертання ротора n; рис. 3 – від кількості подрібнювальних елементів z (розрахункові криві за [1], умовні точки для ілюстрації)

Багатокритеріальний вибір параметрів. Показники Q і W суперечливі: максимум продуктивності та мінімум енерговитрат за подачею досягаються за різних значень q (рис. 4). За розрахунком [1], максимум Q спостерігається за q ≈ 500-520 кг/год, а мінімум W – у діапазоні 480-520 кг/год, і в раціональній зоні W ≈ 3,75-3,85 кВт·год/т; для Q ≈ 0,44 т/год це відповідає P = W·Q ≈ 1,7 кВт. Для узгодження показників використовують функцію бажаності Дерринджера-Січа [7]: кожну характеристику перетворюють у $d_j \in [0, 1]$,

$$d_j = ((y_j - y_{min})/(y_{max} - y_{min}))^s, \quad D = (\Pi\, d_j)^{\wedge}(1/m), \qquad (5)$$

де s – показник, що задає важливість, а D – узагальнена бажаність (для показника, який треба мінімізувати, $d_j = ((y_{max} - y_j)/(y_{max} - y_{min}))^s$). Режим вибирають за максимумом D з обмеженнями на потужність привода, гранулометричний склад і вібрацію. Альтернатива – множина Парето.

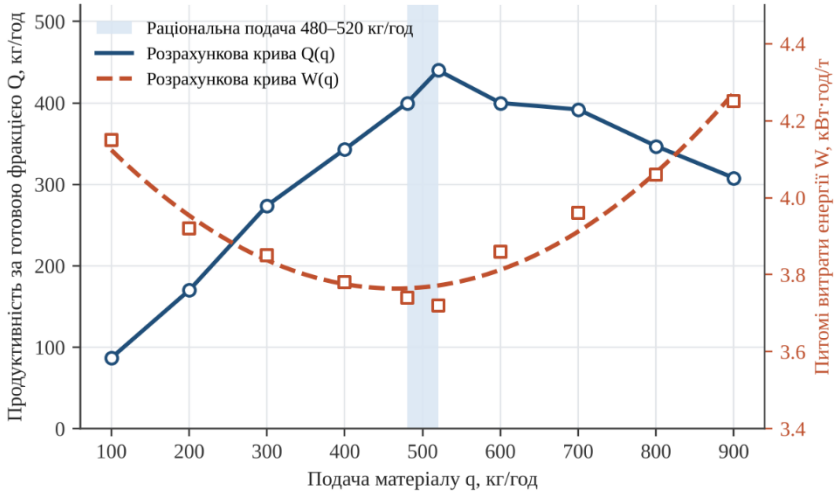


Рис. 4. Залежності продуктивності за готовою фракцією Q та питомих витрат енергії W від подачі матеріалу q (розрахункові криві за [1], умовні точки для ілюстрації)

Наукова новизна та значущість дослідження. Запропоновано методику конструювання зернодробарки роторно-декового типу, у якій структурно-функціональний опис чотирисекторної камери поєднано з параметричною моделлю (n, z, q → Q, W), планом Бокса-Бенкена та узагальненою функцією бажаності. На відміну від робіт, де аналізуються окремі режимні параметри [2-4], вибір конструктивних і режимних параметрів виконується в єдиній процедурі з урахуванням суперечливих критеріїв продуктивності та енергоємності. Пояснено фізичні механізми, що зумовлюють екстремальний характер залежностей Q і W за кожним із трьох чинників, і обґрунтовано розрахункові діапазони раціональних параметрів (n ≈ 2600–3100 хв$^{-1}$, z ≈ 28–34, q ≈ 480–520 кг/год), які визначають програму подальшого експерименту.

Сильні сторони та практична значущість. Конструктивна схема за [1] поєднує ротор зі скошеними подрібнювальними елементами, дві деки, решето, вібратори й амортизатори, що спрямовано на збільшення площі контакту із зерном, зменшення налипання матеріалу та динамічних навантажень на конструкцію. Методика є економною за обсягом досліджень: для трьох чинників достатньо 15 дослідів, а розрахункові діапазони дозволяють зосередити експеримент у зоні оптимуму. Результати придатні для малих і середніх господарств, що виробляють комбікорм для власних потреб, а також для використання в курсовому проєктуванні. Обмеження: числові значення мають розрахунковий характер і потребують підтвердження на дослідному зразку.

Висновки: 1) Структурно-функціональний опис камери та параметрична модель дозволяють зв’язати конструктивні й режимні параметри зернодробарки з продуктивністю та енергоємністю. 2) Залежності Q і W від n, z і q мають екстремальний характер, що описується поліномом другого порядку, для трьох чинників достатньо плану Бокса-Бенкена з 15 дослідів. 3) Узгодження суперечливих критеріїв доцільно виконувати за узагальненою функцією бажаності з обмеженнями.

Список використаних джерел

1. Доценко Н. А., Горбенко О. А., Садовий О. С., Баранова О. В. Проєктування енергоефективного обладнання для подрібнення фуражного зерна для комбікормового виробництва з оптимізацією конструкційних і технологічних параметрів. Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин. 2026. Вип. 56. С. 243–255.

2. Castillo Alvarez Y., Jiménez Borges R., Monteagudo Yanes J. P. et al. Mathematical model to improve energy efficiency in hammer mills in feed industry. Processes. 2025. Vol. 13, No. 5. Art. 1523.

3. Al-Eid M., Qabatty A., Kubaisi R., Jaafar A. A. K. Optimization of key operating parameters to enhance performance and energy efficiency of a hammer mill for corn grinding. Discover Applied Sciences. 2025. Vol. 7. Art. 639.

4. Kalandarov P., Khayitov A., Sharifov H., Murodova G. Study on the effect of grain moisture on grinding efficiency. E3S Web of Conferences. 2024. Vol. 497. Art. 03025.

5. Montgomery D. C. Design and Analysis of Experiments. 9th ed. Hoboken: Wiley, 2017.
6. Box G. E. P., Behnken D. W. Some new three level designs for the study of quantitative variables. Technometrics. 1960. Vol. 2, No. 4. P. 455–475.
7. Derringer G., Suich R. Simultaneous optimization of several response variables. Journal of Quality Technology. 1980. Vol. 12, No. 4. P. 214–219.

УДК 517.927:519.6

МЕТОД ДВОБІЧНИХ НАБЛИЖЕНЬ У МОДЕЛЮВАННІ ПРОГИНУ КОНСОЛЬНОЇ МІКРОБАЛКИ ЗМІННОЇ ШИРИНИ

Антон Савченко
Харківський національний університет радіоелектроніки, м. Харків, Україна

Консольні балки є базовим елементом багатьох мікроелектромеханічних систем (МЕМС) – електростатичних актюаторів, резонансних сенсорів, зондів атомно-силових мікроскопів. Поряд із балками сталого прямокутного перерізу широко застосовують балки змінної ширини (звужені), оскільки така геометрія дозволяє керувати розподілом напружень уздовж балки, знижувати робочу напругу та підвищувати ефективність перетворення енергії [1].

Звужені мікробалки застосовують у низці пристроїв, одним з яких є п’єзоелектричні збирачі енергії: трапецієподібна (звужена) форма балки зменшує згинальну жорсткість, забезпечує більш рівномірний розподіл деформації та більшу щільність енергії на одиницю площі порівняно з прямокутною балкою, що підвищує вихідну потужність [1, 2]. Звужені балки використовують також в електростатичних мікроперемикачах і актюаторах, де зміна ширини є додатковим конструктивним параметром для керування напругою втягування: за умови меншої площі балки звуження дозволяє досягти низької робочої напруги [3]. Крім того, звужена геометрія характерна для зондів атомно-силових мікроскопів та резонансних датчиків маси, де вона впливає на чутливість і розподіл власних частот.

Математичне моделювання прогину балок з будь-яким із цих профілів приводить до крайової задачі для напівлінійного диференціального рівняння четвертого порядку зі змінними коефіцієнтами, що ускладнює її аналітичне й чисельне дослідження. Метою роботи є постановка крайової задачі про статичний прогин консольної балки МЕМС лінійно змінної ширини та обґрунтування застосовності до неї методу двобічних наближень.

Розглянемо консольну мікробалку довжиною L та товщиною h. Балка є рухомим електродом електростатичного актюатора, підвішеним над нерухомим електродом на відстані d. При прикладенні напруги V балка прогинається під дією електростатичної сили. Ширина балки є змінною (звуженою) і описується профілем $b(x)$ (рис. 1).

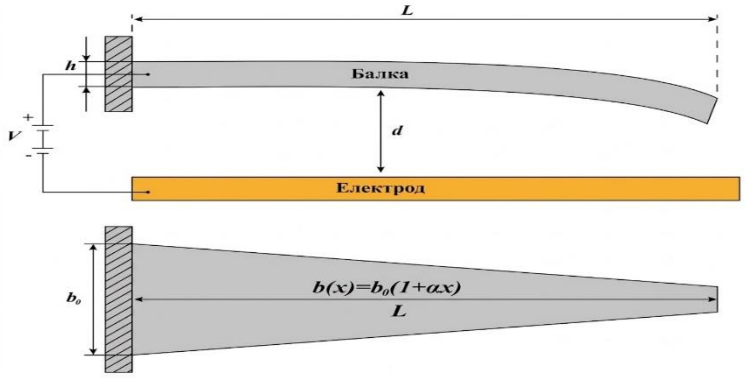


Рисунок 1 - Модель балки МЕМС зі змінною шириною

У літературі звужений профіль задають кількома способами [2, 3]. Найчастіше розглядають степеневу залежність