МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
МИКОЛАЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ФАКУЛЬТЕТ МЕНЕДЖМЕНТУ
КАФЕДРА ЕКОНОМІЧНОЇ КІБЕРНЕТИКИ, КОМП'ЮТЕРНИХ НАУК ТА ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

ПРОГНОЗУВАННЯ СОЦІАЛЬНО-ЕКОНОМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

Конспект лекцій
для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти за спеціальністю 051 «Економіка» ОПП «Економіка»
денної форми здобуття вищої освіти



Миколаїв
2026

УДК 338.27:316.4
П78

Друкується за рішенням науково-методичної комісії факультету менеджменту Миколаївського національного аграрного університету від 16 жовтня 2026 року, протокол № 3.

Укладачі:

О. В. Шебаніна – д-р екон. наук, професор, професор кафедри економічної кібернетики, комп'ютерних наук та інформаційних технологій, Миколаївський національний аграрний університет;

С. І. Тищенко – канд. пед. наук, доцент, доцент кафедри економічної кібернетики, комп'ютерних наук та інформаційних технологій, Миколаївський національний аграрний університет;

О. Ю. Пархоменко – канд. фіз.-мат. наук, доцент, доцент кафедри економічної кібернетики, комп'ютерних наук та інформаційних технологій, Миколаївський національний аграрний університет;

В. О. Крайній – канд. екон. наук, старший викладач кафедри економічної кібернетики, комп'ютерних наук та інформаційних технологій, Миколаївський національний аграрний університет;

Т. С. Кучмійова – канд. екон. наук, доцент, доцент кафедри економічної кібернетики, комп'ютерних наук та інформаційних технологій, Миколаївський національний аграрний університет;

І. І. Хилько – старший викладач кафедри економічної кібернетики, комп'ютерних наук та інформаційних технологій, Миколаївський національний аграрний університет.

Рецензенти:

І. П. Атаманюк – д-р техн. наук, професор, професор кафедри вищої та прикладної математики, Миколаївський національний аграрний університет;

А. В. Швед – д-р техн. наук, професор кафедри інженерії програмного забезпечення, Чорноморський національний університет ім. Петра Могили.

Прогнозування соціально-економічних процесів : конспект лекцій / уклад.: О. В. Шебаніна та ін. Миколаїв : МНАУ, 2026. 95 с.

П78

Курс лекцій призначений для вивчення теоретичних та практичних аспектів використання методів прогнозування соціально-економічних процесів для розв'язання економічних задач, покликаний сформувати у здобувачів необхідний обсяг теоретичних знань і практичних навиків з методології прогнозування соціально-економічних процесів.

Містить навчальні матеріали з основних тем курсу «Прогнозування соціально-економічних процесів», що передбачені освітньо-професійною програмою «Економіка» підготовки здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня вищої освіти за спеціальністю 051 «Економіка», галузі знань 05 «Соціальні та поведінкові науки». До кожної теми подаються докладні теоретичні відомості та задачі прикладного характеру.

УДК 338.27:316.4

© Миколаївський національний аграрний університет, 2026

ЗМІСТ

Передмова..……..…... 4
Тема 1. Теоретичні основи прогнозування соціально-економічних процесів ……...……..…… 5
Тема 2. Теоретичні основи економічної динаміки ……. 15
Тема 3. Моделювання методами екстраполяції тенденції…….……. 23
Тема 4. Прогнозування методом експоненційного згладжування…….…….…. 34
Тема 5. Аналітичне вирівнювання тренда (криві зростання) як метод середньо-строкового прогнозування…… 40
Тема 6. Трендові моделі за кривими зростання ..…....… 47
Тема 7. Методи експертних оцінок ……... 66
Тема 8. Моделі прогнозування соціального-економічного та демографічних розвитку……..…… 81
Питання для підсумкового контролю знань здобувачів вищої освіти……..……. 90
Рекомендована література ……...… 92

ПЕРЕДМОВА

Прогнозування соціально-економічних процесів є невід'ємним атрибутом системи управління на всіх її рівнях – від невеликої фірми до національної економіки в цілому. Оволодіння багатим арсеналом методів прогнозування з використанням сучасних комп'ютерних технологій є важливою складовою фахової підготовки сучасного економіста.

Саме цій меті підпорядковано навчальну дисципліну «Прогнозування соціально-економічних процесів», яка є логічним продовженням основних теоретичних положень, ідей і практичних задач, що вивчаються в навчальних дисциплінах економічна інформатика, мікроекономіка, макроекономіка, теорія ймовірностей та математична статистика, економетрика, методи оптимізації в економіці, стратегічне управління та ін.

Курс лекцій призначений для вивчення теоретичних та практичних аспектів використання методів прогнозування соціально-економічних процесів для розв’язання економічних задач, покликаний сформувати у здобувачів необхідний обсяг теоретичних знань і практичних навиків з методології прогнозування соціально-економічних процесів.

В основу курсу покладено питання, вивчення яких необхідне для розуміння методів соціально-економічного прогнозування при дослідженні економічних процесів та кількісного обґрунтування управлінських рішень.

По закінченню курсу здобувачі вищої освіти повинні знати основні теоретичні положення та методи соціально-економічного прогнозування, вміти практично їх застосовувати при розв’язанні реальних економічних задач, а також використовувати одержанні знання при вивченні інших економіко-математичних дисциплін.

Опанування тем дисципліни дозволяє сформувати у здобувачів вищої освіти визначену систему компетентностей та досягти очікуваних результатів навчання.

Посібник складено на основі ряду відомих підручників і посібників, зокрема [2,3,6,7,8]. Особливістю укладеного посібника є простота викладення теоретичного матеріалу на основі практичної його реалізації.

ТЕМА 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ПРОГНОЗУВАННЯ СОЦІАЛЬНО-ЕКОНОМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

План

1. Поняття про економічну кібернетику та її методи.
2. Економічне прогнозування, його суть та роль в управлінні і плануванні.
3. Класифікація прогнозів.
4. Класифікація методів прогнозування.
5. Моніторинг та альтернативи прогнозування.

1. Поняття про економічну кібернетику та її методи

Кібернетика (від грець. *Κυβερνήτικ* – мистецтво управління, *Κυβερνήταο* – правлю кермом, управляю, *Κυβερνήτης* – керманич) – наука про загальні закономірності процесів управління і передачі інформації в машинах, живих організмах і суспільстві. Слово «кібернетика» як назва науки про управління і інформацію в науковий ужиток ввів американський вчений Норберт Вінер (1894–1964) – один із творців першої у світі електронно-обчислювальної машини. Кібернетика – це наука про закони управління в усіх сферах людської діяльності.

Економічна кібернетика ж, як один з наукових напрямів кібернетики, – займається додатком ідей і методів кібернетики до економічних систем. У розширеному сенсі під словами ***економічна кібернетика*** розуміють область науки, що виникла на стику математики і кібернетики з економікою, включаючи математичне програмування, дослідження операцій, економіко-математичні моделі, економетрику і математичну економіку. Економічна кібернетика розглядає економіку, а також її структурні і функціональні частини як складні системи, в яких протікають процеси регулювання і управління, що реалізовуються рухом і перетворенням інформації. Методи економічної кібернетики дають можливість стандартизувати і уніфікувати цю інформацію, раціоналізувати отримання, передачу і обробку економічної інформації, обґрунтувати структуру і склад технічних засобів її обробки.

Предметом економічної кібернетики є закони, принципи та інформаційні процеси управління соціально-економічними системами. Вивчення цих законів та методів, дозволяє сучасним

економістам знаходити найкращі з усіх можливих рішення, передбачати економічні явища та процеси, керувати соціально-економічними об'єктами.

Економічна кібернетика розвивається за такими основними напрямами, які щонайтісніше ув'язуються один з одним.

Теорія економічних систем і моделей розробляє: методологію системного аналізу економіки і її моделювання, віддзеркалення структури і функціонування економічних систем в моделях; питання класифікації і побудови комплексів економіко-математичних моделей; проблеми економічного регулювання, співвідношення і взаємного узгодження різних стимулів і дій у функціонуванні економічних систем; питання поведінки людей і колективів. При дослідженні цих проблем перш за все спирається на політичну економію і загальну теорію систем, а також на соціологію і теорію регулювання, узагальнює результати розробки економіко-математичних методів і моделей.

Теорія економічної інформації розглядає економіку як інформаційну систему. Вона вивчає: потоки інформації, які циркулюють в народному господарстві як комунікації між його елементами і підсистемами, характеристики інформаційних каналів і переданих ним повідомлень; економічні вимірювання і взагалі знакові системи в економіці, тобто мови економічного управління, включаючи розробку комплексів господарських показників, правил їх розрахунку (ці питання виділяються в економічну семіотику); процеси ухвалення рішень і обробки даних в інформаційних системах народного господарства на всіх його рівнях і питання якнайкращої організації цих процесів.

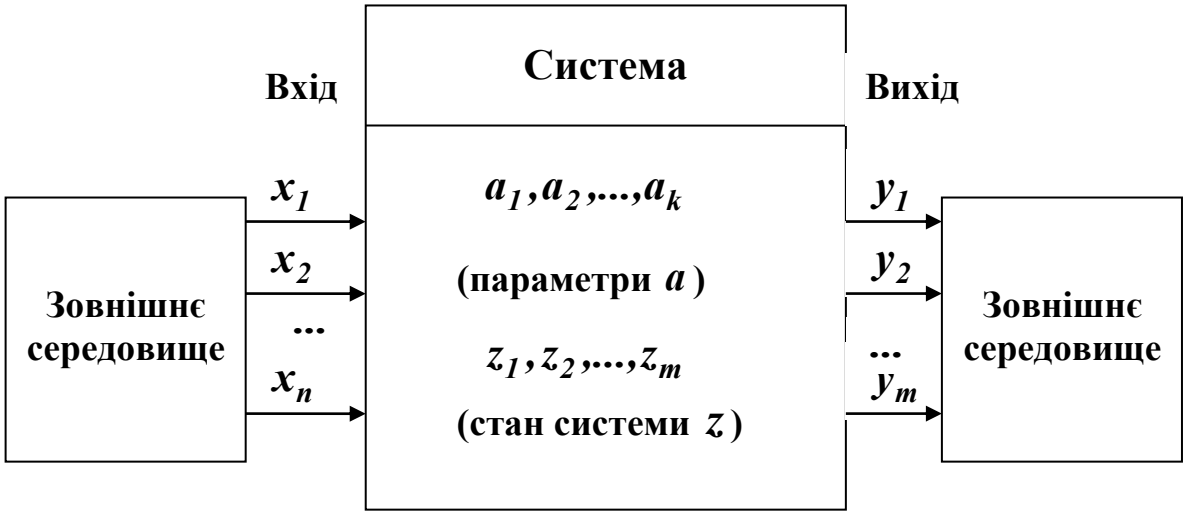

Рис.1.1. Узагальнена модель економічної системи

Система – це сукупність елементів, що становлять одне ціле, спрямоване на досягнення однієї мети (рис. 1.1).

Соціально-економічна система – це цілісна сукупність взаємозв'язаних і взаємодіючих соціальних і економічних інститутів (суб'єктів) і відносин з приводу розподілу і споживання матеріальних і нематеріальних ресурсів, виробництва, розподілу, обміну і споживання товарів і послуг.

Приклади кібернетичних моделей соціально-економічних систем: модель нарахування відсотків, модель фінансових розрахунків, моделі теорії корисності, виробнича модель, модель Кобба-Дугласа та Лоренца, лінійна модель обміну (модель міжнародної торгівлі), використання динамічних моделей в економіці, моделі банкрутства і т.д.

При вивченні даного курсу будемо використовувати основні поняття та методи дослідження операцій, економетрики, економіко-математичного моделювання (модель, економіко-математичні моделі та їх класифікація, моделювання та його види, системний підхід у моделюванні) для управління та прогнозування соціально-економічних процесів та систем.

2. Економічне прогнозування, його суть та роль в управлінні і плануванні

Один з «батьків» сучасного менеджменту Анрі Файоль (1841–1925) зауважив: **«Управляти – це передбачати, а передбачати – це вже майже діяти».** Ось чому розробка прогнозів і складання на їх підставі планів в умовах ринкової економіки, яка характеризується постійними й динамічними змінами, є запорукою стійкого розвитку будь-якого підприємства.

Прогноз – це ймовірне, аргументоване, наукове обґрунтоване (тобто основане на системі фактів, доказів) судження про суть будь-якого об’єкта (процесу, явища) в визначений момент часу в майбутньому або альтернативних шляхах і термінах досягнення яких-небудь результатів.

Прогнозування (грец. prognosis – знання наперед) – це процес формування прогнозів на основі аналізу тенденцій і закономірності розвитку об’єкта (процесу).

Прогнозування зобов’язане відповісти на два питання:

а) що ймовірніше всього можна очікувати в майбутньому;

б) яким чином потрібно впливати на умови, щоб досягнути заданої мети.

Ретроспекція **–** це такий етап прогнозування, коли досліджується історія розвитку об'єкта прогнозування з метою його систематизованого опису.

Соціально-економічне прогнозування – це процес розробки соціально-економічних прогнозів, побудований на наукових методах пізнання соціально-економічних явищ з використанням усієї сукупності методів, засобів та способів економічної прогностики (прогностика є наукою, що вивчає способи розроблення прогнозів розвитку об'єктів будь-якої природи).

Об'єктами прогнозування є економічні, соціальні та науково-технічні процеси в народному господарстві, галузях і в окремих регіонах.

Предметом курсу є закономірності і тенденції розвитку економічних об’єктів (процесів, явищ) в минулому і стан їх в майбутньому котрі необхідно досліджувати і пізнавати, а також способи розробки прогнозів та прийняття на їх основі оптимальних рішень.

Прогноз є пошуком реалістичного, економічно правильного рішення для управління об'єктом чи процесом, а прогнозування є необхідним і важливим науково-аналітичним етапом загального процесу планування.

Гіпотеза – це наукове передбачення на загально теоретичному рівні, базується на якісних параметрах і відображає загальні закономірності зміни об’єктів в майбутньому.

План – це документ, в якому визначені цілі, які потрібно досягти за певний період, а також засоби і умови їх досягнення.

Прогноз може існувати самостійно, незалежно від плану. План без прогнозу не може бути складений на належному рівні, бо він в такому випадку втрачає якісну та кількісну обґрунтованість. На відміну від прогнозу в плані чітко визначаються терміни здійснення подій та характеристики об'єкта, що планується. Тому прогноз є інструментом розроблення планів, при цьому використовується найбільш раціональний варіант прогнозу. В плані відображується і втілюється вже прийняте господарчо-економічне рішення внаслідок прогнозування.

3. Класифікації прогнозів

Використовуються наступні класифікації прогнозів.

1. Залежно від характеру об'єкта, що досліджується:

- розвитку виробничих відношень;
- соціально-економічних передумов;
- наслідків науково-технічного прогресу;
- відтворення трудових ресурсів;
- зайнятості та підготовки кадрів;
- економічного використання природних ресурсів;
- відтворення основних та капітальних вкладів;
- рівня життя населення;
- фінансових відношень, прибутків та цін;
- зовнішніх економічних зв’язків.

2. За масштабом прогнозування:

- макроекономічні (народногосподарські);
- мікроекономічні (на рівні підприємств, об’єднань);
- прогнози розвитку народногосподарських комплексів (топливно-енергетичних, агропромислових тощо);
- структурні (міжгалузеві, міжрегіональні);
- галузеві та регіональні.

3. За часом випередження:

- ***оперативні чи поточні*** (до 1 місяця) – пов’язані з оперативним управлінням і складаються на рівні вищої та середньої ланки управління;
- ***короткострокові*** (до 1 року) – використовуються при розробці квартальних і річних планів;
- ***середньострокові*** (до 5 років) – використовується для розробки стратегічних планів;
- ***довгострокові*** (більше 5 років) – складаються на перспективу. На цей період очікуються значні якісні зміни, і тому робляться лише загальні висновки про очікувану зміну.

4. За функціонально-методологічною ознакою:

- ***пошукові (досліджувальні)*** – передбачають визначення можливого стану об'єкта в майбутньому, відповідають на запитання, що ймовірнісно здійсниться при умові збереження даних тенденцій?
- ***нормативні*** – визначають напрямки та терміни досягнення можливого стану об'єкта, що приймаються в якості

мети, відповідають на питання, якими напрямками можна досягнути бажаного і коли?

- ***цільові*** – відповідають на питання, що бажано і чому?
- ***планові*** – відповідають на питання, як і в якому напрямку орієнтувати планування, щоб найбільш ефективно досягти поставленої мети?
- ***програмні*** – відповідають на питання, що конкретно необхідно, щоб досягти бажаного?
- ***проектні*** – виясняють, як конкретно це можливо, як це може виглядати; сприяють відбору оптимальних варіантів перспективного планування, на підставі яких далі необхідно здійснювати реальне проектування;
- ***організаційні*** – показують, в якому напрямку орієнтувати рішення, щоб досягти мети;
- ***описові*** – містить лише кількісний опис ймовірних напрямів розвитку об'єкта.

5. За частотою складання:

- неперервні;
- дискретні.

6. За формою результатів:

- детерміновані;
- ймовірні;
- змішані.

7. За ступенем локалізації по вісі часу:

- точкові;
- інтервальні.

8. За можливістю взаємодії на хід процесу:

- ***активні*** **–** передбачають можливість впливу на хід процесу через ряд опосередкованих факторів;
- ***пасивні*** **–** практично виключають можливість впливу на хід процесу, хоча сприяють адаптації до нього.

4. Класифікація методів прогнозування

Нараховується більш ніж 150 методів прогнозування, хоча на практиці використовується 15-20.

Метод прогнозування – це сукупність прийомів та способів міркування, які дають можливість на підставі аналізу ретроспективних даних, зовнішніх та внутрішніх зв'язків об'єкта

прогнозування, а також їх вимірювань у рамках процесу чи явища, що розглядаються, зробити висновок щодо визначеної вірогідності відносно його (об'єкта) майбутнього розвитку.

Для класифікації методів прогнозування використовують 3 ознаки: ступінь формалізації, загальний принцип дії та спосіб отримання прогнозної інформації.

За ступенем формалізації методи прогнозування поділяють на: інтуїтивні, формалізовані та комплексні.

1. Інтуїтивні – використовується у випадках неможливості кількісної оцінки окремих явищ (процесів) або коли об'єкт прогнозування є настільки складним, що аналітично врахувати вплив багатьох чинників практично неможливо.

Залежно від загальних принципів дії інтуїтивні методи прогнозування поділяються на ***індивідуальні експертні оцінки*** до яких за способом отримання прогнозної інформації входять:

- метод інтерв'ю;
- аналітичний метод;
- метод побудови «сценарію»;
- метод психоінтелектуальної генерації ідей;
- метод анкетування.

та ***колективні експертні оцінки***:

- метод комісій;
- метод колективної генерації ідей («мозкова атака»);
- метод "Делфі";
- матричний метод.

2. Формалізовані методи включають:

методи прогнозної екстраполяції (екстраполяції тенденції):

- проста екстраполяціїя;
- часовий тренд;
- метод авторегресії;
- адаптивні методи (метод експоненціального згладжування і метод гармонійної ваги);

методи моделювання:

- структурне моделювання;
- імітаційне моделювання;
- мережне моделювання;
- статичне моделювання на основі одного рівняння чи системи рівнянь.



Рис. 1.2. Класифікація методів прогнозування

5. Моніторинг та альтернативи прогнозування

Соціально-економічний моніторинг – це організоване і системне спостереження за ходом і характером всіх змін в економіці.

В теперішній час моніторинг необхідний не тільки на загальнодержавному, галузевому, регіональному рівні, але і на рівні підприємства. Його завдання – збір показників про стан ринку, економічну кон'юнктуру, функціонування господарських об'єктів. Передуючи етапу «оцінка», моніторинг формує інформаційну базу для аналітично-прогностичних досліджень; на підставі останнього, шляхом оцінки альтернативних варіантів, приймаються рішення щодо управління.

Розглянувши питання необхідності прогнозів, слід одночасно розглянути можливі **альтернативи прогнозування**.

1. Принцип «може трапитись все що завгодно». В цьому випадку виходять з фатальності подій, тобто з того, що нічого неможливо вчинити, щоб вплинути на майбутнє в бажаному напрямку, а тому не доцільно передбачити майбутнє. Всі фірми, що свою політику управління базують на цьому принципі приречені на невдачу.

2. Принцип «славетне минуле». Це консервативний підхід, надії на те, що принципи управління, які забезпечували значні досягнення у діяльності підприємств в минулому, будуть працювати і в майбутньому. Пристрасть ідеалам «славетного минулого» і віра в те, що це «славетне минуле» неодмінно забезпечить «славетне майбутнє», рано чи пізно приведе підприємство до фатальних наслідків, оскільки цей принцип не враховує динамізм суспільного розвитку.

3. Принцип «прогнозування крізь шори» характеризується такими поняттями, як «вище, швидше, дальше» або «більше і краще». Такий підхід, хоча і має перевагу над іншими альтернативами прогнозування, надмірно прямолінійний і не припускає можливі орієнтації в інші напрямки, використання інших, більш ефективних методів, а в кінцевому результаті може поставити підприємство в глухий кут.

4. Принцип «рішучих дій» виходить з того, що прогнозувати не є доцільним, а діяти слід тоді, коли з'являються проблеми. Підприємство в таких випадках функціонує без добре

осмисленої стратегії, що базується на прогнозах; розвиток тому проходить зигзагоподібне, міри приймаються в кризових ситуаціях, крім того в надії, що вистачить часу на їх розробку, обґрунтування та прийняття. Такий спосіб управління, хоча і існує, навряд чи забезпечить підприємству стабільний розвиток, адаптацію до зовнішнього середовища, що постійно змінюється, посилення конкурентних можливостей.

5. Прогнозування за допомогою «генія». Цей підхід не альтернатива прогнозуванню, оскільки він передбачає підготовку прогнозу. Суть цього підходу полягає в пошуку генія і одержання від нього інтуїтивного прогнозу. Цим самим виключається використання раціональних і точних методів одержання прогнозів, і, якщо такі існують, то ними не можна зневажати.

Перевагою раціональних і точних методів прогнозування є те, що прогнози ґрунтуються на використанні загальноприйнятого інструментарію, доступні для вивчення і можуть бути перевірені будь-яким спеціалістом, що має відповідну підготовку. Прогноз за допомогою «генія» повинен бути прийнятий на віру, і не може бути перевірений навіть іншим «геніем».

Висновок

Всілякі спроби замінити раціональні науково обґрунтовані прогнози інтуїтивними методами, вольовим підходом, нарешті, відмова від розробки і використання прогнозу в процесі прийняття рішень рано чи пізно приведуть до негативних результатів.

ТЕМА 2. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЕКОНОМІЧНОЇ ДИНАМІКИ

План

1. Поняття економічної динаміки та тренда.
2. Метод екстраполяції тенденції по одному часовому ряду.
3. Особливості методів короткострокового прогнозування.
4. Основні аналітичні показники динамічного ряду.

1. Поняття економічної динаміки та тренда

Показники багатьох явищ і процесів в економіці змінюються в часі. Цей розвиток має назву ***економічної динаміка.***

Послідовність спостережень одного показника, впорядкована залежно від послідовно зростаючих чи спадаючих значень іншого показника, називається ***одновимірним динамічним рядом.*** Окремі спостереження динамічного ряду називаються ***рівнями ряду.***

Якщо ознакою, залежно від якої здійснюється впорядкування ряду, береться час, то такий динамічний ряд називається ***часовим рядом*** і позначається: $y_1, y_2, ..., y_n$. За його довжину приймають різницю часу від початку y_1 до кінця спостереження y_n, n – кількість спостережень.

Приклади часових рядів: фінансові індекси, щоденні курси валют, котирування акцій, річні обсяги продажів, квартальні обсяги виробництва і т.п., тобто змінні, значення яких змінюється з часом.

Ряди динаміки бувають:

- **дискретними,** коли реєстрація здійснюється через визначені проміжки часу;
- **неперервними,** коли запис зміни процесу чи явища здійснюється неперервно.

В економічних дослідженнях використовуються дискретні ряди, які за часом, поділяються на моментні та інтервальні.

Часові ряди, створені показниками, які характеризують економічне явище на визначені моменти часу, називають ***моментними*** рядами. У них рівні виражають величину явища на відповідну дату, наприклад, залишки готової продукції на перше число кожного місяця, вартість основних фондів на початок чи кінець року, чисельність працівників, курс акцій та ін.

Дата	01 січня	01 лютого	01 березня	01 квітня	01 травня
Чисельність робітників	3900	4200	4600	4700	4900

Якщо рівні часового ряду характеризують змінну економічної інформації, явища чи процесу за визначений інтервал часу, то такі ряди називають ***інтервальними*** часовими рядами. У них рівні виражають розміри явищ за певний проміжок часу, наприклад, випуск продукції, кількість опадів, обсяг імпорту за місяць, квартал, рік.

Місяць року	Січень	Лютий	Березень	Квітень
Фонд заробітної платні робітників, тис. грн.	37257	38720	39830	42785

Часові ряди можуть бути створені як із абсолютних значень економічних показників (попередні дві таблиці), так і із середніх чи відносних величин – це довільні ряди.

Місяць року	Січень	Лютий	Березень	Квітень
Середня заробітна плата, грн.	1258	1261	1265	1270

При доборі вихідних даних для формування ряду динаміки необхідно, щоб виконувалися наступні три умови:

1) всі дані повинні бути зіставленими, тобто для інтервального ряду рівні повинні відповідати однаковим інтервалам часу, а для моментних рядів – визначеним датам;

2) повинна мати місце розмірна однорідність даних (тон, кг, грн, тощо);

3) необхідно вилучити всі випадкові відхилення, зумовлені реорганізацією об'єкта, зміною адміністративних границь, спеціалізації тощо.

Під ***тенденцією*** економічного процесу розуміють деякі загальні напрямки розвитку процесу (явищу), довгострокову закономірність. Якщо в часовому ряду є тривала („вікова") тенденція зміни економічного показника, то має місце тренд.

Тренд U_t **–** це спрямованість зміни показників з часом, яка визначається шляхом обробки статистичних даних і встановлення на цій підставі тенденції їх зміни.

Знаючи тренд, можна визначити значення показників, що передбачаються, за межами емпіричного ряду.

Економіко-математична динамічна модель, в якій розвиток модельованої економічної системи відображається через тренд її основних показників, називають ***трендовою моделлю.***

Прогнозування здійснюється шляхом екстраполяції рядів динаміки. Головною підставою прогнозування шляхом екстраполяції часових рядів є інерційність соціально-економічних процесів. Вона передбачає, що на час прогнозування умови функціонування досліджуваного економічного об'єкта чи системи не змінюються.

Ступінь інерційності залежить від розміру і масштабу процесу, що вивчається. На мікрорівні вплив окремого фактора може миттєво змінити ситуацію, в той час, коли на макрорівні, через дії багатьох факторів, які здійснюють іноді протилежний один одному вплив, інерційність зберігається у більшій мірі.

2. Метод екстраполяції тенденції по одному часовому ряду

Екстраполяція є прийомом в основу якого покладено принцип, що на основі вирівняного ряду динаміки методом продовження ряду знаходять майбутні значення економічних показників.

Інтерполяція є прийом вирівнювання ряду динаміки з метою знаходження невідомих показників на протязі досліджуваного ряду.

Основу екстраполяційних методів прогнозування складають динамічні ряди. Для перевірки гіпотези про існування тенденції у динамічному ряду порівнюються середні рівні ряду. Для цього динамічний ряд розбивається на дві, приблизно рівні частини за кількістю елементів. Кожна частина розглядається умовно як самостійна сукупність. Якщо динамічний ряд має певну тенденцію, то середні, які обчислені для кожної сукупності, повинні суттєво розрізнятися між собою. Якщо ж розходження будуть незначними, тобто випадковими, то динамічний ряд тенденції не має.

Для оцінки істотності відмінності між середніми

значеннями двох динамічних рядів використовується $t-$критерій Ст'юдента. Розходження буде істотним, якщо розрахункове значення $t-$критерію Ст'юдента буде не менше його табличного значення, тобто $t_{fakt} \geq t_{tabl}$, де

$$t_{fakt} = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{S_{x_1 - x_2}}$$

де $\bar{x}_1, \bar{x}_2$ – середнє значення рівня відповідно першої і другої частин ряду, розрахованих для інтервальних динамічних рядів як середнє арифметичне:

$$S_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)} \cdot \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)},$$

де $n_1, n_2 -$кількість елементів відповідно першої і другої частин ряду, $S_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} -$стандартне відхилення, $S_1^2, S_2^2 -$дисперсія відповідно першої і другої частин ряду:

$$S_1^2 = \frac{\sum(x - \bar{x}_1)^2}{n_1 - 1}; \quad S_2^2 = \frac{\sum(x - \bar{x}_2)^2}{n_2 - 1}.$$

Про якість прогнозу можна судити лише після того, як подія відбулася.

Щоб оцінити надійність застосованого методу, часто використовується ***ретроспективне оцінювання прогнозу,*** тобто оцінювання прогнозу для минулого часу – **метод «прогноз екс-пост» («ex-post прогноз»).**

Суть його полягає в наступному. Динамічний ряд ділиться на 2 частини:

від 1 до k – ретроспекція («передісторія»),

від $k+1$ до n – прогнозний період.

За даними першої частини будується рівняння (модель), на базі якої складається прогноз для другої частини, результати якого потім порівнюються з фактичними даними.

Для порівняння точності прогнозів, визначених за різними моделями, використовують ***похибку апроксимації*** **(%):**

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{|y_i - \hat{y}_i|}{y_i}}{n} \cdot 100.$$

Якщо результат оцінювання точності прогнозу задовольняє визначені критерії точності, скажімо, 10%, то прогнозна модель вважається прийнятною і рекомендується для практичного використання.

3. Особливості методів короткострокового прогнозування

До методів короткострокового прогнозування відносять **метод ковзної середньої** та **метод експоненційного згладжування.** Особливістю цих методів є те, що для згладжування часового ряду на першому етапі використовується тільки декілька перших його рівнів, які створюють інтервал згладжування m. Для цих рівнів обирається многочлен, степінь якого повинна бути меншою кількості рівнів n, що створюють інтервал згладжування. З допомогою обраного многочлену визначаються нові, вирівняні значення рівнів для середини інтервалу згладжування. Далі інтервал згладжування зсувається на один рівень ряду праворуч, визначається наступне значення ряду і т.д.

Унаслідок такої процедури отримується $n-(m-1)$ згладжених значень рівнів ряду. При цьому перші p та останні p рівнів ряду втрачаються, де $p=\frac{m-1}{2}$. Їх можна відновити шляхом ***екстраполяції***, тобто продовження тенденцій, які встановлені в минулому, на майбутній період.

Метод ковзної середньої використовують для рядів, які мають лінійний тренд, а метод експоненційного згладжування використовують у тих випадках, коли прогнозування здійснюється на підставі рядів динаміки, в яких тренд несталий, чи в яких тренда немає.

4. Основні аналітичні показники динамічного ряду

1. Абсолютний приріст показує абсолютний розмір змін у часі:

а) ***ланцюговий*** характеризує зміну показника за одиницю часу в абсолютному виразі:

$$\Delta' y_i = y_i - y_{i-1};$$

б) ***базисний*** показує зростання або зменшення показника в абсолютному виразі порівняно з рівнем, прийнятим за базу, тобто за певний період часу:

$$\Delta y_i = y_i - y_1.$$

в) ***за весь період*** показує зростання або зменшення показника в абсолютному виразі за весь період часу:

$$\Delta y_n = y_n - y_1.$$

Сума ланцюгових абсолютних приростів дорівнює базисному абсолютному приросту, а різниця двох послідовних базисних абсолютних приростів дорівнює ланцюговому, тобто:

$$\sum \Delta' y_i = \Delta y_i, \quad \Delta y_i - \Delta y_{i-1} = \Delta' y_i.$$

2. Середній абсолютний приріст показує середній розмір зміни показника за одиницю часу:

$$\overline{\Delta y} = \frac{y_n - y_1}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} \Delta' y_i}{n-1}.$$

3. Коефіцієнт (або темпи) росту показують відносні зміни показника у часі:

а) ***ланцюговий*** $K'_{p_i} = \frac{y_i}{y_{i-1}}; \quad T'_{p_i} = K'_{p_i} \cdot 100;$

б) ***базисний*** $K_{p_1} = \frac{y_i}{y_1}; \quad T_{p_1} = K_{p_1} \cdot 100;$

в) ***за весь період*** $K_{p_n} = \frac{y_n}{y_1}; \quad T_{p_n} = K_{p_n} \cdot 100;$

Добуток ланцюгових коефіцієнтів росту дорівнює базисному коефіцієнту росту за весь період:

$$K'_{p_1} \cdot K'_{p_2} \cdot K'_{p_3} \ldots K'_{p_n} = K_{p_n},$$

а відношення двох послідовних базисних коефіцієнтів росту дорівнює ланцюговому:

$$\frac{K_{p_i}}{K_{p_{i-1}}} = K'_{p_i}$$

4. Середній коефіцієнт (або темп) росту:

$$\overline{K}_P = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} = \sqrt[n-1]{k'_1 \cdot k'_2 \cdot \ldots \cdot k'_n}; \qquad \overline{T}_P = \overline{K}_p \cdot 100$$

5. **Коефіцієнт (або темп) приросту** характеризує відносну швидкість зміни показника у часі:

а) ***ланцюговий***

$$K'_{np_i} = k'_{p_i} - 1 = \frac{\Delta'_i}{y_{i-1}}; \qquad T'_{np_i} = T'_{p_i} - 100 = K'_{np_i} \cdot 100$$

б) ***базисний***

$$K_{np_1} = k_{p_1} - 1 = \frac{\Delta y_i}{y_1}; \qquad T_{np_1} = T_{p_1} - 100 = K_{np_1} \cdot 100;$$

в) ***за весь період***

$$K_{np_n} = k_{p_n} - 1 = \frac{\Delta y_n}{y_1}; \qquad T_{np_n} = T_{p_n} - 100 = K_{np_n} \cdot 100.$$

6. Середній коефіцієнт (або темп) приросту

$$\overline{K}_{np} = \overline{K}_P - 1; \qquad T_{np} = T_P - 100 = \overline{K}_{np} \cdot 100.$$

7. Абсолютний вміст (значення) 1% приросту характеризує абсолютний розмір одного проценту зміни показника:

а) ***ланцюговий*** $\Delta y_{1\%} = \dfrac{y_i - y_{i-1}}{\dfrac{y_i - y_{i-1}}{y_{i-1}} \cdot 100} = \dfrac{\Delta'_i}{T'_{np}} = \dfrac{y_{i-1}}{100};$

б) ***за весь період*** $\overline{\Delta} y_{1\%} = \dfrac{\overline{\Delta} y}{\overline{K}_{np}}.$

8. Коефіцієнт випередження (відставання):

$$k = \frac{\dfrac{y_i}{y_{i-1}}}{\dfrac{x_i}{x_{i-1}}}$$

Приклад розрахунку аналітичних показників динаміки

Розрахункова таблиця

Роки	Вал.збір зерн. тис. т	Абсолютні прирости, тис. т		Коефіцієнти росту		Темпи росту		Коефіцієнти приросту		Темпи приросту		Абс. знач. 1 % приросту
		ланцюгові	базисні	ланцюгові	базисні	ланцюгові	базисні	ланцюгові	базисні	ланцюгові	базисні	
2019	220,4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
2020	219,3	-1,1	-1,1	0,995	0,995	99,50	99,50	-0,005	-0,005	-0,50	-0,50	2,20
2021	221,5	2,2	1,1	1,010	1,005	101,00	100,50	0,010	0,005	1,00	0,50	2,19
2022	225	3,5	4,6	1,016	1,021	101,58	102,09	0,016	0,021	1,58	2,09	2,22
Сума	**886,2**	**4,6**	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Середній	**1,533**	-	-	**1,007**	-	**100,69**	-	**0,007**	-	**0,69**	-	-

Середньорічний абсолютний приріст: $\overline{\Delta y} = \frac{225 - 220,4}{4-1} = \frac{4,6}{4-1} = 1,533$

Середньорічний коефіцієнт (темп) росту: $\overline{K}_p = \sqrt[4-1]{\frac{225,0}{220,4}} = \sqrt[3]{1,021} = 1,007$, або $100,7\%$.

Середньорічний темп приросту: $\overline{T}_{пр} = 100,7 - 100 = 0,7\%$

Таким чином, за період 2019-2022 рр.:

- темп росту валового збору в середньому становив 100,7%,
- в середньому за рік валовий збір зернових культур зростає на 0,7%,
- в абсолютному виразі 1% приросту практично залишався незмінним.

ТЕМА 3. МОДЕЛЮВАННЯ МЕТОДАМИ ЕКСТРАПОЛЯЦІЇ ТЕНДЕНЦІЇ

План

1. Екстраполяція на основі аналітичних показників рядів динаміки.
2. Екстраполяція на основі плинної середньої.
3. Екстраполяція на основі індексу сезонності.
4. Прогнозування методом ковзної середньої.
5. Визначення сезонної компоненти та методи її вилучення.

1. Екстраполяція на основі аналітичних показників рядів динаміки

Позначимо рівні динамічного ряду: y_1 – початковий, y_n – кінцевий, y_i – умовно прийнятий (i – й) рівень; n – кількість елементів динамічного ряду.

На основі аналітичних показників, які застосовуються для оцінки динамічних рядів, можна вивести залежності, що можуть бути використані для побудови прогнозів.

1.1. Екстраполяція методом середнього рівня

Цей метод дає задовільні результати, якщо сусідні рівні часового ряду мало між собою відрізняються. Сутність екстраполяції методом середнього рівня полягає в тому, що за екстрапольоване значення приймається середній рівень $\bar{y}$.

Для інтервального ряду динаміки, рівні якого розташовані через однакові проміжки часу, обчислення середнього рівня $\bar{y}$ здійснюється за формулою ***простої арифметичної середньої***

$$\bar{y}_t = \frac{\sum_{t=1}^{n} y_t}{n}.$$

Якщо в інтервальному ряді рівні розташовані не через однакові проміжки часу, то середній рівень ряду (середня хронологічна) обчислюється за ***формулою зваженої арифметичної середньої***, де роль ваги відіграє тривалість часу

(наприклад, кількість років), в інтервалі якого рівень не змінюється

$$\bar{y}_t = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i t}{\sum_{t=1}^{n} t}$$

де t – кількість періодів часу, при яких значення рівня y_i не змінюється.

Для моментного ряду, рівні якого розташовані через однакові проміжки часу, ***середня хронологічна*** обчислюється за формулою

$$\bar{y} = \frac{1}{n-1}\left(\frac{y_1 + y_n}{n} + \sum_{i=2}^{n-1} y_i\right),$$

де n – кількість рівнів ряду.

Середня хронологічна для моментного ряду, рівні якого розташовані через різні проміжки часу, відповідає формулі

$$\bar{y} = \frac{(y_1 + y_2)t_1 + (y_2 + y_3)t_2 + \ldots + (y_{n-1} + y_n)t_{n-1}}{2\sum_{t=1}^{n} t}$$

де t_i – період часу, що розділяє рівень з номером i та рівень з номером $i+1$.

1.2. Екстраполяція за середнім абсолютним приростом

Екстрапольоване значення рівня знаходиться за формулами

$$\hat{y}_{n+1} = y_n + \Delta' y_n, \text{ де } \Delta' y_n = y_n - y_{n-1},$$

$$\hat{y}_{n+T} = y_n + \overline{\Delta y} \cdot T,$$

де $\overline{\Delta y}$ – середній абсолютний приріст; T – кількість кроків екстраполяції (час випередження); y_n – опорний рівень ряду, відносно якого здійснюється прогнозування (можна вибирати довільно, однак, як правило, приймається y_n). Цей метод використовується для екстраполяції лінійних трендів.

Середній абсолютний приріст $\overline{\Delta y} = \frac{y_i + y_{i-k}}{k}$, де y_i – рівень часового ряду з номером $i\,(i = 2,3,\ldots,n)$; $k = 1,2,\ldots,n-1$ визначає початковий рівень ряду і може

обиратись довільно в залежності від мети дослідження (при $k = 1$ мають місце ланцюгові показники, при $k = i - 1$ мають місце базисні показники з початковим рівнем ряду в якості базисного тощо).

Середній абсолютний приріст за весь період спостереження для даного часового ряду дорівнює $\overline{\Delta y} = \frac{y_n - y_1}{n - 1}$ і характеризує середню швидкість зміни часового ряду.

1.3. Екстраполяція за середнім темпом зростання

Екстрапольоване значення рівня знаходиться за формулами

$$\hat{y}_{n+1} = y_n \cdot k_{p_n}, \text{ де } \quad k_{p_n} = \frac{y_n}{y_{n-1}},$$

$$\hat{y}_{n+T} = y_n \cdot \bar{k}_p^T, \text{де} \quad \bar{K}_P = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}},$$

де $\hat{y}$ – прогнозні значення показника; T – величина горизонту прогнозу ($T = 1;2;3;...$). Цей метод використовують для екстраполяції експоненційного (показникового) тренда.

2. Екстраполяція на основі плинної середньої

Метод плинної середньої базується на використанні залежності

$$\Delta x_{t+1} = \lambda_t \Delta x_t + \lambda_{t-1} \Delta x_{t-1} + \lambda_{t-2} \Delta x_{t-2} + ... + \lambda_{t-(n-1)} \Delta x_{t-(n-1)},$$

де n – кількість років "передісторії".

Коефіцієнт λ_i, розраховується за формулою:

$$\lambda_i = \frac{i \cdot \beta}{n},$$

де i – число, яке означає послідовний натуральний ряд "передісторії", починаючи з останнього;

β – визначається за наступною таблицею:

Таблиця

n	3	4	5	6	7	8
β	0,500	0,400	0,333	0,286	0,250	0,222

Особливістю **методу плинної середньої** є те, що рівень показників, який знаходиться ближче до прогнозованого періоду,

здійснює більший вплив на значення прогнозованих показників, порівняно з більш віддаленими періодами завдяки коефіцієнту λ .

Прогнозні значення показників мають вид:

$$\hat{x}_{t+1} = x_t + \Delta x_{t+1}.$$

Перевагою методу плинної середньої є те, що на значення прогнозованих показників впливають в тій чи іншій мірі усі дані «передісторії», в той час, коли значення середньорічного коефіцієнта росту визначається тільки крайніми величинами динамічного ряду.

3. Екстраполяція на основі індексу сезонності

В процесі господарської діяльності підприємства стикаються з циклічними коливаннями, які викликані сезонним характером виробництва та споживанням товарів і послуг.

Сезонні коливання – це більш чи менш сталі внутрішньорічні коливання в ряді динаміки, що обумовлені специфікою виробництва або споживання того чи іншого виду товару чи послуг. Для організації виробництва і реалізації продукції сезонних виробництв надзвичайно важливо вивчити тенденцію сезонних коливань, що склалися, і розробити прогноз на найближчу перспективу, головним чином, на наступний рік.

Для вивчення сезонних коливань використовуються спеціальні показники, які називаються індексами сезонності, а сукупність їх утворює сезонну хвилю. Наочне подання сезонних коливань здійснюється шляхом побудови графіка сезонної хвилі, у якому по осі Х відкладають періоди часу на протязі року, а по осі У — значення індексів сезонності.

Індексом сезонності називають процентні відношення фактичних внутрішньорічних рівнів до постійної або змінної середньої ряду:

$$i_c = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}};\ \bar{y}_i = \frac{\sum_i y_i}{k};\ \bar{y} = \frac{\sum_j \sum_i y_{ij}}{k \cdot n}.$$

де $\bar{y}_i$ – середнє значення показника за прийнятий відрізок часу;

$\bar{y}$ – середнє значення показника за весь період;

k – кількість років ($k = 1,2,3,4,.....$);

n – кількість місяців ($n = 1,2,3,...,12$).

Розподіл сезонної хвилі спостерігають за декілька років (не менше трьох) у розрізі періодів року з метою відокремлення впливу по одному року. Головною метою є те, щоб фактичні дані були оброблені таким чином, щоб можна було відобразити тенденцію.

При цьому.

1. Якщо ряд відображує тенденцію – аналітичне вирівнювання рядів динаміки. Формують рівняння динаміки. Після чого обчислюють фактичні дані у відсотках до вирівняних, а індекс сезонності є середнім по одноіменним внутрішньорічним періодам із цих процентних чисел за взяті роки.

2. Якщо ряд не має тенденції в розвитку індекс сезонності обчислюється по емпіричним даним.

4. Прогнозування методом ковзної середньої

Для ряду $y_1, y_2, ..., y_n$ визначається інтервал згладжування m, де $m < n$. Якщо необхідно згладити несуттєві хаотичні коливання, то по можливості інтервал згладжування обирають значним. Величину m зменшують, коли необхідно зберегти незначні коливання. При інших однакових умовах інтервал згладжування пропонується обирати непарним.

Далі для перших m рівнів часового ряду обчислюється їхнє середнє арифметичне. Воно приймається за згладжене значення рівня ряду, яке знаходиться в середині інтервалу згладжування. Потім інтервал згладжування зсувається на один рівень праворуч, операції повторюються і т.д.

Для обчислення згладжених рівнів ряду y_t^* використовується формула $y_t^* = \frac{\sum_{t=t-p}^{t+p} y_t}{m}, t > p$.

Прогнозування методом ковзної середньої можна провести за допомогою інструменту ***Moving average*** з ***«Analysis Package»*** табличного редактору ***Excel.***

Якщо для згладжування обирається многочлен не першої степені, а починаючи з другої, то використовується метод зваженої ковзної середньої. На відміну від попереднього рівні, що входять до інтервалу згладжування, тут додаються з різними вагами. Використовується формула зваженої середньої арифметичної $y_t^* = \frac{\sum_{t=t-p}^{t+p} p_t y_t}{\sum_{t=t-p}^{t+p} p_t}$, причому вага p_t визначається за допомогою методу найменших квадратів. Ця вага обчислюється для різних степенів многочлену апроксимації і різних інтервалів згладжування.

Так, для поліномів другого та третього степенів чисельна послідовність ваги при інтервалі згладжування $m = 5$ має значення $[-3,12,17,12,-3]$, а при $m = 7$ – $[-2,3,6,7,6,3,-2]$.

Для поліномів четвертої та п'ятої степенів при $m = 7$ – послідовність ваги буде $[5,-30,75,131,75,-30,5]$.

Приклади прогнозування методом ковзної середньої

Задача 1. Врожайність зернових культур подана часовим рядом y_t (табл. 3.1). Необхідно згладити цей ряд методом ковзної середньої.

Розв'язання

Таблиця 3.1

Врожайність зернових культур, ц/га

Рік	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982
y_t	33,7	38,8	**41,7**	44,1	41,8	37,0	34,4	40,5	46,3	45,2	48,5	47,3	50,1
y_t^*	-	-	40,0	40,7	39,8	39,6	40,0	40,7	43,0	45,6	47,5	48,1	51,0

Закінчення таблиці 3.1

Рік	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995
y_t	49,5	59,7	57,3	53,0	57,0	60,8	61,0	60,8	65,4	64,9	65,1	65,5	63,2
y_t^*	52,8	53,9	55,3	57,6	57,8	58,5	61,0	62,6	63,4	64,3	64,8	-	-

Для розв'язання задачі обираємо інтервал згладжування $m = 5$. Тоді першим згладженим буде третій вихідний рівень, оскільки два перших буде втрачено.

На підставі формули $y_t^* = \frac{\sum_{t=t-p}^{t+p} y_t}{m}, t > p$ маємо (ряд.3 табл. 3.1)

$$y_3^* = \frac{33,7 + 38,8 + 41,7 + 44,1 + 41,8}{5} = 40,0.$$

Далі зсуваємо інтервал згладжування на один рівень праворуч і обчислюємо згладжене значення наступного рівня. Будемо мати

$$y_4^* = \frac{38,8 + 41,7 + 44,1 + 41,8 + 37,0}{5} = 40,7$$

Аналогічним чином згладжуємо решту рівнів, враховуючи, що два останні із них також буде втрачено. Графік вихідного та згладженого ряду показано на рис. 3.1.

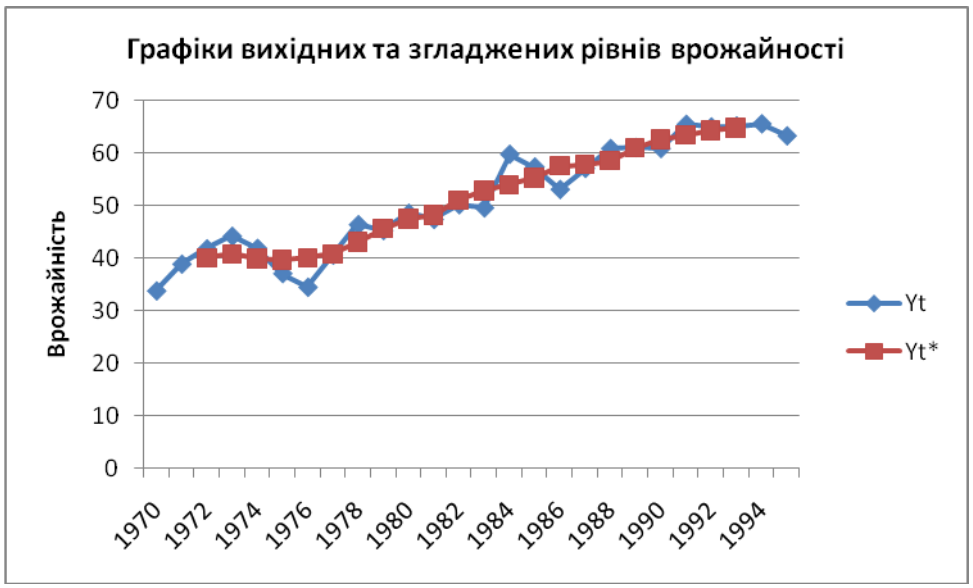

Рис. 3.1. Графіки врожайності зернових культур

Результати можна перевірити за допомогою інструменту ***Moving average*** з ***«Analysis Package»*** табличного редактору ***Excel.***

Задача 2. Динаміка експорту умовного товару показана в табл. 3.2. Згладити рівні ряду на підставі зваженої середньої арифметичної.

Розв'язання

Таблиця 3.2

Динаміка вихідних та згладжених значень показників експорту

Рік	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
y_t	265	274	288	310	340	362	397	443	501	564	653	746	862
y_t^*	-	-	288	311	337	364	397	444	499	568	649	-	-

Для розв'язання задачі обираємо інтервал згладжування $m = 5$ та відповідну послідовність ваги $[-3,12,17,12,-3]$.

Використовуючи вираз $y_t^* = \dfrac{\sum_{t=t-p}^{t+p} p_t y_t}{\sum_{t=t-p}^{t+p} p_t}$ маємо (ряд. 3 табл. 3.2)

$$y_3^* = \frac{-3 \cdot 265 + 12 \cdot 274 + 17 \cdot 288 + 12 \cdot 310 - 3 \cdot 340}{-3 + 12 + 17 + 12 - 3} = 288 .$$

Зсуваємо інтервал згладжування на один рівень праворуч і знаходимо таке згладжене значення

$$y_4^* = \frac{-3 \cdot 274 + 12 \cdot 288 + 17 \cdot 310 + 12 \cdot 340 - 3 \cdot 362}{-3 + 12 + 17 + 12 - 3} = 311$$

Аналогічно обчислюємо решту згладжених значень. Графіки вихідного та згладженого рівнів показано на рис. 3.2.

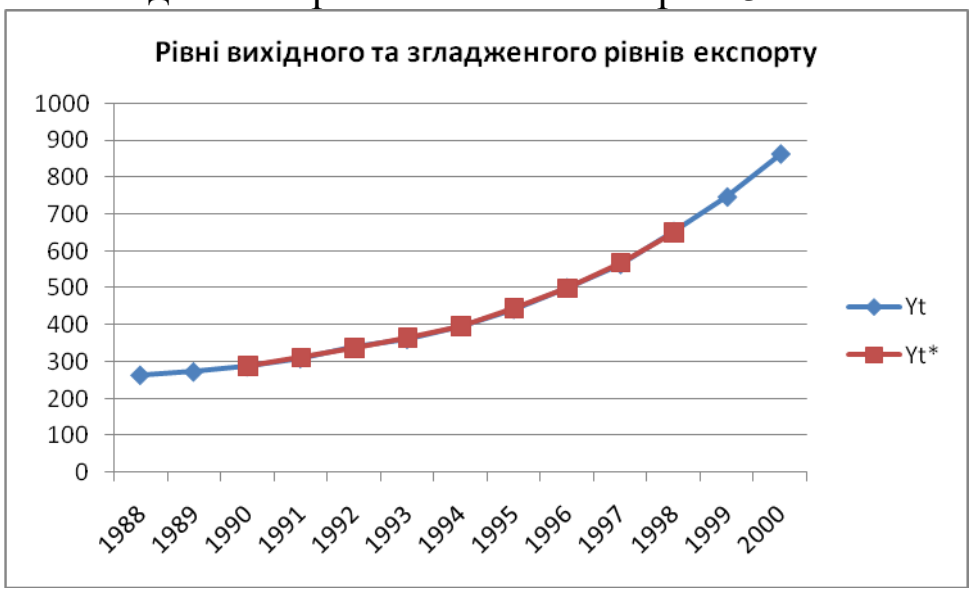

Рис. 3.2. Графіки експорту умовного товару

5. Визначення сезонної компоненти та методи її вилучення

У багатьох випадках часові ряди соціально-економічних процесів мають регулярні коливання. Якщо вони мають періодичний чи близький до нього характер і закінчуються в інтервалі одного року, то їх називають ***сезонними коливаннями.*** Коли період таких коливань складає декілька років, то їх називають ***циклічними коливаннями.*** Відповідно часовий ряд має тренд, сезонну та циклічну компоненту.

Тренд U_t, сезонну V_t та циклічну C_t компоненти називають ***регулярними*** чи систематичними компонентами часового ряду. Складова частина часового ряду, що залишилась після вилучення із нього регулярних компонент, становить собою ***випадкову,*** нерегулярну компоненту l_t Тому в загальному випадку часовий ряд $y_t, t = 1,2,3,....,n$ можна записати у вигляді суми

$$y_t = U_t + V_t + C_t + l_t.$$

Сезонна компонента, як правило, з'являється через зміну природно-кліматичних умов у межах одного року. Найбільш яскраво цей зв'язок представлений в економічних процесах сільського господарства, легкої промисловості тощо. Вплив сезонності на економіку проявляється в аритмії виробничих та інших процесів, наприклад, недовантаження виробничих потужностей в одні періоди і більш інтенсивне їх використання в інші періоди. Однак не завжди сезонність є наслідком дії некерованих факторів. Найчастіше ними можна керувати. Якщо здійснити пряму дію на ці фактори неможливо, необхідно їх враховувати при поліпшені технологічних, організаційно-економічних заходів та заходів керування. З цією метою необхідно виявляти наявність сезонної компоненти, вилучати її та аналізувати, щоб передбачати розвиток процесу, що має сезонне коливання.

Сезонна компонента V_t має період T_0, який становить 12 місяців для ряду місячних даних і дорівнює 4 місяці для ряду квартальних даних.

Виявлення наявності в часовому ряду сезонних коливань зводиться до перевірки на випадковість залишкового ряду

$l_t = y_t - U_t$, або шляхом побудови та аналізу графіка вихідного ряду.

Для вилучення сезонної компоненти найчастіше використовуються ітераційні методи. Основна ідея ітераційних процедур полягає в багатократному використанні ковзної середньої і одночасній оцінці сезонної компоненти в кожному циклі. При цьому перехід від одного циклу ітераційної процедури до другого може супроводжуватись зміною параметрів ковзної середньої.

Найпростішим з ітераційних методів вилучення сезонної компоненти є **метод Четверикова.**

Алгоритм методу Четверикова

1. Емпіричний ряд y_t згладжується ковзною середньою з періодом T_0, тобто враховується $(T_0 + 1)$ рівнів вихідного ряду, із яких перший та останній використовуються з вагою 0,5:

$$y_t^* = \frac{\frac{y_{t-\frac{T_0}{2}}}{2} + y_{t-\frac{T_0}{2}+1} + \ldots + y_t + \ldots + y_{t+\frac{T_0}{2}} + \frac{y_{t+\frac{T_0}{2}}}{2}}{T_0}.$$

При цьому $\frac{T_0}{2}$ рівнів з обох кінців ряду, що втратились, або відновлюються екстраполяцією вирівняного ряду, або вилучаються з подальшої обробки.

Як наслідок будемо мати попередню оцінку тренда

$$y_t^{(1)} = U_t^{(1)}$$

та перше відхилення вихідного ряду від згладженого

$$l_t^{(1)} = y_t - y_t^{(1)} .$$

2. Знаходиться середньоквадратичне відхилення

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{T_0} l_t^{(1)2} - \frac{\left(\sum_{t=1}^{T_0} l_t^{(1)}\right)^2}{T_0}}{T_0 - 1}}$$

на яке далі діляться окремі місячні (квартальні) відхилення

$$l_t^{(1)^*} = \frac{l_t^{(1)}}{\sigma_i^{(1)}}.$$

3. Із нормованих таким чином відхилень обчислюється попередня середня сезонна хвиля

$$\nu_t^{(1)} = \frac{\sum_{t=1}^{m} l_t^{(1)^*}}{m},$$

де $m = \frac{n}{T_0}$.

4. Середня попередня сезонна хвиля множиться на середнє квадратичне відхилення кожного року (кварталу) і результат вилучається із вихідного ряду

$$U_{t1} = y_t - \nu_t^{(1)} \cdot \sigma_i^{(1)}.$$

5. Отриманий таким чином ряд без попередньої сезонної хвилі знову згладжується ковзною середньою (для місячних даних використовується від п'яти до семи рівнів залежно від інтенсивності мілких кон'юнктурних коливань і тривалості більш крупних). Унаслідок будемо мати нову оцінку тренда $U_t^{(2)}$. Відхилення емпіричного ряду від тренда

$$l_t^{(2)} = y_t - U_t^{(2)}$$

знову оброблюється за пунктами 2 і 3 з метою виявлення остаточної сезонної хвилі.

6. Вилучення остаточної середньої сезонної хвилі $\nu_t^{(2)}$ здійснюється після множення середньої сезонної хвилі на коефіцієнт напруженості сезонної хвилі $\nu_t = \nu_t^{(2)} k$,

де

$$k = \frac{\sum_{t=1}^{T_0} l_t^{(2)} \varepsilon_{2t}}{\sum_{t=1}^{T_0} \varepsilon_{2t}^2}; \quad \varepsilon_{2t} = l_t^{(2)} - \nu_t^{(2)}.$$

Перевагою цього методу є відносна простота. Однак його недоліком є те, що ковзна середня не забезпечує використання $\frac{T_0}{2}$ рівнів з обох кінців вихідного ряду.

ТЕМА 4. ПРОГНОЗУВАННЯ МЕТОДОМ ЕКСПОНЕНЦІЙНОГО ЗГЛАДЖУВАННЯ

План

1. Алгоритм методу експоненційного згладжування.
2. Прогнозування методами експоненціального згладжування.
3. Аналіз моделей вибору значення коефіцієнта згладжування.

1. Алгоритм методу експоненційного згладжування

Особливість даного методу полягає в тому, що в процедурі знаходження згладженого рівня використовуються тільки попередні рівні ряду, взяті з певною вагою. Причому вага спостереження стає тим меншою, чим далі вона знаходиться від рівня, для якого визначається згладжене значення.

Експоненційне згладжування здійснюється за формулою

$$y_t^* = \alpha y_t + (1-\alpha) y_{t-1}^*,$$

де α – параметр згладжування $(0 < \alpha < 1)$, що визначає вагу t – го періоду; величина $\beta = 1 - \alpha$ називається ***коефіцієнтом дисконтування***. Чим більше значення α, тим сильніший влив коливань ряду даних, і навпаки.

Величину y_{t-1}^* також можна подати у вигляді суми фактичного значення рівня y_{t-1} та згладженого значення попереднього спостереження y_{t-2}^*, взятих із певною вагою. Процес такого розкладання можна продовжити для членів ряду y_{t-2}^*, y_{t-3}^* і т. д. У результаті отримаємо

$$\begin{aligned} y_t^* &= \alpha y_t + (1-\alpha) y_{t-1}^* = \\ &= \alpha y_t + (1-\alpha)\left[\alpha y_{t-1} + (1-\alpha) y_{t-2}^*\right] = \\ &= \alpha y_t + \alpha(1-\alpha) y_{t-1} + (1-\alpha)^2 \left[\alpha y_{t-2} + (1-\alpha) y_{t-2}^*\right] = \\ &= \alpha y_t + \alpha(1-\alpha) y_{t-1} + (1-\alpha)^2 y_{t-2} + \ldots + (1-\alpha)^t y_0 \end{aligned}$$

де y_0 – величина, яка характеризує вихідні умови.

Після додавання в останньому виразі всіх членів, що мають параметр α, отримаємо

$$y_t^* = \alpha \sum_{i=0}^{t-1} (1-\alpha)^i y_{t-i} + (1-\alpha)^t y_0$$

де i – кількість рівнів, що відстають від моменту t.

Відповідно до останнього виразу відносна вага кожного попереднього рівня зменшується по експоненті по мірі його віддалення від моменту, для якого обчислюється згладжене значення, звідки і виникла назва цього методу.

Більш ефективно прогнозування методом експоненційного згладжування можна провести за допомогою інструменту ***Exponential smoothing*** з ***«Analysis Package»*** табличного редактору ***Excel.***

У конкретних задачах прогнозування вихідний параметр y_0 вибирають або рівним значенню першого рівня ряду динаміки y_1, або рівним середній арифметичній декількох членів ряду, наприклад, $y_0 = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$.

Послідовне застосування вказаної формули для експоненційного згладжування дає можливість обчислити експоненційну середню через значення всіх рівнів даного ряду динаміки. Крім того, вона визначає експоненційні середні першого порядку, тобто середні, отримані безпосередньо при згладжуванні вихідних даних ряду динаміки. У тих випадках, коли тренд після згладжування вихідного ряду визначено недостатньо ясно, процедуру згладжування повторюють, тобто обчислюють експоненційні другого, третього та більш високих порядків, використовуючи такі вирази:

$$y_t^{*[2]} = \alpha y_t^{*[1]} + (1-\alpha) y_{t-1}^{*[2]};$$
$$y_t^{*[3]} = \alpha y_t^{*[2]} + (1-\alpha) y_{t-1}^{*[3]};$$
$$\vdots$$
$$y_t^{*[k]} = \alpha y_t^{*[k-1]} + (1-\alpha) y_{t-1}^{*[k]}$$

де $y_t^{*[k]}$ – експоненційна середня порядку k в точці t, $(t = 1,2,...,n)$.

Якщо відсутні попередні міркування відносно вибору y_0, то його можна визначити залежно від виду моделі.

2. Прогнозування методами експоненціального згладжування.

2.1. Експоненціальне згладжування за лінійною моделлю

Для лінійної моделі $y_t^* = a_0 + a_1 t$ вихідні умови перших двох порядків визначаються формулами:

$$y_0^{[1]} = a_0 - \frac{1-\alpha}{\alpha} a_1 .$$

$$y_0^{[2]} = a_0 - \frac{2(1-\alpha)}{\alpha} a_1 ;$$

Це дає можливість здійснити прогноз за формулою

$$y_t^* = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 t$$

де коефіцієнти $\hat{a}_0$ і $\hat{a}_1$ знаходяться за методом найменших квадратів і відповідають формулам:

$$\hat{a}_0 = 2 y_t^{*[1]} - y_t^{*[2]},$$

$$\hat{a}_1 = \frac{\alpha}{1-\alpha}\left(y_t^{*[1]} - y_t^{*[2]}\right).$$

2.2. Експоненціальне згладжування за параболою

Якщо ряд динаміки описується параболою другого порядку

$$y_t^* = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 ,$$

то вихідні умови перших трьох порядків будуть:

$$y_0^{[1]} = a_0 - \frac{1-\alpha}{\alpha} a_1 + \frac{(1-\alpha)(2-\alpha)}{2\alpha^2} a_2 ,$$

$$y_0^{[2]} = a_0 - \frac{2(1-\alpha)}{\alpha} a_1 + \frac{(1-\alpha)(3-2\alpha)}{\alpha^2} a_2 ,$$

$$y_0^{[3]} = a_0 - \frac{3(1-\alpha)}{\alpha} a_1 + \frac{3(1-\alpha)(4-3\alpha)}{2\alpha^2} a_2 .$$

Модель для прогнозування буде

$$y_t^* = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 t + \frac{1}{2}\hat{a}_2^2 t^2 ,$$

де коефіцієнти параметрів тренда дорівнюють:

$$\hat{a}_0 = 3\left(y_t^{*[1]} - y_t^{*[2]}\right) + y_t^{*[3]},$$

$$\hat{a}_1 = \frac{\alpha}{2(1-\alpha)^2}\left[(6-5\alpha)y_t^{*[1]} - 2(5-4\alpha)y_t^{*[2]} + (4-3\alpha)y_t^{*[3]}\right],$$

$$\hat{a}_2 = \frac{\alpha^2}{(1-\alpha)^2}\left[y_t^{*[1]} - 2y_t^{*[2]} + y_t^{*[3]}\right].$$

Задача. Населення Землі подано в табл. 4.1. Виконати експоненційне згладжування часового ряду.

Таблиця 4.1

Населення Землі, млн осіб

t	1	2	3	4	5	6
Рік	1950	1960	1970	1980	1990	2000
y_t	2527	3060	3727	4430	5241	6160
y_t^*	2556	3035	3692	4393	5199	6112

Розв'язання

Для розв'язання задачі визначимо значення вихідного параметра y_0. За співвідношенням $y_0 = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$ маємо

$$y_0 = \frac{2527 + 3060 + 3727}{3} = 3105.$$

Тоді, за формулою

$$y_t^* = \alpha y_t + \alpha(1-\alpha)y_{t-1} + (1-\alpha)^2 y_{t-2} + \ldots + (1-\alpha)^t y_0$$

згладжене значення першого рівня буде становити

$$y_1^* = \alpha y_t + \alpha(1-\alpha)y_0$$

Нехай параметр згладжування становить $\alpha = 0{,}95$. Це дає можливість послідовно отримати (ряд 3 табл. 4.1), що

$$y_1^* = 0{,}95 \cdot 2527 + (1-0{,}95) \cdot 3105 = 2526,$$

$$y_2^* = 0{,}95 \cdot 3060 + 0{,}95 \cdot (1-0{,}95) \cdot 2527 + (1-0{,}95)^2 \cdot 3105 = 3035,$$

$$y_6^* = 0{,}95 \cdot 6160 + 0{,}95 \cdot (1-0{,}95) \cdot 5241 + 0{,}95 \cdot (1-0{,}95)^2 \cdot 4430 +$$

$$+ 0{,}95 \cdot (1-0{,}95)^3 \cdot 3727 + 0{,}95 \cdot (1-0{,}95)^4 \cdot 3060 +$$

$$+ 0{,}95 \cdot (1-0{,}95)^5 \cdot 2527 + (1-0{,}95)^6 \cdot 3105 = 6112$$

Графіки вихідного та згладженого рівнів показано на рис. 4.1.

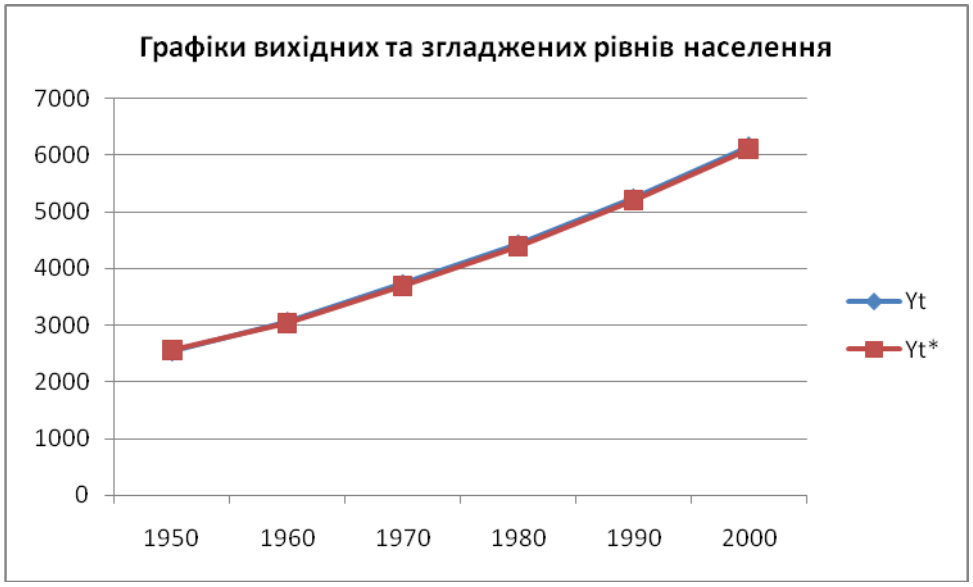

Рис. 4.1. Динаміка населення Землі

3. Аналіз моделей вибору значення коефіцієнта згладжування

При практичному використанні методу експоненційного згладжування виникають деякі ускладнення. Основним з них є вибір значення коефіцієнта згладжування α . Від його значення залежить, як швидко буде зменшуватись вага попередніх спостережень і відповідно до цього степінь їх впливу на загладжуваний рівень. Чим більше значення параметра α , тим меншим буде вплив попередніх рівнів і відповідно менше вони будуть впливати на дію згладжування експоненційної середньої. Пошук компромісного значення параметра згладжування складає задачу оптимізації моделі, яка на даний час ще остаточно не розв'язана.

У ряді випадків (необґрунтовано) величину параметра згладжування пропонують вибирати в інтервалі від 0,1 до 0,3. Інших точних пропозицій для вибору оптимальної величини α поки немає.

В окремих випадках **Браун** запропонував визначати величину параметра згладжування залежно від довжини згладжування ряду за формулою

$$\alpha = \frac{2}{n+1}.$$

Відома також для визначення величини α формула ***Мейєра*** вигляду

$$\alpha \approx \frac{\sigma_n}{\sigma_\varepsilon},$$

де $\sigma_n, \sigma_\varepsilon -$ середньоквадратичне відхилення моделі та вихідного ряду відповідно.

Часто величину параметра згладжування вибирають залежно від необхідної точності прогнозу, використовуючи вирази:

$\sigma_t^2 = \frac{\alpha}{(2-\alpha)^2}\left(1 + 4\beta + 5\beta^2 + 2\alpha(1+3\beta)t + 2\alpha^2 t^2\right)\sigma_\varepsilon^2$ – для лінійної моделі

та

$\sigma_t^2 = \left(2\alpha + 3\alpha^3 + 3\alpha^2 t\right)\sigma_\varepsilon^2$ – (для квадратичної моделі).

ТЕМА 5. АНАЛІТИЧНЕ ВИРІВНЮВАННЯ ТРЕНДА (КРИВІ ЗРОСТАННЯ) ЯК МЕТОД СЕРЕДНЬО-СТРОКОВОГО ПРОГНОЗУВАННЯ

План

1. Поняття про аналітичне вирівнювання тренду.
2. Виявлення та корегування аномальних рівнів.
3. Методи виявлення наявності в часовому ряді тренда.

1. Поняття про аналітичне вирівнювання тренду

Для аналізу тенденції на основі динамічних рядів і побудови прогнозу з врахуванням закономірностей, що склалися в «передісторії», широко застосовується залежність, яка має назву рівняння тренда:

$$y = f(t) + u_t,$$

де $f(t)$ – детермінована випадкова компонента процесу (явища),

u_t – стохастична випадкова компонента процесу.

Якщо у функціональній залежності кожному значенню аргументу відповідає одне єдине значення функції, то в стохастичній закономірності значенню аргументу відповідає не одне певне значення функції, а декілька, тобто певний розподіл цих значень. Тренд відображає тенденцію зміни процесу у часі, описує фактичну усереднену для "передісторії" тенденцію процесу, що вивчається.

Аналітичне вирівнювання тренда – це досить поширений метод прогнозування. Головна мета аналітичного вирівнювання тренда – на його підставі зробити середньостроковий прогноз про розвиток соціально-економічного процесу на майбутній інтервал часу. Його суть полягає у виборі функції (моделі тренда, кривої зростання), яка б найкращим чином описувала тренд, визначенні її параметрів і на цій підставі зробити прогнозування розвитку процесу. Рівняння тренда може бути описане широким спектром аналітичних залежностей, які вивчалися в курсі «Вища математика».

Екстраполяція тренда може бути застосована лише у тому випадку, якщо розвиток процесу достатньо добре описується побудованим рівнянням і умови, які визначають тенденцію

розвитку у минулому, не зазнають значних змін у майбутньому. При додержані цих умов екстраполяція здійснюється шляхом підстановки у рівнянні тренда $y = f(t) + u_t$ значення незалежної змінної t, яка відповідає величині горизонту прогнозування:

$$\hat{y}_{t+L} = f(t_{n+L}),$$

де L – величина горизонту прогнозування (період, на який складається прогноз).

Ці передумові вимагають здійснення попереднього аналізу часових рядів економічних показників, який полягає у виявленні та усередненні аномальних значень рівнів ряду, а також у виявленні тренда у вихідному часовому ряді. Розглянемо ці операції більш докладно.

2. Виявлення та корегування аномальних рівнів ряду

2.1. Поняття аномального рівня ряду

Перед моделювання тренду необхідно провести попередній аналіз часових рядів економічних показників, який полягає насамперед у перевірці однорідності ряду, тобто у виявленні й усуненні ***аномальних значень*** рівнів ряду, а також визначення ***повноти*** даних, можливості їх ***зіставлення*** і ***стійкості.***

За ***аномальний рівень*** приймається окреме значення рівня часового ряду, яке не відповідає потенційним можливостям досліджуваної економічної системи і яке, залишаючись в якості рівня ряду, суттєво впливає на основні часові характеристики ряду динаміки (середній рівень, середній приріст, середній темп зростання, середній темп приросту і т.д.), в тому числі і на відповідну трендову модель.

Причинами аномальних спостережень можуть бути помилки технічного характеру, або ***помилки першого роду***, що виникають при агрегуванні або дезагрегуванні показників чи при передаванні інформації та з інших технічних причин.

АГРЕГУВАННЯ (від латин. ***aggregatio*** – приєднання) – групування споріднених економічних показників за певними узагальненими статистичними ознаками (вимірами). Напр., сумарна величина (загальний обсяг) виробництва промислової продукції певної галузі складається з суми складових усіх промислових підприємств даної галузі.

Похибки першого роду мають бути виявлені й усунуті.

Крім того, аномальні рівні в часових рядах можуть виникати через дію факторів, що мають об'єктивний характер, але проявляються епізодично, дуже рідко. Їх називають ***помилками другого роду***, вони не можуть бути усунутими.

З метою виявлення аномальних рівнів часових рядів використовують ряд статистичних методів.

2.2. Метод Ірвіна

Даний метод передбачає використання формули $\lambda_t = \frac{|y_t - y_{t-1}|}{\sigma_y}$, $t = 2,3,...,n$ де середньоквадратичне відхилення часового ряду $\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n}(y_t - \bar{y})^2}{n-1}}$

Знайдені значення λ_2, λ_3 і т. д. порівнюються з табличними (критичними) значеннями критерію Ірвіна λ_α (табл. 5.1).

Таблиця 5.1

Значення критерію Ірвіна для рівня значущості $\alpha = 0,05$

n	2	3	10	20	30	50	100
λ_α	2,8	2,3	1,5	1,3	1,2	1,1	1,0

Якщо обчислені значення λ_t більші табличних, то відповідні значення y_t рівня ряду вважаються аномальними.

Після виявлення аномальних рівнів ряду обов'язково необхідно визначити причини їх появи. Якщо точно встановлено, що вони викликані похибками першого роду, то ці аномальні рівні вилучаються або їх заміною простою середньою арифметичною двох сусідніх рівнів ряду, або заміною аномальних рівнів відповідними значеннями по кривій, що апроксимує даний числовий ряд.

Для виявлення наявності тренда в вихідному часовому ряду використовується декілька методів, розглянемо два з них, які найбільш широко використовуються в практиці соціально-економічного прогнозування.

3. Методи виявлення наявності в часовому ряді тренда

3.1. Метод перевірки різниць середніх рівнів

Вихідний часовий ряд $y_1, y_2, ..., y_n$ розбивається на дві приблизно рівні частини, кожну з яких розглядають як деяку вибіркову сукупність, що має нормальний розподіл. Якщо часовий ряд має тенденцію до змінювання, то середні значення, обчислені для кожної сукупності, мають **істотно (значно) різнитися** між собою. Якщо розбіжність буде незначною, то часовий ряд не має тенденції.

Алгоритм методу складається з 4 етапів.

1. Вихідний часовий ряд $y_1, y_2, ..., y_n$ розбивається на дві приблизно рівні частини обсягом n_1 *і* n_2 $(n_1 + n_2 = n)$.

2. Для кожної з цих частин обчислюються вибіркові середні значення та вибіркові дисперсії:

$$\bar{y}_1 = \frac{\sum_{t=1}^{n_1} y_t}{n_1},\ \sigma_1^2 = \frac{\sum_{n=1}^{n_1} (y_t - \bar{y}_1)^2}{n_1 - 1},$$

$$\bar{y}_2 = \frac{\sum_{t=n_1+1}^{n_2} y_t}{n_2},\ \sigma_2^2 = \frac{\sum_{n=n_1+1}^{n_2} (y_t - \bar{y}_2)^2}{n_2 - 1},$$

3. Перевіряється допоміжна гіпотеза про рівність дисперсій обох частин ряду за допомогою ***критерію Фішера:***

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2;$$

$$H_A : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2.$$

Для цього порівнюється фактичне значення критерію:

$$F = \begin{cases} \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}, \text{ якщо } \sigma_1^2 > \sigma_2^2; \\ \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}, \text{ якщо } \sigma_1^2 < \sigma_2^2 \end{cases}$$

з табличним значенням розподілу Фішера $F_{табл} = F_{\alpha, k_1, k_2}$, де α – заданий рівень значущості, $k_1 = n_1 - 1$ і $k_2 = n_2 - 1$ – ступені свободи. Величина $1 - \alpha$ називається ***довірчою імовірністю.***

Якщо $F < F_{табл}$, то гіпотеза H_0 про рівність дисперсій приймається і переходять до наступного етапу. В іншому випадку приймається альтернативна гіпотеза H_A і робиться висновок, що цей метод для визначення наявності тренда відповіді не дає.

4. Перевіряється основна гіпотеза про відсутність тренда за допомогою ***t – критерію Стьюдента:***

$$H_0 : \bar{y}_1 = \bar{y}_2;$$

$$H_A : \bar{y}_1 \neq \bar{y}_2.$$

Для цього обчислюється фактичне значення критерію:

$$t = \frac{|\bar{y}_1 - \bar{y}_2|}{\sigma\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}},$$

де σ – середньоквадратичне відхилення різниці середніх:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)\sigma_1^2 + (n_2 - 1)\sigma_2^2}{n - 2}}.$$

Якщо $t \leq t_{табл}$ ($t_{табл} = t_{\alpha,k}$, де α – заданий рівень значущості, $k = n - 2$ – ступені свободи), то нульова гіпотеза H_0 про відсутність тренда приймається. В іншому випадку приймається альтернативна гіпотеза H_A і робиться висновок, що ряд має тренд. При цьому, якщо $\bar{y}_2 > \bar{y}_1$, то тренд зростаючий.

3.2. Метод Фостера-Стюарта

Даний метод має більше можливостей і забезпечує більш вірогідні результати порівняно з попереднім методом. Крім тренда самого ряду (тренда в середньому), він дозволяє встановити наявність тренда дисперсії часового ряду. Якщо тренда дисперсії нема, то розкид рівнів ряду такий, що дисперсія зростає, тобто ряд розхитується і т. п.

Алгоритм методу складається з 4 етапів.

1. Будуються дві допоміжні послідовності: при порівнянні кожного рівня вихідного часового ряду, починаючи з другого, з усіма попередніми, при цьому:

$$k_t = \begin{cases} 1, \text{ якщо } y_t > y_{t-1}, \ldots, y_1 \\ 0, \text{ в інших випадках;} \end{cases}$$

$$l_t = \begin{cases} 1, \text{ якщо } y_t < y_{t-1},\ldots,y_1, \\ 0, \text{ в інших випадках}, \end{cases}$$
$$t = 2,3,\ldots,n.$$

2. Обчислюються величини s і d за формулами:

$$s = \sum_{t=2}^{n}(k_t + l_t),\ d = \sum_{t=2}^{n}(k_t - l_t),$$

які асимптотично нормальні й мають незалежні розподіли.

За допомогою s можна перевірити, чи існує тренд в середній, а d дає змогу виявити тренд в дисперсіях. Величина s, що характеризує зміну часового ряду, приймає значення від 0 (усі рівні ряду рівні між собою) до $n-1$ (ряд монотонний). Величина d характеризує зміну дисперсії рівнів часового ряду і змінюється від $-(n-1)$, коли ряд монотонно спадає, до $(n-1)$, коли ряд монотонно зростає.

3. Перевіряються гіпотези:

1) $\begin{matrix} H_0 : s = \mu; \\ H_A : s \neq \mu \end{matrix}$ про рівність s і μ,

де $\mu-$ математичного сподівання величини s для ряду, в якому всі рівні випадкові;

2) $\begin{matrix} H_0 : d = 0; \\ H_A : d \neq 0 \end{matrix}$ про рівність $d = 0$.

Якщо гіпотези приймаються, то це означає, що відповідного тренду не існує.

Ця перевірка здійснюється шляхом використання фактичних значень критерію Стьюдента для середньої і дисперсії

$$t_s = \frac{|s-\mu|}{\sigma_1}, \qquad \sigma_1 = \sqrt{2\ln n - 3{,}4253},$$

$$t_d = \frac{|d-0|}{\sigma_2}, \qquad \sigma_2 = \sqrt{2\ln n - 0{,}8456},$$

де $\sigma_1, \sigma_2 -$середньоквадратичне відхилення для величини s та d відповідно.

Для розрахунків використовують табульовані значення величин μ, σ_1, σ_2 (табл. 5.2).

Таблиця 5.2

n	**10**	**15**	**20**	**30**	**40**
μ	3,858	4,636	5,195	5,990	6,557
σ_1	1,288	1,410	1,677	1,882	2,019
σ_2	1,964	2,140	2,279	2,447	2,561

4. Фактичні значення t_s і t_d порівнюються з табличними значеннями розподілу Стьюдента $t_{табл} = t_{\alpha,k}$, де α – заданий рівень значущості, $k = n - 1$ – ступінь свободи.

Якщо $t \le t_{табл}$, то гіпотеза H_0 про відсутність відповідного тренда приймається. Це означає, що відхилення є випадковими, отже, тренда немає. В протилежному випадку приймається альтернативна гіпотеза H_A, тобто відхилення є невипадковими (суттєвими), отже тренд існує.

Наприклад, коли $t_s > t_\alpha$, а $t_d < t_\alpha$, то для даного часового ряду є тренд у середньому, а тренда дисперсій рівнів ряду нема.

ТЕМА 6. ТРЕНДОВІ МОДЕЛІ ЗА КРИВИМИ ЗРОСТАННЯ

План

1. Загальна характеристика кривих зростання.
2. Методи вибору форми тренду.
3. Розрахунок параметрів кривих зростання МНК.
4. Оцінка адекватності й точності трендових моделей.
5. Розрахунок точності трендових моделей.
6. Прогнозування економічної динаміки за трендовими моделями.

1. Загальна характеристика кривих зростання

Якщо існує певна закономірність в динаміці деякого економічного явища або процесу, то тенденція зміни може бути встановлена добором відповідної функції $y(t) = f(t)$.

Така емпірична функція, що називається ***крива зростання***, є ефективним засобом дослідження часового ряду і його прогнозування.

Щоб правильно підібрати найкращу криву зростання для моделювання і прогнозування економічного явища необхідно знати особливості кожного виду кривих. Найчастіше в економіці використовують лінійні (поліноміальні), експоненціальні та $S-$ подібні криві зростання.

Лінійна (поліноміальна) трендова модель:

$$y_t^* = \sum_{r=-q}^{s} a_r y_{t+r},$$

де y_t^* – згладжене (вирівняне) значення рівня на момент часу t;

a_r – вага, яка надається рівню ряду, котрий знаходиться на інтервалі r від моменту часу t; s – кількість рівнів після моменту часу t; q – кількість рівнів до моменту часу t.

Залежно від того, які значення приймають a_r, згладжування за цією формулою буде виконуватись або за методом ковзної середньої, або за методом експоненціального згладжування.

Найпростіші **поліноміальні криві зростання**:

$\hat{y}_t = a_0 + a_1 t$ – першого степеня;

$\hat{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$ – другого степеня;

$\hat{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$ – третього степеня і т.д.

Параметр a_1 характеризує **лінійний приріст (швидкість зростання),** параметр a_2 – **прискорення зростання,** параметр a_3 – **зміну прискорення зростання,** a_0 – вільний член функції.

Парабола другого порядку описує рух із **рівномірною зміною прискорення** як у додатному, так і в протилежному напрямі. Характерним для таких економічних є рівноприскорене зростання або спад їх розвитку. У параболі третього порядку **приріст** може змінювати свій знак один раз або двічі

Для поліному першого степеня характерним є сталий закон зростання. Якщо обчислити перші прирости за формулою $u_t^{[1]} = y_t - y_{t-1}, t = 1,2,...,n$, то вони будуть сталої величини і будуть рівними. Якщо перші прирости обчислити для поліному другого степеня, то вони будуть мати лінійну залежність від часу і ряд із перших приростів $u_1, u_2, , , , , u_n$ на графіку буде подано прямою лінією. Другі прирости $u_t^{[2]} = u_t^{[1]} - u_{t-1}^{[1]}$ для поліному другої степені будуть сталими.

Для поліному третього степеня перші прирости будуть поліномами другого степеня, другі прирости будуть лінійною функцією часу, а треті прирости, які відповідають формулі $u_t^{[3]} = u_t^{[2]} - u_{t-1}^{[2]}$ будуть сталою величиною.

На підставі вказаного можна виділити такі властивості поліноміальних кривих зростання:

а) від поліному високого порядку можна шляхом обчислення послідовних різниць (приростів) перейти до поліномів більш низького порядку;

b) значення приростів для поліномів довільного порядку не залежить від значень самої функції y_t^*.

Таким чином, поліноміальні криві зростання можна використовувати для апроксимації та прогнозування соціально-економічних процесів, у яких подальший розвиток не залежить від досягнутого рівня.

Використання експоненціальних кривих зростання передбачає, що подальший розвиток соціально-економічного процесу залежить від досягнутого рівня, наприклад, приріст

залежить від значення функції. В економіці найчастіше використовують два різновиди експоненціальних (показникових) кривих зростання. До них відносять просту та модифіковану експоненти.

Проста експонента задається функцією

$$\hat{y}_t = ab^t,$$

де $a, b -$ додатні числа, причому, якщо $b > 1$, то крива зростає при збільшенні часу t, якщо $b < 1$, то крива спадає. Дана функція описує процес зі сталим темпом зростання і сталим темпом приросту. Відмітимо, що ордината цієї функції змінюється зі сталим темпом приросту. Якщо взяти відношення приросту до самої ординати, воно буде сталою величиною, тобто

$$\frac{u_t}{y_t} = \frac{y_t - y_{t-1}}{y_t} = 1 - \frac{1}{b}.$$

Візьмемо логарифм цієї функції по довільній основі

$$\log \hat{y}_t = \log a + t \log b.$$

Видно, що логарифми ординати простої експоненти лінійно залежать від часу.

Модифікована експонента описує процеси, що характеризуються насиченням і має вигляд

$$\hat{y}_t = k + ab^t,$$

де $a, b -$ параметри, причому $a < 0, 0 < b < 1$, $k -$ асимптота функції, тобто значення функції необмежено наближуються знизу до k.

Якщо взяти логарифми перших приростів даної функції, то отримаємо функцію, яка лінійно залежить від часу, а якщо знайти відношення двох послідовних приростів, то воно буде сталою величиною, тобто

$$\frac{u_t}{u_{t-1}} = \frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1} - y_{t-2}} = b.$$

До $S -$ **подібних кривих зростання** найчастіше відносять криву Гомперця та логістичну криву.

У маркетингових дослідженнях, відбиваючи основну тенденцію у страхових, демографічних та інших розрахунках, використовується **крива Гомперця**

$$\hat{y}_t = ka^{b^t},$$

де a, b – додатні параметри, k – асимптота функції,
або

$$\log \hat{y}_t = \log r + b^t \log a .$$

Найчастіше використовується функція, коли і $b < 1$ і $\log a < 0$, тобто коли на першому етапі приріст є незначним і **повільно** збільшується зі зростанням t.

На другому ж етапі приріст швидко починає зростати і після досягнення точки перегину повільно прямує до асимптотичної прямої k. Такою кривою описують, наприклад, динаміку показників життя, моделюють показники народжуваності, смертності населення і т.д.

Логарифм кривої Гомперця є експоненціальною кривою. Логарифм відношення першого приросту до самої ординати функції становить лінійну функцію часу.

Логістична крива чи **крива Перла-Ріда** є зростаючою функцією, яка найчастіше подається виразами:

$$\hat{y}_t = \frac{k}{1 + ae^{-bt}}, \quad \hat{y}_t = \frac{k}{1 + 10^{a+bt}},$$

де a, b – додатні параметри; k – граничне значення функції при нескінченному зростанні часу.

В економіці застосовується для опису процесів, для яких характерне на початку повільне зростання, а далі, з часом, воно прискорюється і наприкінці – спадає, наближаючись до певної межі (асимптоти). Наприклад, попит на продукцію, яка ще недавно була дефіцитною, у мірі зростання її виробництва починає поволі спадати і зупиняється на певному рівні, наближаючись до асимптоти.

Якщо взяти похідну цієї функції, то побачимо, що швидкість зростання логістичної кривої в кожний момент часу пропорційна досягнутому рівню функції та різниці між значенням k і досягнутим рівнем. Логарифм відношення першого приросту логістичної кривої до квадрата її значення (ординати) є лінійною функцією часу.

Конфігурація графіка логістичної кривої близька до графіка кривої Гомперця, однак, на відміну від неї, логістична крива має точку симетрії, яка збігається з точкою перегинання.

2. Методи вибору форми тренду

Наступні криві характеризують такі типи динаміки рядів.

Монотонному зростанню (спаданню) процесу відповідають лінійна, параболічна, показникові, проста та модифікована експоненціальна, гіперболічна (головним чином для спадаючого процесу) функції та їх комбінації.

Для моделювання динамічних рядів, у яких проявляється швидкий розвиток на початку ряду, спадання і насичення до його кінця, тобто, які характеризуються прямуванням до деякої граничної величини, використовуються логістичні криві.

Якщо рівні ряду зростають в арифметичній прогресії, то доцільно згладжування здійснювати прямою лінією, а коли зростання рівнів ряду іде в геометричній прогресії, то згладжування необхідно здійснювати показниковою функцією.

Вибір апроксимуючої кривої, як правило, відбувається вже за згладженим рядом. Відомо декілька методів вибору форми кривої, що адекватна заданому динамічному ряду.

1. Візуальний – вибір форми тренду на основі графічного зображення динамічного часового ряду – ***кореляційного поля***. На результат вибору впливає масштаб графічного зображення. Графіки різних кривих зростання розглядалися в курсах вищої математики, економетрії та ЕММ (повторити). За графіком і за результатами теоретичного аналізу даної тенденції можна передбачити характер тієї чи іншої динаміки економічного процесу.

2. Метод послідовних різниць (метод Тінтнера).

Цей метод може використовуватись для попереднього вибору поліноміальної кривої, якщо, по-перше, рівні часового ряду складають тільки трендову та випадкову компоненти, по-друге, тренд є достатньо гладким, щоб його можна було апроксимувати поліномом певного степеню.

Обчислюються прирости до порядку k включно:

$$u_t^{[1]} = y_t - y_{t-1}, \qquad u_t^{[2]} = u_t^{[1]} - u_{t-1}^{[1]},$$

$$u_t^{[3]} = u_t^{[2]} - u_{t-1}^{[2]}, \qquad \ldots \qquad u_t^{[k]} = u_t^{[k-1]} - u_{t-1}^{[k=1]}$$

доти, доки різниці не будуть майже однаковими. Порядок рівності таких різниць беруть за степінь многочленна для вирівнювання основної тенденції динаміки. Якщо перші різниці

майже рівні, тренд описують **прямою**, якщо однакові значення мають другі різниці, динаміку вирівнюють **параболою другого порядку** і т.д.

З метою апроксимації економічних процесів, як правило, обчислюють прирости до 4-го порядку.

Далі обчислюються дисперсії для вихідного ряду

$$\sigma_0^2 = \frac{\sum_{t=1}^{n} y_t^2 - \frac{\left(\sum_{t=1}^{n} y_t\right)^2}{n}}{n-1},$$

та для кожного різницевого ряду порядку $k = 1,2,\ldots$

$\sigma_k^2 = \frac{\sum_{t=k+1}^{n} \left(u_t^{[k]}\right)^2}{(n-k)C_{2k}^k}$, де $C_{2k}^k = \frac{(2k)!}{k!(2k-k)!}$ – біноміальний коефіцієнт.

Здійснюється порівняння кожної наступної дисперсії з попередньою, тобто обчислюються величини $\left|\sigma_k^2 - \sigma_{k-1}^2\right|$ і, якщо для будь-якого k ця величина не перевершує деякої наперед заданої додатної величини, тобто дисперсії одного порядку, то степінь поліному апроксимації повинна бути $k-1$.

3. За критерій вибору форми тренду беруть суму квадратів відхилень значень рівнів від розрахункових, отриманих на основі вирівнювання часового ряду. Із множини функцій вибирають таку, якій відповідає мінімальне значення цього критерію.

4. Метод характеристик приросту – полягає в тому, що вибір форми кривої відбувається за попередньою статистичною обробкою динамічного ряду.

Попередня обробка складається з наступних етапів.

1). Згладжування часового ряду методом ковзної середньої. Наприклад, для інтервалу згладжування $m = 3$ згладжені криві обчислюються за формулою $y_t^* = \frac{y_{t-1} + y_t + y_{t+1}}{3}$, причому, щоб не загубити перший та останній рівні, їх згладжують за формулами:

$$y_1^* = \frac{5y_1 + 2y_2 - y_3}{6}, \qquad y_n^* = \frac{-y_{n-2} + 2y_{n-1} + 5y_n}{6}.$$

2). Обчислення середніх приростів для згладженого ряду.

Перші середні прирости

$$U_t^{[1]} = \frac{y_{t+1}^* - y_{t-1}^*}{2}, \quad t = 2,3,...,n-1,$$

другі середні прирости

$$U_t^{[2]} = \frac{U_{t+1}^{[1]} - U_{t-1}^{[1]}}{2}, \quad t = 3,4,...,n-2,$$

3). Обчислення похідних характеристик приростів, пов'язаних з обчисленими середніми приростами та згладженими рівнями ряду:

$$\frac{U_t^{[1]}}{y_t^*}, \; log_a \left|U_t^{[1]}\right|, \; log_a \frac{\left|U_t^{[1]}\right|}{y_t^*}, \; log_a \frac{\left|U_t^{[1]}\right|}{y_t^{*2}}$$

Відповідно до характеру їх зміни вибирається вид кривої зростання вихідного часового ряду згідно таблиці 6.1. Далі за допомогою специфікації потрібно вибрати найкращий варіант, використовуючи певний кількісний критерій.

Таблиця 6.1

Характеристики зміни показників середніх приростів

Характеристика приростів	**Характер зміни**	**Вид функції**
Перші середні прирости $U_t^{[1]}$	Майже рівні	Пряма
Перші середні прирости $U_t^{[1]}$	Змінюються лінійно	Парабола 2-го порядку
Другі середні прирости $U_t^{[2]}$	Змінюються лінійно	Парабола 3-го порядку
$\frac{U_t^{[1]}}{y_t^*}$	Майже рівні	Проста експонента
$log\, U_t^{[1]}$	Змінюється лінійно	Модифікована експонента
$log \frac{U_t^{[1]}}{y_t^*}$	Змінюється лінійно	Крива Гомперця
$log \frac{U_t^{[1]}}{y_y^{*2}}$	Змінюється лінійно	Логістична крива

3. Розрахунок параметрів кривих зростання МНК

Після того як було вибрано апроксимуючу модель (криву зростання) необхідно чисельно оцінити її параметри.

З курсів «Економетрика» та «Економіко-математичне моделювання» відомо, що параметри поліноміальних кривих оцінюються, як правило, **методом найменших квадратів (МНК),** який вимагає, щоб сума квадратів відхилень фактичних рівнів ряду від відповідно вирівняних за певною кривою зростання, була мінімальною, тобто

$$\sum u_t^2 = \sum (y_t - \hat{y}_t)^2 \to min,$$

де y_t – фактичне значення функції; $\hat{y}_t$ – розрахункове значення функції.

Для лінійного рівняння $\hat{y}_t = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 t$ маємо:

$$\sum (y_t - \hat{a}_0 - \hat{a}_1 t)^2 \to min.$$

Після нескладних перетворень отримуємо систему нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} \sum y_t = \hat{a}_0 n + \hat{a}_1 \sum t, \\ \sum y_t t = \hat{a}_0 \sum t + \hat{a}_1 \sum t^2, \end{cases}$$

розв’язавши яку, отримуємо оцінки параметрів рівняння:

$$\begin{cases} \hat{a}_1 = \dfrac{\sum (t - \bar{t})(y_t - \bar{y})}{\sum (t - \bar{t})^2}, \\ \hat{a}_1 = \bar{y} - \hat{a}_t \bar{t}. \end{cases}$$

Нелінійні моделі зводяться до лінійної моделі за допомогою логарифмування та відповідної заміни.

4. Оцінка адекватності й точності трендових моделей

Питання про можливість застосування функції для аналізу і прогнозування того чи іншого економічного явища може бути розв’язане тільки після встановлення її ***адекватності,*** тобто встановлення відповідності розрахованої моделі досліджуваному об’єкту чи процесу.

Трендова модель $\hat{y}_t$ конкретного часового ряду y_t буде адекватною, якщо вона правильно відображає систематичні компоненти часового ряду. Ця вимога еквівалентна тому, щоб

залишки $u_t = y_t - \hat{y}_t \quad (t = 1,2,...,n)$ задовольняли властивостям випадкової складової ряду:

1) випадковість коливань послідовності залишків;
2) відповідність залишків нормальному закону розподілу;
3) рівність нулю математичного сподівання залишків;
4) незалежність значень рівнів залишків.

4.1. Перевірка випадковості коливань рівнів послідовності залишків

Ця перевірка має бути проведена насамперед для підтвердження гіпотези про достовірність вибору виду тренда. Для дослідження випадковості відхилень від тренду потрібно розрахувати послідовність залишків $u_t = y_t - \hat{y}_t \quad (t = 1,2,\ldots,n)$.

Характер цих відхилень вивчається за допомогою **методу серій,** що ґрунтується на медіані вибірки та **метод піків (поворотних) точок.**

Алгоритм методу серій

1. Ряд залишків u_t ранжують в порядку зростання (або спадання), тобто будується новий ряд, де першим розташовується найменше значення $u_t \ (t = 1,2,\ldots,n)$, другим – найменше із решти значень $u_t \ (t = 1,2,\ldots,n-1)$ і т.д., останнім розташовується найбільше значення із усіх u_t.

Потім знаходять його медіану:

серединне значення побудованого варіаційного ряду

$$u_{me} = u_{\frac{n+1}{2}}, \text{ якщо } n - \text{непарне},$$

і середнє арифметичне із двох серединних значень

$$u_{me} = \frac{u_{\frac{n}{2}} + u_{\frac{n}{2}+1}}{2}, \text{ якщо } n - \text{парне}.$$

2. Кожне значення вихідної послідовності залишків u_t порівнюють із медіаною u_{me}:

якщо $u_t > u_{me}$, то ставиться знак «+»;

якщо $u_t < u_{me}$, то ставиться знак «–»;

якщо $u_t = u_{me}$, то відповідне значення u_t не враховується.

Утворюється послідовність, що складається з «+» та «–».

Послідовність плюсів або мінусів, які розташовані підряд, називається ***серія.*** Якщо є один «+» («–»), що чергується з «–» («+»), то його потрібно вважати окремою серією.

3. Визначається загальна кількість серій V і найбільша протяжність однієї з серій k_{max}.

Для того, щоб послідовність залишків мала випадковий характер, протяжність найдовшої серії k_{max} не повинна бути досить великою, а загальна кількість серій V не повинна бути досить малою.

4. Значення послідовності u_t приймаються випадковими для рівня значущості $\alpha = 0,05$ тільки тоді, коли одночасно виконуються дві умови:

$$k_{max} < [3,3(\lg n) + 1] \text{ і } V > \left\lfloor 0,5\left(n + 1 - 1,96\sqrt{n-1}\right)\right\rfloor,$$

де квадратні дужки визначають цілу частину числа.

Якщо хоча б одна нерівність порушується, то гіпотеза про випадковий характер залишків часового ряду відхиляється і, відповідно, трендова модель є **неадекватною.**

Алгоритм методу піків

1. У послідовності залишків вибираються поворотні точки.

Поворотною точкою є значення рівня залишків, що більше (менше) від обох сусідніх рівнів, тобто

$$u_{t-1} < u_t > u_{t+1}, \text{ або } u_{t-1} > u_t < u_{t+1}$$

2. Визначається загальна кількість поворотних точок $П$.

3. Обчислюється математичне сподівання поворотних точок $\overline{П}$ і їх дисперсія $\sigma_П^2$ за умови випадкової вибірки залишків:

$$\overline{П} = \frac{2}{3}(n-2); \quad \sigma_П^2 = \frac{16n - 29}{90}.$$

4. Для рівня значущості $\alpha = 0,05$ приймається, що значення послідовності u_t є випадковими, якщо виконується нерівність $П > \left\lfloor \overline{П} - 1,96\sqrt{\sigma_П^2} \right\rfloor$. де квадратні дужки означають цілу частину числа.

Якщо ця нерівність не виконується, трендова модель вважається неадекватною**.**

4.2. Перевірка відповідності розподілу випадкової компоненти нормальному закону

Ця перевірка може бути проведена лише наближено.

Алгоритм методу на основі асиметрії та ексцесу

1. Для нормального закону розподілу показники асиметрії $\hat{\gamma}_1$ та ексцесу $\hat{\gamma}_2$ в генеральній сукупності дорівнюють нулю.

Припустимо, що відхилення від тренду є вибіркою з генеральної сукупності.

Обчислимо вибіркові значення асиметрії $\hat{\gamma}_1$ та ексцесу $\hat{\gamma}_2$ та їх середньоквадратичні відхилення $\sigma_{\hat{\gamma}_1}$ і $\sigma_{\hat{\gamma}_2}$:

$$\hat{\gamma}_1 = \frac{\frac{1}{n}\sum u_t^3}{\sqrt{\left(\frac{1}{n}\sum u_t^2\right)^3}}; \quad \hat{\sigma}_{\hat{\gamma}_1} = \sqrt{\frac{6(n-2)}{(n+1)(n+3)}};$$

$$\hat{\gamma}_2 = \frac{\frac{1}{n}\sum u_t^4}{\left(\frac{1}{n}\sum u_t^2\right)^2} - 3; \; \hat{\sigma}_{\hat{\gamma}_1} = \sqrt{\frac{24n(n-2)(n-3)}{(n+1)^2(n+3)(n+5)}};$$

2. Якщо одночасно виконуються умови:

$$|\hat{\gamma}_1| < 1{,}5\hat{\sigma}_{\gamma_1}; \quad \left|\hat{\gamma}_2 + \frac{6}{n+1}\right| < 1{,}5\hat{\sigma}_{\gamma_2}$$

то гіпотеза про нормальний розподілу випадкових залишків приймається і модель вважається адекватною**.**

Якщо виконується хоча б одна з умов

$$|\hat{\gamma}_1| > 2\hat{\sigma}_{\gamma_1}; \quad \left|\hat{\gamma}_2 + \frac{6}{n+1}\right| \geq 2\hat{\sigma}_{\gamma_2},$$

то гіпотеза про нормальний закон розподілу випадкової компоненти u_t відхиляється і модель вважається неадекватною**.**

Алгоритм методу *RS – критерію*

1. Обчислимо величину розмаху між рівнями ряду залишків

$$R = u_{max} - u_{min},$$

та їх виправлене стандартне відхилення

$$S = S_{\hat{y}} = \sqrt{\frac{\sum u_t^2}{n-1}}.$$

2. Обчислимо фактичне значення ***RS*** **–*критерію***

$$RS = \frac{R}{S}.$$

3. Розраховане значення величини ***RS*** порівнюється з табличним ***RS*** –критерієм (а саме, з його нижньою та верхньою межею для рівня значущості α).

Якщо це значення не попадає в інтервал між критичними межами, то для заданого рівня значущості гіпотеза про нормальний закон випадкової складової u_t відхиляється.

Таблиця 6.2

Значення *RS*-критерію для $\alpha = 0,05$

n	Нижня межа	Верхня межа
10	2,67	3,685
20	3,18	4,49
30	3,47	4,849

4.3. Перевірка рівності нулю математичного сподівання

1. Якщо випадкові значення послідовності u_t розподілені за нормальним законом, то виконується перевірка рівності нулю математичного сподівання залишків.

Розраховується фактичне значення критерію:

$$t_p = \frac{\bar{u}_t - 0}{\sigma_u}\sqrt{n},$$

де $\bar{u}_t = \frac{\sum u_t}{n}$ – середнє арифметичне рівнів залишків, σ_u – середнє квадратичне відхилення залишків.

2. Якщо розрахункове значення t_p менше табличного $t_{табл} = t_{\alpha,n-1}$ для рівня значущості α та ступенів свободи $k = n-1$, тобто $t_p < t_{табл}$, то гіпотеза про рівність нулю математичного сподівання випадкової складової **приймається**, в протилежному випадку – відхиляється.

4.4. Перевірка незалежності значень рівнів залишків

З метою перевірки наявності кореляції між сусідніми відхиленнями u_t використовують метод Дарбіна-Уотсона, фон Неймана і т.д. (курс «Економетрика»).

За **методом Дарбіна-Уотсона** обчислюється розрахункове значення DW – критерію за формулою

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^{n}(u_t - u_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n} u_t^2},$$

Обчислене таким чином значення DW – критерію порівнюється з його нижнім DW_1 та верхнім DW_2 критичними значеннями.

Якщо $DW_2 < DW < 4 - DW_2$, то приймається гіпотеза про відсутність кореляції між сусідніми значеннями послідовності u_t. Якщо $DW_1 < DW < DW_2$ і $4 - DW_2 < DW < 4 - DW_1$ то даний метод відповіді не дає, необхідні додаткові дослідження.

5. Розрахунок точності трендових моделей

Перевірка адекватності та точності регресійних моделей розглядалася в курсах «Економетрика».

Висновок про адекватність трендової моделі робиться тоді, коли всі попередні перевірки властивостей залишків дають позитивні результати.

Для адекватних моделей повинно бути поставлене питання про точність моделі.

Точність характеризується величиною відхилень значень рівнів ряду за кривою зростання від фактичного рівня.

Розглянемо систему показників, які можна застосовувати як статистичні показники точності моделі.

Середнє квадратичне відхилення

$$\sigma_u = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n}(y_t - \hat{y}_t)^2}{n - m}},$$

де n – кількість рівнів ряду; m – кількість параметрів, що має функцію зростання; y_t – фактичний рівень ряду; $\hat{y}_t$ – значення рівня за трендовою моделлю.

Середня відносна помилка апроксимації:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left|\frac{y_t - \hat{y}_t}{y_t}\right| 100\%.$$

Рівень $\bar{\varepsilon}$	**Висновки щодо прогнозу**
Менше як 10%	Висока якість
10-20%	Досить добра якість
21-50%	Задовільна якість
Більше 50%	Незадовільна якість

Коефіцієнт збіжності

$$\varphi^2 = \frac{\sum_{t=1}^{n}(y_t - \hat{y}_t)^2}{\sum_{t=1}^{n}(y_t - \bar{y})^2}.$$

Коефіцієнт детермінації

$$R^2 = 1 - \varphi^2 = \frac{\sum_{t=1}^{n}(\hat{y} - \bar{y})^2}{\sum_{t=1}^{n}(y_t - \bar{y})^2}.$$

Його величина може приймати значення $0 \le R^2 \le 1$ і характеризує частку зміни емпіричних даних, яка пояснюється обраною моделлю. Тому чим більше значення коефіцієнта детермінації, тим більш якісною є обрана за найкращу модель.

За цими показниками можна зробити вибір із декількох трендових моделей і обрати найбільш точну. Інколи можуть бути випадки, коли за деякими показниками буде точна одна з моделей, а за другими – інша. Тоді потрібні додаткові дослідження та уточнення моделі.

6. Прогнозування економічної динаміки за трендовими моделями

6.1. Загальні поняття

Головною метою дослідження трендових моделей економічної динаміки є розрахунок прогнозів про розвиток досліджуваного процесу.

Прогнозування часового ряду ґрунтується на ***методі екстраполяції***, тобто, спостерігаючи ту чи іншу тенденцію зміни процесу в минулому, продовжуємо її з певною ймовірністю у майбутній період. Згідно з цим припускається, що прогнозуючий економічний показник формується під впливом великої кількості факторів, визначити кожний з яких або неможливо, або відсутня кількісна інформація про їхній рівень.

У цьому випадку зміну тенденції певного економічного показника пов'язують не з факторами, а з плином часу, що відбивається на рівнях часового ряду. Застосування методу екстраполяції, використовуючи криві зростання, базується на двох припущеннях:

1) часовий ряд дійсно має тренд;

2) тенденція, що виявлена в минулому періоді, не буде мати суттєвих змін у майбутньому.

Процес екстраполяційного прогнозування економічної динаміки за трендовими моделями складається з 7 етапів:

1) попередній аналіз даних;

2) вибір найбільш ефективної моделі – кривої зростання;

3) чисельне оцінювання параметрів моделі;

4) визначення адекватності моделі;

5) оцінювання точності моделі;

6) розрахунок точкового й інтервального прогнозів;

7) верифікація прогнозу.

У попередніх темах було розглянуто перших п’ять етапів. Розглянемо два останні етапи прогнозування.

6.2. Розрахунок точкового й інтервального прогнозів

Прогноз за трендовими моделями містить дві складові: точковий й інтервольний.

Точковий прогноз визначається окремим показником прогнозованого процесу, коли в рівняння його трендової моделі

підставлено значення часу t, що відповідає **періоду упередження** $t = n+1, n+2,...,n+L$.

Період упередження (або прогнозований період) визначає період часу від моменту, для якого є останні статистичні дані про об'єкт, до моменту його прогнозованого значення.

Його довжина залежить від специфіки об'єкта прогнозування, а саме від часу його функціонування, інтенсивності зростання показників, довготривалості дії виявлених тенденцій і закономірностей.

Інтервальний прогноз розраховується визначенням ***довірчого інтервалу*** – такого інтервалу, де з певною імовірністю можна очікувати появу фактичного значення прогнозованого економічного показника. Розрахунок довірчих інтервалів у прогнозуванні з використанням кривих зростання базується на висновках і формулах теорії регресії (курс «Економетрія»).

Методи, які розроблені для статистичних сукупностей, дозволяють розрахувати довірчий інтервал, що залежить від стандартної помилки оцінки прогнозуючого показника, періоду упередження, кількості рівнів в часовому ряду і рівня значущості α.

Стандартна (середня квадратична похибка) $S_{\hat{y}}$ оцінки прогнозованого показника визначається за формулою:

$$S_{\hat{y}} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n}(y_t - \hat{y}_t)^2}{n-m}},$$

де y_t – фактичні значення рівнів часового ряду для періоду t; $\hat{y}_t$ – розрахункові значення відповідного показника за кривою зростання; n – кількість рівнів ряду; m – кількість параметрів моделі.

У випадку прямолінійного тренду, розраховуючи інтервал довіри U_y, часто використовують аналогічну формулу для парної регресії: $U_y = \hat{y}_{n+L} \pm t_\alpha S_{\hat{y}} \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{3(n+2L-1)^2}{n(n^2-1)}}$,

де L – період упередження; $\hat{y}_{n+L}$ – точковий прогноз за моделлю на $(n+L)$ – й період часу; $S_{\hat{y}}$ – стандартна похибка

$S_{\hat{y}} = \sqrt{\dfrac{\sum_{t=1}^{n}(y_t - \hat{y}_t)^2}{n-2}}$; t_α – табличне значення критерію Стьюдента для рівня значущості α.

Іноді для розрахунків інтервалів довіри прогнозу відносно лінійного тренду застосовують попередню формулу в дещо іншому вигляді. а саме $U_y = \hat{y}_{n+L} \pm t_\alpha S_y \sqrt{1 + \dfrac{1}{n} + \dfrac{(t_L - \bar{t})^2}{\sum_{t=1}^{n}(t - \bar{t})^2}}$,

де t – порядковий номер рівня ряду $(t = 1,2,...,n)$; підсумування ведеться за всіма спостереженнями; t_L відповідає $(n+L)$ – му періоду часу, для якого робиться прогноз; $\bar{t}$ – час, що відповідає середині періоду спостережень для вихідного ряду, наприклад $\bar{t} = \dfrac{n+1}{2}$.

Попередню формулу можна спростити, якщо перенести початок розрахунку на серединуперіоду спостережень $(\bar{t} = 0)$.

Тоді $U_y = \hat{y}_{n+L} \pm t_\alpha S_y \sqrt{1 + \dfrac{1}{n} + \dfrac{t_L^2}{\sum_{t=1}^{n} t^2}}$.

Інтервали довіри прогнозу відносно тренду, що має вид поліному другого чи третього порядку:

$$U_y = \hat{y}_{n+L} \pm t_\alpha S_y \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{t_L^2}{\sum_{t=1}^{n} t^2} + \frac{\sum_{t=1}^{n} t^4 - 2t_L^2 \sum_{t=1}^{n} t^2 + nt_L^4}{n\sum_{t=1}^{n} t^4 - \left(\sum_{t=1}^{n} t^2\right)^2}}.$$

Аналогічно розраховуються інтервали довіри для експоненціальної кривої зростання, а також для кривих, що мають асимптоту (модифікована експонента, крива Гомперця, логістична крива), якщо значення асимптоти відоме.

Оптимальна довжина періоду упередження визначається окремо для кожного економічного явища з урахуванням статистичного коливання початкових даних, ґрунтуючись на змістовному міркуванні про стабільність явища. Ця довжина, як правило,

не перевищує для рядів річних спостережень ***однієї третьої обсягу даних***, а для квартальних і помісячних рядів ***двох років***.

Вирівнюючи часові ряди за допомогою кривих зростання, потрібно вирішувати питання і про те, якої довжини має бути ряд, що вибирається для прогнозування. Очевидно, у разі короткого динамічного ряду, тенденція може бути не виявлена. З іншого боку, досить довгий часовий ряд може охоплювати періоди з різними трендами і його описування за допомогою однієї і тієї ж кривої зростання не дасть позитивних результатів. Тому рекомендується наступне. Якщо немає змістовних якісних і кількісних міркувань стосовно динаміки того чи іншого явища, то для його прогнозування слід обирати ряди більш-менш довгих часових періодів.

Якщо динаміка економічного явища має циклічну складову, слід брати період ряду від середини першого до середини останнього періоду циклу. Коли ряд охоплює періоди з різними трендами, краще скоротити його, відкинувши найбільш ранні рівні, що стосуються іншої тенденції розвитку.

6.3. Верифікація прогнозу

Для екстраполяційного прогнозування економічної динаміки з використанням трендових моделей важливим є заключний етап — ***верифікація прогнозу***.

Верифікація будь-яких дескриптивних моделей, до яких належать і трендові моделі, зводиться до зіставлення розрахункових значень за моделлю з відповідними дійсними даними певного економічного показника.

Верифікація прогнозної моделі являє собою ***сукупність критеріїв, способів і процедур, які дають змогу, спираючись на багатосторонній аналіз, оцінити якість прогнозу.***

Однак найчастіше на етапі верифікації в більшій мірі відбувається оцінка ***методу прогнозування***, за допомогою якого був здобутий результат, ніж ***оцінка якості*** самого результату. Це пов'язано з тим, що досі не знайдено ефективного підходу до оцінки якості прогнозу.

Навіть в тих випадках, коли прогноз не справдився, не можна категорично стверджувати, що він був некорисним, оскільки дослідник, якщо він хоча б частково контролює хід подій і може впливати на економічний процес, має можливість

використати прогнозну інформацію бажаним для себе способом.

Так, якщо дістати прогноз, що визначає небажану динаміку розвитку, дослідник може приймати дії, щоб прогноз не справдився. Такий прогноз має назву ***самодеструктивного.***

Коли ж прогноз передбачить хід подій, котрі задовольняють користувача, то він може сприяти своїми діями збільшенню ймовірності цього прогнозу. Такий прогноз має назву ***саморегулюючого.***

Отже, показником цінності прогнозу є не тільки його достовірність, але й корисність для дослідників.

Про точність прогнозу слід вирішувати за величиною його похибки – різницею між фактичними і прогнозними значеннями показника, що досліджується. Звісно, визначити вказану різницю можна лише у двох випадках: або коли період упередження вже закінчився і відомі фактичні значення прогнозованого показника, або коли прогнозування відбулося для деякого моменту в минулому, для якого відомі фактичні дані.

У другому з названих випадків інформація ділиться на дві частини: за частиною, котра охоплює більш ранні періоди часу, відбувається розрахунок оцінок параметрів кривої зростання; друга частина ряду, більш пізня, розглядається як ***реалізація прогнозу***. Виявлені таким чином помилки в якійсь мірі характеризують точність методики прогнозування, що була застосована.

Перевірка точності лише одного прогнозу недостатня для оцінювання якості прогнозування, бо вона може бути результатом випадкового збігу. Найбільш простою мірою якості прогнозів за умови, що є дані про їх реалізацію, буде відношення μ кількості випадків прогнозів, підтверджених фактичними даними, до загальної їх кількості, а саме: $\mu = \frac{c}{c_1 + c}$, де c – кількість прогнозів, що підтверджені фактичними даними; c_1 – кількість прогнозів, не підтверджених фактичними даними.

Однак у практичній роботі проблему якості прогнозів найчастіше потрібно вирішувати, коли період упередження ще не закінчився і фактичне значення прогнозованого показника невідоме. У цьому випадку точнішою буде модель, що дає вужчі довірчі інтервали прогнозу.

ТЕМА 7. МЕТОДИ ЕКСПЕРТНИХ ОЦІНОК

План

1. Методи колективної експертної оцінки.
2. Етапи колективної генерації ідей («мозкова атака»).
3. Метод «Делфі» в соціально-економічному прогнозуванні.
4. Метод побудови «сценаріїв».
5. Метод побудови прогнозних графів.

1. Методи колективної експертної оцінки

До методів колективної експертної оцінки відносять: експертний метод; метод генерації ідей; метод „Делфі"; метод „сценаріїв" та метод прогнозних графів.

1.1. Суть та зміст експертного методу

Суть експертного методу для розробки прогнозів полягає у визначенні погодженості думок експертів стосовно перспективних напрямків розвитку об'єкта прогнозування, які раніше були сформульовані окремими спеціалістами, а також стосовно оцінки аспектів розвитку об'єкта, що не може бути визначена іншими методами (наприклад, аналітичними розрахунками, експериментом тощо).

Експертний метод має 4 етапи.

1. Створюються робочі групи, функцією яких є проведення опитування і обробки матеріалів та аналіз результатів колективної експертної оцінки. Робоча група призначає експертів, які дають відповіді на сформульовані питання, що стосуються перспектив розвитку даної галузі.

2. Перед тим як організувати опитування експертів, проводиться уточнення основних напрямків розвитку об'єкта, а також складається матриця, яка відображує генеральну мету, її окремі частини та засоби досягнення. При цьому під час попереднього аналізу спільно з групою спеціалістів визначаються найважливіші цілі для вирішення поставленого завдання.

В якості засобів досягнення мети приймаються напрямки наукових досліджень та розробок, результати яких можуть бути для цього використані. При цьому напрямки наукових досліджень та розробок не повинні між собою перетинатися.

Далі формулюються питання, які будуть запропоновані для розгляду експертам. Форма питань може бути розроблена у вигляді таблиць, але зміст їх повинен визначатись специфікою прогнозного об'єкта чи галузі. При цьому питання мають бути складені за певною структурно-ієрархічною схемою, тобто від складних до простих.

3. Проводиться опитування експертів. При цьому забезпечується однозначність сприйняття окремих питань, а також незалежність міркувань експертів.

4. Виконується обробка матеріалів колективної експертної оцінки, які характеризують узагальнену уяву та степінь погодженості індивідуальних оцінок експертів. Обробка оцінок експертів є вихідним матеріалом для синтезу прогнозних гіпотез та варіантів розвитку об'єкта прогнозування.

1.2. Формування групи експертів та визначення коефіцієнта їх компетентності

При формуванні групи експертів основним є визначення її кількісного та якісного складу. Відбір експертів починається з визначення питань, що оперативно охоплюють вирішення даної проблеми. Далі складається список осіб, які є компетентними в даній сфері.

Для визначення якісного прогнозу перед експертами ставиться ряд вимог, серед яких є:

– високий рівень загальної ерудиції;

– глибокі спеціальні знання в оцінюваній сфері;

– здатність адекватно оцінювати тенденцію розвитку досліджуваного об'єкта;

– наявність психологічної настанови на майбутнє;

– наявність академічного наукового інтересу до оцінюваного питання та відсутність особистої зацікавленості спеціаліста в даній сфері;

– наявність виробничого та (або) наукового досвіду в даній сфері.

Для визначення відповідності майбутнього експерта вказаним вимогам використовується анкетне опитування. Додатково до цього часто використовують засіб самооцінки на

підставі анкети. Обробка даних дає можливість отримати кількісну оцінку компетентності потенційного експерта

$$k = 0,5\left(\frac{\sum_{i=3}^{m} v_j}{\sum_{j=1}^{m} v_{i\,max}} + \frac{\lambda}{\rho}\right),$$

де v_j – вага градації складової характеристики з номером j в анкеті в балах, перекресленої експертом;

$v_{j\,max}$ – максимальна вага (межа шкали) цієї складової характеристики в балах;

m – загальна кількість складових характеристики в анкеті;

λ – вага клітинки, перекресленої експертом у шкалі самооцінки в балах;

ρ – межа шкали самооцінки експерта в балах.

Встановити оптимальний склад групи експертів нелегко. Однак розроблено формалізований підхід до цього питання. Він базується на визначенні максимальної та мінімальної границь чисельності групи. При цьому йдеться про дві умови: високу в цілому компетентність групи експертів та стабілізацію середньої оцінки прогнозної характеристики.

Перша умова використовується для визначення максимальної чисельності експертної групи $n_{max} \le \frac{\sum_{i=1}^{n} k_i}{c k_{max}}$, де c – константа; k_{max} – максимально можлива компетентність за використаною шкалою компетентності; k_i – компетентність окремого експерта з номером i.

Ця умова передбачає, що коли є група експертів, компетентність яких максимальна, то середнє значення їх оцінок можна вважати «істинним». Для визначення константи c використовується метод голосування, тобто група вважається

вибраною, якщо за неї подано $\frac{2}{3}$ голосів тих, що були присутні.

Звідси $c = \frac{2}{3}$, тоді $n_{max} \le \frac{3\sum_{i=1}^{n} k_i}{2k_{max}}$

Далі визначається мінімальна кількість членів експертної групи n_{min}. Це здійснюється шляхом використання умови стабілізації середньої оцінки прогнозної характеристики, яка формулюється у вигляді

$$\frac{B - B'}{B_{max}} < \varepsilon,$$

де B – середня оцінка прогнозної величини в балах, за даними експертної групи;

B' – середня оцінка за даними експертної групи, із якої виведено (або в яку введено) одного експерта;

B_{max} – максимально можлива оцінка прогнозної величини за прийнятою шкалою оцінок;

ε – задана величина зміни середньої похибки при додаванні чи вилучені одного експерта.

Величина середньої оцінки є найбільш чутливою для оцінки експерта, який має найбільшу компетентність і який поставив найбільший бал при $B < B_{max}$ і найменший – при $B \ge 0{,}5B_{max}$.

Величина $n_{min} = 0{,}5\left(\frac{3}{\varepsilon} + 5\right)$.

Остаточний склад експертної групи вибирається на підставі послідовного вилучення малокомпетентних експертів, при цьому використовується умова

$$k_{max} - k_i \le \delta,$$

де δ – задана величина границі допустимого відхилення компетентності експерта з номером i від максимальної. Одночасно до групи експертів можуть залучатись нові експерти. Остаточно чисельність групи встановлюється в межах

$$n_{min} \le n \le n_{max}$$

1.3. Методи статистичної обробки матеріалів анкет

Методи статистичної обробки матеріалів колективної експертної оцінки для розробки науково-технічних прогнозів є сукупністю оцінок відносної важливості визначених експертами кожного із оцінюваних напрямків наукових досліджень та розробок. Оцінки важливості задаються в балах і можуть приймати значення від нуля до одиниці, від нуля до 10, від нуля до 100 і т. д.

При обробці матеріали оцінки важливості питання, яке розглядається, зводять до таблиці (див. табл. 7.1), рядки якої відповідають напрямкам досліджень, а стовпці – експертам, де $B_{ik}\left(i=\overline{1,n};\ k=\overline{1,m}\right)$ є оцінкою експерта з номером i, яку він виставив даному напрямку розвитку k.

Таблиця 7.1

Напрямки досліджень	Експерти				
	1	2	3	...	n
1	B_{11}	B_{21}	B_{21}	...	B_{n1}
2	B_{12}	B_{22}	B_{32}	...	B_{n2}
3	B_{13}	B_{23}	B_{33}	...	B_{n3}
...	...	...	...	...	...
m	B_{1m}	B_{2m}	B_{3m}	...	B_{nm}

Далі визначаються статистичні оцінки прогнозних характеристик, їх довірчі інтервали та статистичні оцінки погодженості думок експертів.

Середнє значення оцінки напрямку досліджень $\overline{B}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}B_i}{n}$,

де B_i – оцінка прогнозної величини експерта з номером i.

Дисперсія цієї оцінки $D=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}\left(B_i-\overline{B}\right)^2}{n-1}$.

Приблизне значення ***довірчого інтервалу*** $\Delta=\pm t_\alpha\sqrt{D\left(1+\dfrac{1}{n}\right)}$,

де t_α – параметр, який визначається за таблицями Ст'юдента для заданого рівня довірчої ймовірності і ступенів свободи $k = n - 2$.

Коефіцієнт варіації оцінок $v = \frac{\sigma}{\overline{B}}$, де $\sigma = \sqrt{D}$.

1.4. Методи оцінки погодженості поглядів між експертами

При статистичній обробці результатів анкет експертної групи стосовно відносної важливості кожного напрямку середнє значення, дисперсія, довірчий інтервал та коефіцієнт варіації обчислюються для кожного оцінюваного напрямку.

Крім того, обчислюється ***коефіцієнт конкордації***, який характеризує ступінь погодженості поглядів експертів стосовно важливості кожного із оцінюваних напрямків та ***коефіцієнти парної рангової кореляції***, які визначають ступінь погодженості даного експерта з іншими.

Для цього здійснюється ранжирування оцінок важливості, даних експертами. Кожна оцінка, яку виставив експерт з номером i, виражається числом натурального ряду таким чином, що число 1 присвоюється максимальній оцінці, а число n – мінімальній.

Якщо всі оцінки різні, то відповідні числа натурального ряду є рангом оцінок експерта i . Якщо між оцінками експерта i є однакові, то їм назначається однаковий ранг, за який приймається середнє арифметичне відповідних чисел натурального ряду.

Сума рангів $S_k = \sum_{i=1}^{n} R_{ik}$, де R_{ik} – ранг оцінки, яку виставив експерт i напрямку k, $k = \overline{1,m}$ – кількість досліджуваних напрямків

Середнє значення суми рангів оцінок за всіма напрямками

$$\overline{S} = \frac{\sum_{j=1}^{m} S_i}{m}.$$

Відхилення суми рангів, яку отримав даний напрямок, від середньої суми рангів $d_j = S_j - \overline{S}$.

Коефіцієнт конкордації, обчислений за сукупністю всіх напрямків $W = \frac{12\sum_{j=1}^{m} d_j^2}{n^2 m\left(m^2 - 1\right)}$.

Коефіцієнт конкордації приймає значення в межах від 0 до 1. Якщо $W = 1$, то є повна погодженість поглядів експертів, якщо $W = 0$, то має місце повна розбіжність у їхніх поглядах.

2. Етапи колективної генерації ідей («мозкова атака»)

Задачі прогнозування, які вирішують з допомогою методу експертних оцінок, мають два формально не зв'язані між собою елементи – визначення можливих варіантів розвитку об'єкта прогнозування та їх оцінка.

Аналіз експертного методу показує доцільність використання «мозкової атаки» для визначення можливих варіантів розвитку процесу. Їх використання дозволяє отримати продуктивні результати за короткий період часу і залучити всіх експертів до активного творчого процесу.

Методи «мозкової атаки» можна класифікувати за ознакою наявності чи відсутності зворотного зв'язку між керівниками та учасниками «мозкової атаки» в процесі вирішення деякої проблемної ситуації. Наявність зворотного зв'язку дозволяє концентрувати увагу учасників тільки на тих варіантах, які є цінними за тими чи іншими критеріями для вирішення проблемної ситуації. Однак при цьому з'являється ймовірність пропуску оригінальної думки, яка є потенційною, але ще не усвідомленою в даний момент часу. Відсутність зворотного зв'язку, тобто максимальна стимуляція висловлювань, передбачає здійснення складної та великої за обсягом роботи на етапі їх оцінки. Тому метод «мозкової атаки» передбачає розробку методу деструктивної віднесеної оцінки (ДВО), який дозволяє якісно і достатньо швидко оцінити варіанти без обмеження їх кількості.

Суть цього методу полягає в активізації творчого потенціалу спеціалістів при «мозковій атаці» проблемної ситуації, яка на початку реалізує генерацію ідей та наступне деструктуювання

(критику) цих ідей з формулюванням контрідей. Використання методу ДВО передбачає реалізацію таких шести етапів.

1. Формування групи учасників «мозкової атаки» (кількість та склад). Оптимальну чисельність групи учасників знаходять емпіричним шляхом. Найбільш продуктивними є групи з 10…15 осіб. Склад учасників передбачає їх цілеспрямований підбір за такими двома умовами: із осіб приблизно одного рангу, якщо учасники знають один одного, та із осіб різного рангу, якщо учасники між собою не знайомі (в цьому випадку необхідно нівелірувати кожного із учасників шляхом присвоєння йому номера з подальшим звертанням до нього тільки за номером). Відносно необхідності спеціалізації учасника в даній сфері проблемної ситуації, то ця умова не є обов'язковою для всіх членів групи. Навпаки, бажано, щоб у групі були спеціалісти з інших сфер знань, які володіють високим рівнем загальної ерудиції і розуміють суть проблемної ситуації.

2. Складання проблемної записки учасника «мозкової атаки». Вона складається групою аналізу проблемної ситуації і включає опис методу ДВО та опис проблемної ситуації. Опис методу ДВО повинен передбачати:

– опис принципу, який є підставою методу;

– опис умов, що забезпечують найбільшу ефективність „мозкової атаки" та авторство результатів атаки;

– основні правила здійснення атаки.

Опис проблемної ситуації повинен мати:

– опис причин появи проблемної ситуації;

– аналіз причин і можливі наслідки цієї проблемної ситуації (доцільно гіперболізувати наслідки, щоб гостріше відчувалась необхідність розв'язання протиріч);

– аналіз світового досвіду розв'язання подібної проблемної ситуації (якщо він є);

– класифікацію (систематизацію) існуючих напрямків розв'язання проблемної ситуації у вигляді центрального питання з ієрархією більш легких питань.

3. Генерація ідей. Він починається з того, що ведучий розкриває зміст проблемної записки. Перед розкриттям методу

ДВО він концентрує увагу учасників на правилах здійснення «мозкової атаки», тобто:

– висловлювання учасників мають бути чіткими та лаконічними;

– скептичні зауваження та критика попередніх висловлювань не допускається;

– кожний з учасників має право виступати декілька раз, але не підряд;

– не дозволяється оголошувати список ідей, який може бути підготовлений учасниками заздалегідь.

Розкриваючи зміст проблемної ситуації, ведучий концентрує увагу учасників на головному питанні. Свій виступ він має побудувати таким чином, щоб викликати психологічну сприйнятливість учасників, змусити їх відчути потребу зробити те, що їх зацікавило.

Активна діяльність ведучого передбачається тільки на початку «мозкової атаки». Після того, як учасники достатньо зацікавились у розв'язанні проблемної ситуації, процес генерації нових ідей здійснюється спонтанно. Ведучий у цьому процесі відіграє пасивну роль, керуючи учасниками тільки відносно до правил здійснення атаки. Необхідно пам'ятати, що чим більша і різноманітніша кількість висловлювань, тим глибше розкривається суть проблеми і тим більша ймовірність появи цінних ідей. Враховуючи ці обставини, ведучий при здійсненні «мозкової атаки» дотримується таких правил:

– зосередити увагу учасників на проблемній ситуації, обмежуючи рамки її специфічними вимогами та термінологічною суворістю ідей, що пропонуються;

– не оголошувати хибною, не засуджувати та не переривати дослідження жодної ідеї, тобто розглядати будь-яку ідею незалежно від її, на перший погляд, важливості чи можливості здійснення;

– заохочувати поліпшення чи комбінацію ідей, надаючи слово в першу чергу тому, хто бажає висловити свою думку щодо попереднього виступу;

– надавати підтримку і заохочувати учасників, звільняючи їх від скутості;

– створювати творчі обставини, заохочувати активний процес учасників „мозкової атаки".

Мозковий штурм може тривати не менше 20 хвилин і не більше однієї години в залежності від активності учасників. Занотовувати ідеї, що висловлюються, доцільно на магнітофонну плівку, щоб не пропустити жодної ідеї та мати можливість систематизувати їх для наступного етапу.

4. Систематизація ідей, які були висловлені на етапі генерації ідей. Їх здійснює група аналізу проблемної ситуації в такій послідовності:

– здійснюється номенклатурний перелік усіх ідей;

– кожна з ідей формулюється в термінах загального висловлювання; визначаються ідеї, які повторюються в термінах загального використання;

– ідеї, що повторюються та (або) доповнюють попередні, об'єднуються і формулюються у вигляді однієї комплексної ідеї;

– виділяються ознаки, за якими ідеї можна об'єднати;

– об'єднуються ідеї відповідно до виділених ознак;

– складається перелік ідей по групах (в кожну групу записуються ідеї відповідно до їх узагальнення).

5. Деструктування систематизованих ідей. При цьому здійснюється оцінка ідей з точки зору практичної їх реалізації в процесі «мозкової атаки», коли кожна з них підлягає всебічній критиці з боку учасників «мозкової атаки».

Головне правило цього етапу полягає в тому, що необхідно аналізувати кожну ідею тільки з точки зору перешкод на шляху її здійснення, тобто учасники атаки висловлюють аргументи для вилучення систематизованої ідеї. Особливо важливою є обставина, за якої в процесі деструктування може з'явитись нова ідея (контрідея), яка формулює наявні обмеження та пропонує шляхи їх усунення.

Група учасників «мозкової атаки» цього етапу складається із висококваліфікованих спеціалістів у досліджуваній сфері, її кількість передбачає 20... 25 осіб, а тривалість етапу не повинна перевершувати 1,5 години. Висловлені критичні зауваження та контрідеї записуються на магнітофонну плівку.

6. Оцінка критичних зауважень та складання списку ідей, які можна практично реалізувати. Цей етап здійснює група аналізу проблемної ситуації в такій послідовності:

– складається перелік усіх критичних зауважень, які були висловлені на попередньому етапі;

– складається загальна таблиця етапів систематизації та деструктуювання ідей, а також список показників можливості практичної реалізації ідей (ці показники в кожному конкретному випадку є специфічними і залежать від конкретної проблемної ситуації);

– оцінюється кожне практичне зауваження та контрідея;

– складається остаточний список ідей.

3. Метод «Делфі» в соціально-економічному прогнозуванні

Цей метод є одним із найбільш поширених методів експертної оцінки майбутнього, тобто експертного прогнозування. Його розроблено для визначення та оцінки ймовірності появи тих чи інших явищ.

Метод «Делфі» побудовано на такому принципі, що в неточних науках думки експертів та суб'єктивні висловлювання через свою необхідність повинні замінити точні закони причинності, які віддзеркалюються точними науками.

Даний метод дозволяє узагальнювати погляди окремих експертів до узгодженої думки групи експертів. Він характеризується такими особливостями:

– анонімність експертів;

– використання результатів попереднього туру опитування;

– статистична характеристика групової відповіді.

Анонімність полягає в тому, що при здійсненні процедури експертної оцінки прогнозного явища учасники експертної групи не знають один одного. При цьому взаємодія членів групи при заповнюванні анкет не дозволяється. В результаті такої постановки автор відповіді може змінювати свій погляд без публічної об'яви про це.

Використання результатів попереднього туру полягає в тому, що, оскільки групова взаємодія здійснюється безпосередньо з допомогою відповіді на анкету, спеціаліст чи організатор дослідження використовує із анкет тільки ту інформацію, яка стосується даної проблеми. Спеціаліст-прогнозист враховує погляди експертів «за» і «проти» з кожної точки зору. Основний результат функціонування цієї системи пролягає в тому, щоб перешкодити групі прийняти свої власні цілі та задачі. Ця система дає можливість групі спеціалістів зосередити свої зусилля на раніше визначених задачах, а не прогнозувати кожний раз що-небудь нове.

Статистична характеристика групової відповіді полягає в тому, що група спеціалістів складає прогноз, який визначає точку зору тільки більшості експертів, тобто такий погляд, з яким згодна більшість експертів. Метод Делфі дає можливість взаємодіяти членам журі, хоча результати цієї взаємодії контролюються керівником групи шляхом об'єднання аргументів. Член журі змінює свою оцінку тільки тоді, коли його переконали колеги, в іншому випадку він наполегливо дотримається власної протилежної позиції.

4. Метод побудови «сценаріїв»

Побудова сценарію – це метод, за допомогою якого встановлюється логічна послідовність подій з метою показати, як, виходячи з даної ситуації, етап за етапом може здійснюватись дослідження об'єкта. Побудова сценарію, як правило, здійснюється в чітко виражених часових координатах.

Ця особливість суттєва при прогнозуванні в сфері соціально-економічних проблем. Основне призначення сценарію полягає у визначенні генеральної мети розвитку об'єкта прогнозування, виявленні основних факторів фону та формулюванні критеріїв для оцінки верхніх рівнів «дерева цілей». У сценарії використовуються заздалегідь підготовленні прогнози та матеріали з розвитку об'єкта прогнозування. Розробка сценарію спонукає дослідника займатись деталями і процесами, які він міг би легко пропустити, якби обмежився абстрактними міркуваннями.

При розробці сценарію, оскільки в ній бере участь група спеціалістів, завжди виникає невизначеність через суб'єктивність міркувань членів цієї групи. Цінність сценарію тим вища, чим менший степінь невизначеності, тобто більший степінь погодженості думок експертів. Тому не можна упускати з поля зору такі питання:

– наскільки велика суттєва невизначеність?;

– що необхідно зробити для її зменшення?;

– який очікуваний ступінь зменшення невизначеності при продовженні розробки сценарію?

Сценарій має бути так описаний, щоб після ознайомлення з ним стала зрозумілою генеральна мета виконуваної роботи з точки зору політичних, ідеологічних та соціально-економічних задач на період прогнозування.

Сценарій є тією інформацією, на підставі якої буде виконуватись вся подальша робота, тому спеціалісти, що його розроблюють, повинні при роботі використовувати право консультацій з необхідними спеціалістами, користуватись інформацією галузевих інститутів, вимагати необхідні довідки від організацій.

Сценарій у готовому вигляді повинен підлягати аналізу. З подальшого розгляду вилучається все те, що на думку спеціалістів, достатньо забезпечено на період, що розглядається, тобто знаходиться на високому рівні розвитку. На підставі аналізу інформації, яка визнана придатною для подальшого використання, формулюються цілі, критерії та розглядаються альтернативні рішення.

Сказане становить собою таку модель сценарію, яка охоплює всі рівні – від політики до науки. В основі моделі закладено цільовий підхід. Спочатку простежуються вимоги політики на внутрішньому та зовнішньому ринках збуту. Визначаються потреби в продуктах різних країн світу (зовнішній ринок) і галузей промисловості (внутрішній ринок). На підставі аналізу політичної картини (фону) визначаються основні пропорції та співвідношення між ринками збуту. Вибираються альтернативи, цілі, критерії, ступінь ризику, розміри можливої економічної вигоди тощо. Ці фактори визначають потреби на випуск продукції. Основні критерії показують, при яких виробничих потужностях можна досягнути необхідного рівня

розвитку галузі промисловості. З цих позицій розглядається вклад науки в забезпечення потреб галузі. Аналогічно аналізуються можливості галузі по задоволенню цих потреб. Потім порівнюються рішення з вибору оптимального варіанту розвитку науки і техніки.

Для аналізу даної моделі використовується системний підхід, який полягає в тому, що ціле послідовно, за певними правилами ділиться на окремі частки і досліджуються взаємовідносини цих часток з позицій вартості, ефективності, ступеню ризику тощо.

5. Метод побудови прогнозних графів

Графом називають фігуру, яка складається із точок (вершин), з'єднаних відрізками (ребрами). Графи можуть бути зв'язувальними, орієнтованими чи неорієнтованими, мати чи не мати цикли (петлі). Вибір тієї чи іншої структури графа визначається наявністю тих відношень між елементами, які він повинен виразити.

Деревом називається орієнтований граф, який не має петель і для кожної пари його вершин існує шлях для довільної іншої вершини. Тільки структура зв'язувального орієнтованого графа може виразити відношення тієї чи іншої ієрархії.

«Деревом цілей» називають граф – дерево, яке виражає відношення між вершинами – етапами чи проблемами, котрі дають можливість досягнути деякої мети. «Дерево цілей», вершини якого ранжируванні, тобто виражені кількісними оцінками їх важливості, широко використовується для кількісної оцінки пріоритету різних напрямків розвитку. Побудова «дерева цілей» вимагає розв'язання багатьох прогнозних задач, а саме:

– прогнозу розвитку об'єкта в цілому;

– формування сценарію прогнозної мети, рівня та вершин «дерева цілей», критеріїв та їх ваги в ранжируванні вершин.

Кожна з цих прогнозних задач при необхідності розв'язується методом експертних оцінок.

«Дерево цілей» використовується для аналізу систем, об'єктів, процесів, в яких можна виділити декілька структурних чи ієрархічних рівнів. Воно будується шляхом послідовного виділення більш дрібних компонентів на спадаючих рівнях.

Кожна гілка на кожному рівні ділиться на два відгалуження наступного, більш низького рівня.

З кожної вершини повинно виходити не менше двох гілок, причому кількість цих гілок не обмежується зверху, тобто на верхньому рівні їх може бути три, п'ять і більше. Крім того, обов'язково, щоб із кожної вершини виходила однакова кількість гілок. У побудові «дерева цілей» необхідно відмітити такі умови:

– гілки, що виходять з однієї вершини, повинні створювати замкнуту множину;

– гілки, що виходять з однієї вершини, повинні бути взаємно виключними, тобто не повинно бути часткового збігання об'єктів, поданих двома різними гілками, що розгалужуються з даної вершини;

– «дерево цілей», що використовується для нормативного прогнозування, необхідно вважати сукупністю цілей та їх часток, тобто кожна вершина являє собою мету для всіх гілок, які з неї виходять.

ТЕМА 8. МОДЕЛІ ПРОГНОЗУВАННЯ СОЦІАЛЬНОГО-ЕКОНОМІЧНОГО ТА ДЕМОГРАФІЧНОГО РОЗВИТКУ

План

1. Прогнозування соціального розвитку та рівня життя населення.
2. Прогнозування попиту на товари й послуги.
3. Демографічні прогнози.
4. Модель прогнозування чисельності населення.
5. Прогнозування параметрів руху населення.

1. Прогнозування соціального розвитку та рівня життя населення

Соціальний розвиток та рівень життя населення характеризує соціально-економічний стан суспільства. При цьому рівень життя населення визначає рівень задоволення фізичних, духовних та соціальних потреб людини. Тому задача оцінки руху потреб є складовою частиною соціально-економічного прогнозування розвитку суспільства.

Аналіз розвитку потреб, які визначають рівень життя, передбачає виявлення структури цих потреб, визначення найбільш суттєвих факторів, що впливають на її розвиток, встановлення зв'язків між рухом потреб та відібраними факторами, аналіз зміни потреб у минулому та визначення прогнозних показників, що характеризують соціальний розвиток і рівень життя.

Традиційні методи планування соціального розвитку та рівня життя мають той недолік, що практично неможливо врахувати всі зв'язки методологічного, адміністративного і соціального характеру. Тому особливо актуальною є розробка державної системи прогнозів соціального розвитку і зростання рівня життя, яка дає можливість всебічно охопити основні проблеми.

Така система прогнозів передбачає аналіз сучасного рівня життя та формування гіпотези прогнозу його зростання.

Гіпотеза формування прогнозу зростання рівня життя населення має такі складові, як зростання національного

прибутку, зростання суспільних потреб, зростання ресурсів для майбутнього споживання. Прогноз темпів зростання ресурсів для споживання базується на прогнозних обчисленнях ефективності виробничого накопичення.

Системою прогнозів соціального розвитку і зростання рівня життя використовується комплекс показників, які забезпечують взаємний зв'язок та логічну послідовність розробки прогнозів.

Основними з них є:

– соціально-демографічні показники, які характеризують динаміку чисельності населення, його склад та соціальну структуру суспільства;

– показники, що визначають зміну соціально-економічних і виробничих умов праці, зростання професійного рівня робітників, поліпшення умов охорони праці;

– узагальнюючі показники, які дають можливість визначити економічні умови зростання життя населення – національний прибуток на душу населення, споживання ресурсів та їх об'єми в національному прибутку, динаміку і структуру номінальних та реальних прибутків населення; показники споживання основних продуктів харчування, непродовольчих товарів, забезпеченість сімей предметами культурно-побутового призначення.

При розробці прогнозів соціального розвитку і зростання життя населення визначаються цільові показники, наприклад досягти насиченості на сто сімей будь-якими предметами тривалого користування, враховуючи національні норми споживання. Потім аналізуються ресурси, що виділяються для реалізації передбаченого рівня, визначаються вимоги до розвитку галузей матеріального виробництва, щоб досягти прогнозного рівня.

З метою визначення в прогнозному періоді динаміки, об'ємів і структури ресурсів для виробничого і невиробничого накопичення використовують такі системи взаємозв'язаних економіко-математичних моделей прогнозування, як норми виробничого накопичення при заданих нормативних вимогах до темпів зростання ресурсів для споживання і невиробничого будівництва, об'єми невиробничого накопичення і поточного споживання та динаміка невиробничих фондів і моделі реалізації невиробничих капітальних вкладень.

При прогнозуванні здійснюється розробка багатоваріантних рішень, на підставі яких з урахуванням додаткових факторів можна вибрати оптимальний варіант ресурсів для споживання і невиробничого будівництва.

Прогнози соціального розвитку і зростання рівня життя враховуються в прогнозах, що визначають показники плану економічного і соціального розвитку держави.

2. Прогнозування попиту на товари й послуги

Попит на товари й послуги значно впливає на визначення стратегії і тактики організації виробництва і збут товарів і послуг. Врахування попиту, обґрунтоване прогнозування його на короткострокову та довгострокову перспективи є однією з найважливіших задач служб маркетингу різних організацій і фірм.

Склад та рівень попиту на той чи інший товар залежить від багатьох факторів як економічних, так і природних. До економічних факторів відносять рівень виробництва (пропозицію) товарів та послуг (позначимо цей фактор в загальному вигляді через $\boldsymbol{\Pi}$), рівень грошових доходів окремих груп населення ($\boldsymbol{D}$), рівень та співвідношення цін $(\boldsymbol{P})$. До природних факторів відносяться демографічний склад населення, особливо розмір та склад сім'ї ($\boldsymbol{S}$), а також звички, традиції, рівень культури, природнокліматичні умови.

Економічні фактори є дуже мобільними, особливо розподіл населення за рівнем грошових доходів. Природні ж фактори змінюються порівняно повільно і в межах невеликого періоду (до 3...5 років) незначно впливають на попит. Винятком є тільки демографічний склад населення. Тому в поточному і перспективних прогнозах попиту всі природні фактори, крім демографічного, доцільно враховувати спільно. З цією метою вводять фактор часу $\boldsymbol{t}$. Це дає можливість у загальному вигляді попит подати у вигляді такої функції вказаних факторів

$$\boldsymbol{y = f(\Pi, D, P, S, t)}.$$

Оскільки найбільший вплив на попит має фактор доходу, більшість обчислень попиту та споживання виконують у вигляді функції від грошового доходу на душу населення $\boldsymbol{y = \varphi(D)}$.

Найбільш простий підхід до прогнозування попиту на невеликий період часу полягає у використанні так званих ***структурних моделей попиту***. При побудові моделі виходять з того, що для кожної економічної групи населення відповідно до статистичних бюджетних даних може бути обчислена властива їй структура споживання. При цьому передбачається, що на прогнозному інтервалі часу помітних змін зазнає тільки доход, а ціни, склад сім'ї та решта факторів приймаються сталими. Зміна доходу, наприклад, його зростання, можна розглядати як переміщення визначеної кількості сімей з нижчих доходних груп до вищих. Іншими словами, змінюються частини в різних інтервалах доходу, вони зменшуються в нижчих і зростають у верхніх інтервалах. Сім'ї, які попадають до нового інтервалу, будуть мати ту ж структуру споживання та попиту, яка складалася у сімей з таким же доходом до цього часу.

Таким чином, структурні моделі дають можливість розглядати попит у вигляді функції тільки розподілу споживачів за рівнями доходів. Наявність відповідних структур попиту, розрахованих за даними статистичних бюджетів, і частини розподілу споживачів за рівнем доходу дає можливість розрахувати загальну структуру попиту.

Якщо позначити структуру попиту в групі сімей з середнім доходом D_i через $r(D_i)$, а частоти сімей з доходом D_i через $w(D_i)$, то загальна структура попиту R може бути знайдена за формулою $R = \sum_{t=1}^{n} r(D_i) w(D_i)$, де $n-$ кількість інтервалів доходу сімей.

Структурні моделі попиту являють собою один із основних видів економіко-математичних моделей планування та прогнозування попиту і споживання. Широко, наприклад, поширені так звані компаративні (порівняльні) структурні моделі, в яких порівнюються структури попиту даного досліджуваного об'єкта і деякого аналогового об'єкта. Як правило, за аналог приймається регіон або група населення з оптимальними характеристиками споживання.

Поруч зі структурними моделями в прогнозуванні попиту використовують ***конструктивні моделі попиту***. Їх підставою є рівняння бюджету населення, тобто такі рівняння, які показують

очевидну рівність загальних грошових витрат (іншими словами, об'єму споживання) і суми добутків кількості кожного спожитого товару на його ціну.

Якщо Z – об'єм споживання, m – кількість різних видів благ, q_i – розмір споживання блага виду i, p_i – ціна цього блага, то конструктивна модель попиту буде мати вигляд $Z = \sum_{i=1}^{m} q_i p_i$.

Ці моделі також називають ***моделями бюджетів споживачів***. Вони мають важливу роль у прогнозуванні та плануванні споживання. Однією з таких моделей є , наприклад, всім відомий прожитковий мінімум. До таких моделей також відносять раціональні бюджети (наприклад, так званий бюджет достатку) та інші.

У практиці прогнозування попиту, крім названих моделей, використовують також ***аналітичні моделі попиту та споживання***, які будуються у вигляді рівнянь, що характеризують залежність споживання товарів та послуг від тих чи інших факторів. У таких моделях функціональна залежність набуває конкретного вигляду. Аналітичні моделі можуть бути однофакторними і багатофакторними. Найбільш часто використовують лінійні кореляційно-регресійні статистичні моделі.

Наприклад, залежність витрат на харчування y від величини душового грошового доходу x_1 можна подати функцією вигляду

$$y = a_0 + a_1 x,$$

а при врахуванні впливу розміру сім'ї

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 .$$

Використовуючи статистичні дані, параметри рівнянь знаходяться методом найменших квадратів.

3. Демографічні прогнози

Демографічні прогнози є складовою частиною комплексної системи прогнозування. Вони широко використовуються при розробці та реалізації важливіших структурних елементів цільових комплексних програм.

За даними демографічних прогнозів здійснюється розробка балансів трудових ресурсів, заходів соціального забезпечення

населення. Демографічні прогнози є важливим елементом перед планових розробок при визначенні кількості та структури трудових ресурсів, потреби суспільства в різних товарах та послугах, розвитку та розташуванні об'єктів соціальної інфраструктури.

Об'єктами демографічного прогнозування можуть бути народжуваність, смертність, чисельність населення, трудові ресурси, окремі контакти населення тощо. До основних демографічних прогнозів як по країні в цілому, так і по окремих регіонах можна віднести розрахунки природного руху населення, прогнозування структури працездатного населення, міграційних процесів, чисельності населення та його характеристик.

Демографічні прогнози здійснюються в різних напрямках та за різними ознаками. Так, наприклад, за масштабом прогнозування виділяють глобальні, регіональні та локальні прогнози.

Точність демографічних прогнозів залежить від багатьох факторів, але насамперед вона залежить від часу випередження. Приймається, що невідповідність у 10% між прогнозною та фактичною величиною в довгострокових прогнозах є задовільною. Короткострокові прогнози повинні мати точність до 5%.

Вихідні дані про населення отримують у двох формах – звітність та спеціально організовані статистичні спостереження.

Вірогідність демографічних прогнозів залежить від обґрунтованості припущень та гіпотез, що приймаються, про передбачувану інтенсивність зміни демографічних процесів через вплив усього комплексу соціально-економічних умов. Вибрана гіпотеза обумовлює використання того чи іншого методу прогнозування. Загальну оцінку майбутньої чисельності населення називають демографічним прогнозом, а детальний розрахунок структури населення – перспективним обчисленням чи проекцією населення.

Для демографічного прогнозування населення використовують експертні опитування, методи екстраполяції та моделювання. Необхідною умовою для демографічного прогнозу є наявність даних про розподіл населення за статтю, віком та групування населення на міське і сільське. Необхідні також дані, що характеризують інтенсивність основних демографічних

процесів. Комбінація їх з даними групування населення на визначений момент часу дає можливість отримати цінні показники, які можуть бути використані для прогнозування.

4. Модель прогнозування чисельності населення

Прогнозувати майбутню чисельність населення можна, використовуючи такі статистичні характеристики ряду динаміки, як середній абсолютний приріст, середній темп зростання, а також аналітичні функції.

Найбільш відомими і простими моделями, які характеризують зміну чисельності населення, є експоненційна та логістична функції, при цьому найбільше поширення має експоненційна крива. Така модель може бути вибрана в якості аналітичної при умові сталого коефіцієнта, тобто в тому випадку, коли зміна рівнів ряду здійснюється за геометричною прогресією.

Зміну чисельності населення за ***експоненційною функцією*** при досліджуванні населення визначають на підставі формули

$$L_t = L_0 e^{pt},$$

де L_0, L_t – чисельність населення в даний період та через t років відповідно; p – коефіцієнт природного приросту, виражений у долях одиниці; e – основа натурального логарифму.

Якщо необхідно визначити через який час населення міста буде становити кількість L_t, то після логарифмування останнього виразу отримаємо

$$t = \frac{\ln L_t - \ln L_0}{p}.$$

Оскільки рівень природного приросту практично не є сталим, ця модель може бути використана для короткострокового прогнозування. Прогнози на підставі середнього абсолютного приросту та середнього темпу зростання також є короткостроковими.

Для найбільш загальних та наближених оцінок (випадок гіпотетичних прогнозів) при аналізі демографічних процесів (наприклад, для встановлення кількості років, необхідних для кількакратного збільшення чисельності населення порівняно з даною) використовується формула

$$L_t = L_0\left(1 + \frac{p}{c}\right)t,$$

де c – коефіцієнт, який дорівнює 100 чи 1000 в залежності від того, на яку кількість населення обчислено коефіцієнт p.

Логістичну криву використовують в якості аналітичної функції, коли при тривалому процесі зростання коефіцієнт приросту постійно зменшується. Зміна чисельності населення за логістичною функцією визначається виразом

$$L = \frac{L_n}{1 + a_1 e^{-a_0 t}},$$

де L_n – чисельність населення на момент максимального зростання; t – порядковий номер року; a_0, a_1 – параметри функції.

З метою побудови демографічних прогнозів на основі методів статистичного моделювання використовують ***регресійні моделі***. Вони використовуються тоді, коли оцінка повинна бути здійснена в залежності від набору факторів, які суттєво впливають на конкретний фактор зростання населення. Рівні демографічних явищ складаються через вплив факторів, які різноманітно переплітаються. До таких факторів відносять соціальні умови, зміни в області надбудови, історичні традиції, біологічні фактори і т. п. Задача аналізу полягає в тому, щоб розкрити цю взаємодію, відокремити внутрішні фактори від зовнішніх, кількісно виразити взаємозв'язки, щоб потім використати їх для розробки заходів у сфері демографічної політики.

Побудова багатовимірних регресійних моделей дає можливість враховувати вплив середовища, в якому здійснюється зростання чисельності населення або інший демографічний процес. Цей вид прогнозу найчастіше знаходить використання при регіональному аналізі народонаселення. Поруч з побудовою багатовимірних регресійних моделей широко використовують моделі з одним та двома факторами взаємозв'язку.

Практично регресійні моделі використовуються при вивченні механізму соціального розвитку сім'ї, завантаженості населення в домашньому господарстві, міграції, при вивченні факторів, які впливають на поводження людей щодо відношення

народжуваності дітей тощо. Так, кількість народжуваних у державі є наслідком множини різних причин та обставин, до яких можна віднести культурний та матеріальний рівень людей, рівень забезпеченості дитячими закладами тощо.

5. Прогнозування параметрів руху населення

У перспективних розрахунках народжуваності та смертності населення значну роль відіграють демографічні моделі. За їх допомогою народжуваність та смертність визначають як перехід від вихідного населення заданої структури до структури населення через деякий інтервал часу.

Найпростішою демографічною моделлю є ***модель стаціонарного населення.*** Вона становить собою сукупність моделей зі сталим порядком вимирання та незмінним відношенням кількості народжуваних до величини періоду (стала щільність народжуваності). У такій сукупності чисельність осіб в окремих вікових групах є сталою (тоді не змінюється і чисельність населення), приріст дорівнює нулю, оскільки народжуваність дорівнює смертності. Тут передбачається відсутність міграції.

У стаціонарному населенні показники народжуваності b та смертності m дорівнюють $b = m = \frac{1}{e_0}$, де e_0 – середня тривалість майбутнього життя, яка визначається за виразом

$$e_0 = Qe_x^{ч} + (1-Q)e_x^{ж},$$

де Q – доля жінок; $e_x^{ч}, e_x^{ж}$ – середня тривалість майбутнього життя до x років чоловіків та жінок відповідно.

Другою теоретичною моделлю є ***модель стабільного населення*** з незмінними з часом віковими інтенсивностями народжуваності, смертності та вікової структури населення і відсутністю зовнішньої міграції.

За цією моделлю маємо

$$b = \frac{1}{\sum e^{-kx} L_x}, \; m = b - k,$$

де k – коефіцієнт природного приросту; L_x – середня кількість людей, що живе.

ПИТАННЯ ДЛЯ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ ЗНАНЬ ЗДОБУВАЧІВ ВИЩОЇ ОСВІТИ

1. Поняття про економічну кібернетику та її методи.
2. Узагальнена модель економічної системи
3. Економічне прогнозування, його суть та роль в управлінні і плануванні.
4. Класифікація прогнозів.
5. Класифікація методів прогнозування.
6. Моніторинг та альтернативи прогнозування.
7. Поняття економічної динаміки та тренда.
8. Метод екстраполяції тенденції по одному часовому ряду.
9. Особливості методів короткострокового прогнозування.
10. Основні аналітичні показники динамічного ряду.
11. Екстраполяція на основі аналітичних показників рядів динаміки.
12. Екстраполяція на основі плинної середньої.
13. Екстраполяція на основі індексу сезонності.
14. Прогнозування методом ковзної середньої.
15. Визначення сезонної компоненти та методи її вилучення.
16. Алгоритм методу експоненційного згладжування.
17. Прогнозування методами експоненціального згладжування.
18. Аналіз моделей вибору значення коефіцієнта згладжування.
19. Поняття про аналітичне вирівнювання тренду.
20. Виявлення та корегування аномальних рівнів.
21. Метод Ірвіна.
22. Методи виявлення наявності в часовому ряді тренда. Метод перевірки різниць середніх рівнів.
23. Методи виявлення наявності в часовому ряді тренда. Метод Фостера-Стюарта.
24. Загальна характеристика кривих зростання.
25. Методи вибору форми тренду.
26. Розрахунок параметрів кривих зростання МНК.
27. Оцінка адекватності й точності трендових моделей.
28. Перевірка випадковості коливань рівнів послідовності залишків. Алгоритм методу серій.

29. Перевірка випадковості коливань рівнів послідовності залишків. Алгоритм методу піків.

30. Перевірка відповідності розподілу випадкової компоненти нормальному закону. Алгоритм методу на основі асиметрії та ексцесу

31. Перевірка відповідності розподілу випадкової компоненти нормальному закону. Алгоритм методу RS – критерію.

32. Перевірка рівності нулю математичного сподівання.

33. Перевірка незалежності значень рівнів залишків.

34. Розрахунок точності трендових моделей.

35. Прогнозування економічної динаміки за трендовими моделями. Загальні поняття.

36. Розрахунок точкового й інтервального прогнозів.

37. Верифікація прогнозу.

38. Методи колективної експертної оцінки.

39. Методи статистичної обробки матеріалів анкет.

40. Методи оцінки погодженості поглядів між експертами.

41. Етапи колективної генерації ідей («мозкова атака»).

42. Метод «Делфі» в соціально-економічному прогнозуванні.

43. Метод побудови «сценаріїв».

44. Метод побудови прогнозних графів.

45. Прогнозування соціального розвитку населення.

46. Прогнозування рівня життя населення.

47. Прогнозування попиту на товари й послуги.

48. Демографічні прогнози.

49. Модель прогнозування чисельності населення.

50. Прогнозування параметрів руху населення.

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

Основна література

1. Березівський П. С., Михалюк Н. І. Організація, прогнозування та планування агропромислового комплексу : навч. посіб. / за ред. П. С. Березівського. 2-ге вид., стер. Львів : Магнолія 2006, 2025. 438 с.

2. Войцеховська Ю. В., Новаківський І. І. Основи статистичного прогнозування економічних процесів : навч. посіб. Львів : Новий Світ-2000, 2025. 199 с.

3. Галущак М. П., Галущак О. Я., Кужда Т. І. Прогнозування соціально-економічних процесів : навч. посіб. для економічних спеціальностей. Тернопіль : ФОП Паляниця В. А., 2021. 160 с.

4. Домарадзька Г. С., Гладун Т. М., Фещур Р. В. Прогнозування і макроекономічне планування : навч. посіб. 2-ге вид., стер. Львів : Магнолія 2006, 2025. 211 с.

5. Касьяненко В. О., Старченко Л. В. Моделювання та прогнозування економічних процесів : навч. посіб. Суми : Університетська книга, 2023. 185 с.

6. Косянчук Т. Ф., Швид В. В. Прогнозування та макроекономічне планування : навч. посіб. 2-ге вид. Львів : Новий Світ-2000, 2019. 296 с.

7. Методи і моделі економічного прогнозування : навч. посіб. / В. П. Кічор та ін. ; за ред. В. П. Кічора. Львів : Растр-7, 2019. 271 с.

8. Прогнозування соціально-економічних процесів : навч. посіб. / Л. І. Лозовська, Л. М. Бандоріна, Л. М. Савчук, К. О. Удачина. Дніпро : УДУНТ, 2022. 146 с.

Допоміжна література

9. Благун І. С., Кічор В. П., Селюченко Н. Є. Економічне прогнозування: теоретичні та прикладні аспекти : підручник / за ред. В. П. Кічора. Львів : Растр-7, 2020. 290 с.

10. Вітлінський В. В. Моделювання економіки : навч. посіб. Київ : КНЕУ, 2003. 408 с.

11. Вітлінський В. В., Терещенко Т. О., Савіна С. С. Економіко-математичні методи та моделі: оптимізація : навч. посіб. Київ : КНЕУ, 2016. 303 с.

12. Дослідження операцій в економіці : підручник / О. І. Черняк та ін. ; за ред. О. І. Черняка. Миколаїв : МНАУ, 2020. 397 с.

13. Єріна А., Мазуренко О. К. Статистичний аналіз часових рядів : навч. посіб. Київ : Київський національний університет імені Тараса Шевченка, 2022. 164 с.

14. Пістунов І.М. Економіко-математичне моделювання: навч. посібник. Дніпро : НТУ «ДП», 2024. 202 с.
15. Статистичний аналіз і моделювання соціально-економічних об’єктів та процесів : підручник / І. С. Благун та ін. ; за ред. В. П. Кічора. Львів : Растр-7, 2022. 400 с.

Навчальне видання

ПРОГНОЗУВАННЯ СОЦІАЛЬНО-ЕКОНОМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

Конспект лекцій

Укладачі:

Шебаніна Олена В’ячеславівна
Тищенко Світлана Іванівна
Пархоменко Олександр Юрійович
Крайній Володимир Олексійович
Кучмійова Тетяна Сергіївна
Хилько Іван Іванович

Формат 60х84 1/16. Ум. друк. арк. 5,875.
Наклад 50 прим. Зам. № _____

Надруковано у видавничому відділі
Миколаївського національного аграрного університету
54020, м. Миколаїв, вул. Георгія Гонгадзе, 9

Свідоцтво суб’єкта видавничої справи ДК № 4490 від 20.02.2013 р.