

## СУЧАСНІ МЕТОДИ ОЦІНКИ ЖИВОЇ МАСИ ТЕЛИЦЬ З ВИКОРИСТАННЯМ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ

**О.І. Каратєєва** к. с.-г. н., доцент кафедри генетики, годівлі тварин та біотехнології,  
Миколаївський національний аграрний університет

*Застосування математичних моделей Б. Гомпертца і Т. Бріджесса для опису та прогнозування динаміки живої маси телиць різних груп досліджень свідчить про їх високу ефективність. Порівняння зазначених моделей виявило вищий рівень апроксимації з фактичними даними живої маси при використанні рівняння Т. Бріджесса, що й підтверджено відповідними параметрами.*

**Ключові слова:** експоненційна крива росту, кінетична крива росту, модель Т. Бріджесса, модель Б. Гомпертца

**Постановка проблеми.** Останніми роками залишаються актуальними наукові дослідження, націлені на вивчення і розроблення оптимальних параметрів росту і розвитку тварин, пов'язаних з їх молочною продуктивністю і тривалістю господарського використання. Все більш актуального використання набуло застосування деяких генетико-математичних моделей, що дозволяють розраховувати всі періоди росту, а їх криві відображають генетичну зумовленість організму та його реакцію на зовнішні фактори [1].

**Аналіз останніх досліджень і публікацій, у яких започатковано розв'язання проблеми.** Існує широкий спектр таких моделей, але найбільш розповсюдженими є математичні моделі П. Вуда, І. Мак-Мілана, Т. Бріджеса та інші. Модель Т. Бріджеса точно апроксимує фактичну криву, а специфічна залежність її констант з помісячною динамікою живої маси дає можливість її прогнозувати за даними лише початкових місяців росту [2]. Останнім часом почали використовувати і більш сучасні моделі такі як Б. Гомпертца, Ф. Річардса які досить з високою точністю описують динаміку нарощування живої маси різних видів тварин [3].

**Мета досліджень.** Тому нами було поставлено за мету використати в дослідженні методи які базуються на використанні математичних моделей для визначення таких компонентів росту як його кінетична (початкова, до періоду статевої зрілості) та експоненційна (заклучна, після досягнення статевої зрілості) швидкості росту, теоретично розрахованих показників живої маси (опис) та прогнозних значень, отриманих у ранньому онтогенезі (в період вирощування). При цьому нами були використані такі моделі, як Б. Гомпертца та Т. Бріджеса.

**Матеріал і методика дослідження.** Дослідження проведено в умовах ДП ПР «Степове» Миколаївської області на телицях червоної степової породи і їх помісними

українськими чорно-рябими молочними ровесницями ( $n=80$  гол.) Групи тварин було рандомізовано та оцінено за живою масою у віці народження, 3, 6, 9, 12, 15, 18 і 24 міс. З метою генетико-математичного моделювання процесів росту та розвитку ремонтних телиць використовували дві моделі:

Рівняння Б. Гомпертца [5] за формулою:

$$W_t = W_0 \cdot \exp\left(\frac{A_0 \cdot (1 - e^{-\alpha t})}{\alpha}\right) \quad (1)$$

де  $W_0$  – жива маса при народженні;

$A_0$  – константа, що описує початковий темп росту;

$\alpha$  – постійна, що характеризує швидкість дозрівання.

Максимально можлива маса організму (асимптота), тобто  $W_\infty$ , при використанні рівняння Б. Гомперца складатиме:

$$W_\infty = W_0 \cdot \exp\left(\frac{A_0}{\alpha}\right) \quad (2)$$

Рівняння Т. Бріджеса [4] (модифікація I) за формулою:

$$W_t = A \cdot \left(\frac{W_0}{A}\right)^{\exp(-\mu \cdot t^\alpha)} \quad (3)$$

де  $W_t$  – маса в момент часу  $t$ ;

$t$  – вік телиць;

$A$  – маса в зрілому віці (асимптота);

$\mu$  – експоненційна швидкість росту;

$\alpha$  – кінетична швидкість росту.

**Результати досліджень та їх обговорення.** При вивченні онтогенетичних закономірностей росту сільськогосподарських тварин та птиці, насамперед, визначають їх живу масу, середньодобові та відносні прирости, проміри статей тіла, індекси будови тіла. Одним з методів аналізу росту, який останнім часом використовують, є описування та прогнозування цього складного процесу з використанням різноманітних математичних формул. Рівняння росту, пом'якшуючи окремі відхилення, допомагають визначити загальну тенденцію вікових змін, характерних для того чи іншого об'єкта [3].

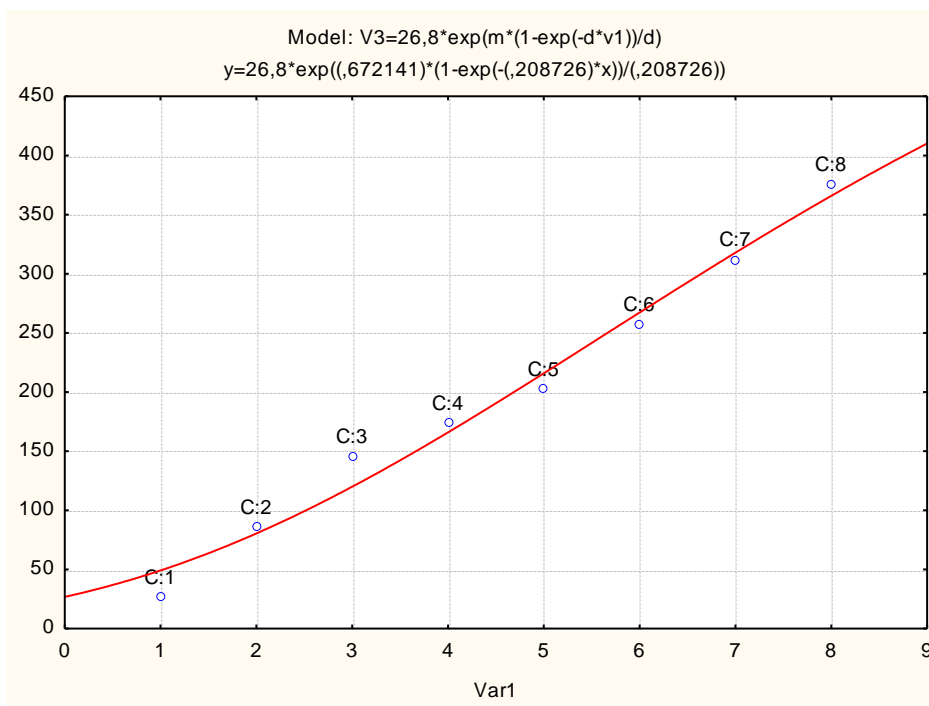
Проведене генетико-математичне моделювання живої маси телиць встановило, що, модель Б. Гомпертца серед чистопородних аналогів найбільш точно описує їх живу масу в 3-місячному (6,1 %), 9-місячному віці (8,2 %) та на прикінці періоду вирощування – 18 місяців (5,7 %) (табл. 1).

## Описове моделювання живої маси телиць червоної степової породи

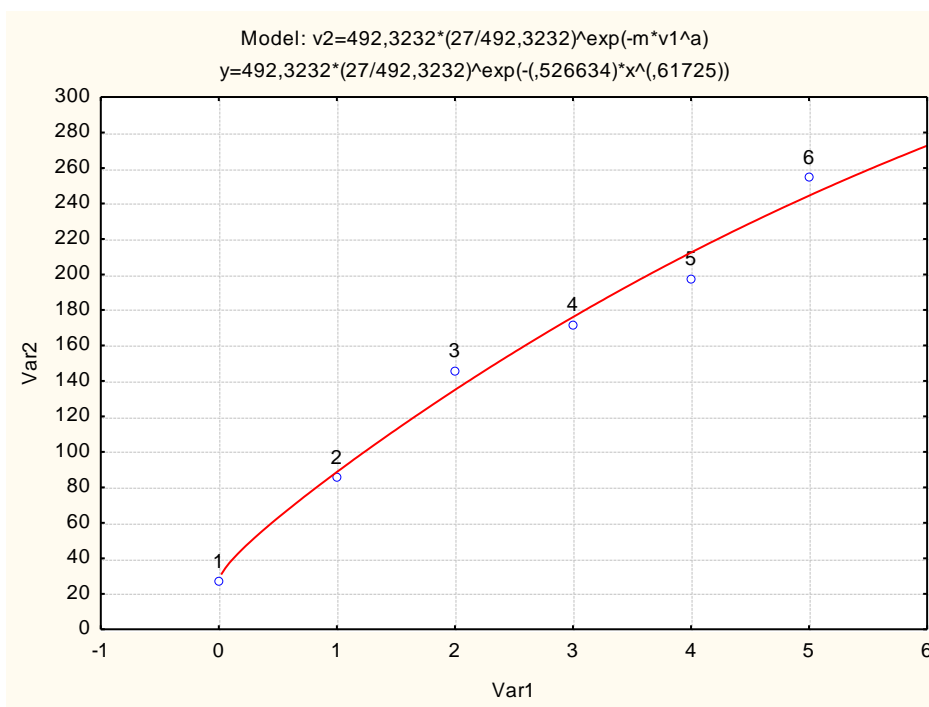
Вік телиць, місяців	Фактичні дані	Модель Гомпертца		Модель Бріджесса	
		теоретичні дані	відхилення, %	теоретичні дані	відхилення, %
червона степова (n=40)					
0	26,8	49,1	-22,3	27,0	0,2
3	86,2	80,1	6,1	88,6	-2,4
6	145,5	119,9	25,6	134,9	10,6
9	174,0	165,8	8,2	175,9	-1,9
12	202,5	215,8	-13,3	212,4	-9,9
15	257,3	267,2	-9,9	244,4	12,9
18	312,1	317,8	-5,7	311,0	1,1
24	376,0	365,8	10,2	376,0	0,0
помісі (n=40)					
0	30,3	57,1	-26,8	30,3	0,0
3	71,3	94,5	-23,2	89,2	-17,9
6	148,5	140,9	7,6	140,2	8,3
9	199,6	193,8	5,8	194,0	5,6
12	252,7	248,5	4,2	250,8	1,9
15	304,9	303,2	1,7	310,0	-5,1
18	353,6	354,9	-1,3	354,1	-0,5
24	399,7	402,1	-2,4	399,7	0,0
контроль (n=80)					
0	28,0	54,4	-26,4	28,0	0,0000
3	92,2	90,3	1,9	96,5	-4,3
6	157,6	132,9	24,7	145,8	11,8
9	181,3	178,3	3,0	186,2	-4,9
12	205,1	223,1	-18,0	219,4	-14,3
15	258,1	264,7	-6,6	246,4	11,7
18	311,2	301,5	9,7	315,7	-4,5
24	386,4	382,2	4,2	385,1	1,3

У той час коли найбільші розходження фактичної живої маси від теоретичної відмічаються при народженні – 22,3 % та у віці шести місяців – 25,6 % (рис. 1). Модель Т. Бріджесса серед чистопородних ровесниць точніше описує живу масу протягом всього їх періоду вирощування. Так, найбільше відхилення фактичних даних живої маси телиць з теоретичними відмічаються лише у віці шести та 12 місяців на рівні 10,6 та 12,9 % відповідно. В інші вікові періоди дана модель досить коректно описує їх масу тіла, а відхилення коливається від 0,2 до 9,9 % (рис. 2).

Описуючи динаміку живої маси помісних телиць за моделлю Б. Гомпертца відмічається найбільша розбіжність між фактичними і теоретичними значеннями при народження – 26,8 %. Далі з кожним віковим періодом дане відхилення поступово зменшується з 23,2 % у три місяці до 1,3 % у 18 місяців див. (табл. 1).



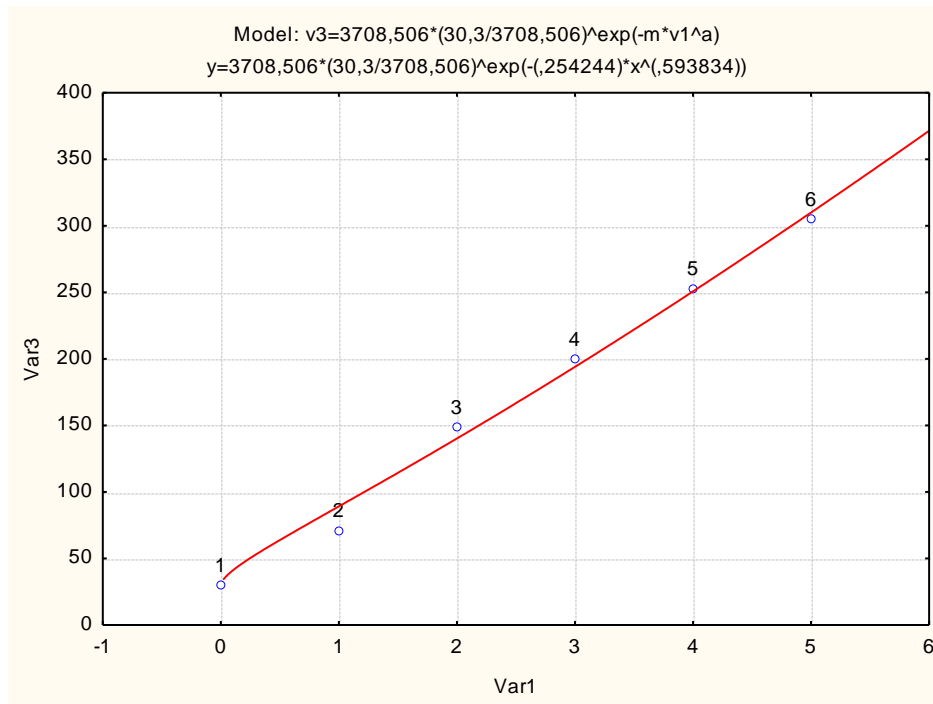
**Рис. 1. Моделювання живої маси телиць червоної степової породи за моделлю Б. Гомпертца**



**Рис. 2. Моделювання живої маси телиць червоної степової породи за моделлю Т. Бріджесса**

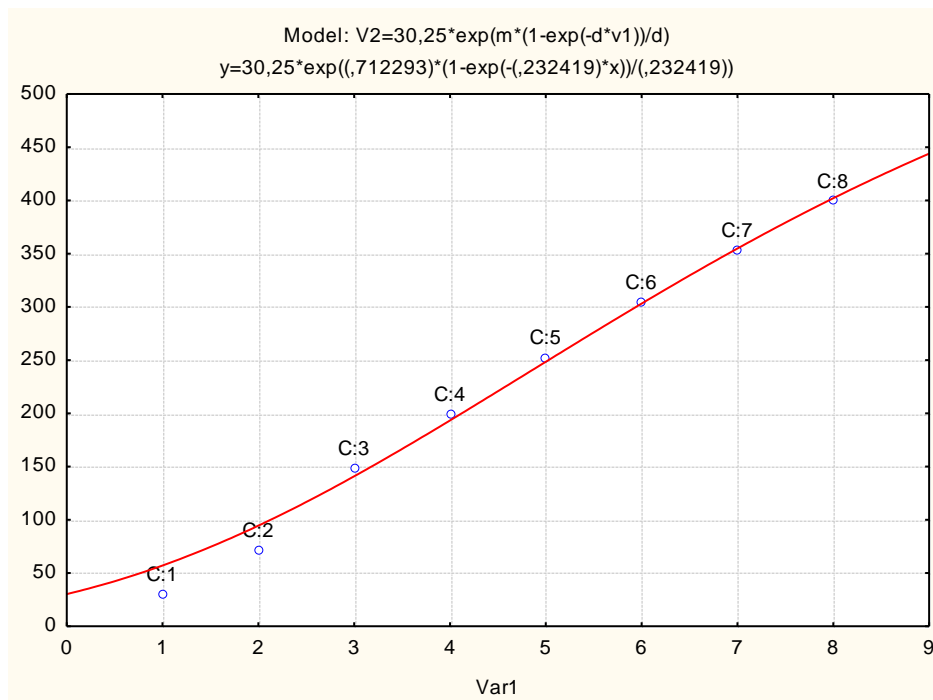
Застосована модель Т. Бріджесса дала змогу коректно провести опис динаміки живої маси у помісних генотипах телиць (рис. 3). Найточніше дана модель описує значення живої маси у більш старшому віці – 9-18 місяців. А у віці 24 місяці визначено найвищі співпадіння фактичних та розрахованих за моделлю показників живої маси, що співпали 100 %. Оскільки

в контрольну групу потрапили тварини різних порід та їх поєднань тому чіткої тенденції відносно використаних моделей при описі показників живої маси не виявлено див. (табл. 1).



**Рис. 3. Моделювання живої маси помісних телиць за моделлю Т. Бріджесса**

Порівнюючи модель Т. Бріджесса слід відмітити, що в більшості вікових періодів вона більш адекватно описує фактичні та теоретичні показники живої маси з мінімальними відхиленнями при народженні та у віці 24 місяці (рис. 4).



**Рис. 4. Моделювання живої маси помісних телиць за моделлю Б. Гомпертца**

Так, за моделлю Б. Гомпертца найвищі розбіжності відмічаються при народженні – 24,6 % та у віці шести місяців – 24,7 %. В інші вікові періоди межі відхилень дуже різко коливаються від 1,9 % у три місяці до 18 % у 12-місячному віці.

Таким чином, використання математичних моделей Б. Гомпертца, Т. Бріджесса, показало, що вони досить з високою точністю описують динаміку нарощування живої маси телиць дослідних груп. У переважній більшості досліджених груп телиць модель Т. Бріджесса найбільш точно описує їх живу при народженні та у більш старшому віці після 9-12-місячного віку.

У той же час, найбільші розбіжності фактичних значень живої маси з теоретичними визначено за моделлю Б. Гомпертца від народження до шести місячного віку.

Аналізуючи параметри функції Б. Гомпертца (табл. 2), можна відмітити, що для помісних телиць характерний більший початковий темп росту теоретичної кривої росту –  $A_0=0,71$ , ніж для ровесниць інших досліджених груп.

Таблиця 2

#### Коефіцієнти ростових моделей телиць досліджуваних груп

Дослідна група	Модель Б. Гомпертца			Модель Т. Бріджесса		
	$A_0$	$\alpha$	$R^2$	$\mu$	$\alpha$	$R^2$
I (дослідна)	0,67	0,21	99,10	0,53	0,62	98,60
II (дослідна)	0,71	0,23	99,43	0,25	0,59	99,15
III (контрольна)	0,76	0,27	98,44	0,65	0,64	98,43

I за швидкістю дозрівання вказані телиці мають перевагу над іншими ровесницями –  $\alpha=0,23$ , а найменші темпи росту відмічаються у чистопородних телиць – 0,67 та 0,2 відповідно.

При моделюванні за Т. Бріджессом експоненційна швидкість росту кривої була більшою у чистопородних телиць –  $\mu=0,53$  при  $\mu=0,25$ , у їх помісних аналогів. Проте, значення кінетичної швидкості у всіх дослідних груп вище, ніж експоненційна константа росту. Найменшими значеннями як експоненційної, так і кінетичної швидкості росту вирізнялися помісні генотипи.

Оцінюючи апроксимацію фактичних кривих теоретичними встановлено, що помісні телиці мають найвищі значення коефіцієнтів детермінації в рамках всіх використаних моделей.

#### Висновки.

1. Використання математичних моделей дозволяє з високою точністю оцінити закономірності зростання живої маси телиць дослідних груп.
2. Для прогнозування, опису і аналізу вікової динаміки живої маси найбільш підходить модель Т. Бріджесса. Точність моделі Т. Бріджесса знаходиться в

межах 98,43-99,15 %, а адекватність моделі Б. Гомпертца знаходиться в межах 98,44-99,43 %.

### Література:

1. Гиль М. І. Генетичний аналіз полігенно обумовлених та поліморфних ознак худоби молочних порід : дис. доктора с.-г. наук : 06.02.01 / М. І. Гиль. – Чубинське, 2008. – 656 с.
2. Коваленко В. В. Зв'язок інтенсивності нарощування лактаційної кривої з молочною продуктивністю корів української червоної молочної породи / В. В. Коваленко // Вісник аграрної науки Причорномор'я. – Миколаїв, 2013. – Випуск 4 (76), Т. 2, Ч.2. – С. 81–89.
3. Хвостик В. Використання математичних моделей для опису живої маси курей / В. Хвостик, Ю. Сметана // Тваринництво України. – 2012. – №9. – С. 6–11.
4. Bridges T. C. A mathematical procedure for estimating animal growth and body composition / T. C. Bridges, L. W. Turner, E. M. Smith et. al. // Trans. ASAE. – 1986. – V. 29. – № 5. – P. 1342–1347.
5. Gompertz B. On the nature of the function expressive of the law of human mortality, and a new mode of determining the value of live contingencies / B. Gompertz // Phil. Trans. Roy. Soc. – 1925. – V. 182. – P. 513–585.

### PEFERENCES

1. Gill M. I. 2008 *Henetychnyy analiz polihenno obumovlenykh ta polimorfnykh oznak khudoby molochnykh porid – Genetic analysis of polygenic and polymorphic traits caused cattle dairy breeds*. Chubyns'ke, 656 (in Ukrainian).
2. Kovalenko V. V. 2013 *Zv"yazok intensyvnosti naroshchuvannya laktatsiynoyi kryvoyi z molochnoyu produktyvnistyu koriv ukrayins'koyi chervonoyi molochnoyi porody – How to increase the intensity curve of lactation milk production of cows Ukrainian Red dairy cattle*. Mykolayiv, 81–89 (in Ukrainian).
3. Khvostyk V. Smetana Yu. 2012 *Vykorystannya matematychnykh modeley dlya opysu zhyvoyi masy kurey – Using mathematical models to describe the live weight of chickens* Tvarynnytstvo Ukrayiny, 6–11(in Ukrainian).
4. Bridges T. C. *A Mathematical procedure for estimating animal growth and body composition* / T. C. Bridges, L. W. Turner, E. M. Smith et. al. // Trans. ASAE. – 1986. – V. 29. – № 5. – P. 1342–1347.
5. Gompertz B. *On the nature of the function expressive of the law of human mortality, and a new mode of determining the value of live contingencies* / B. Gompertz // Phil. Trans. Roy. Soc. – 1925. – V. 182. – P. 513–585.

## СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ЖИВОГО ВЕСА ТЕЛОК С ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

**Е.И. Каратеева** к. с.-х. н., доцент кафедры генетики, кормления животных и биотехнологии, Николаевский национальный аграрный университет

*Применение математических моделей Б. Гомпертца и Т. Бриджесса для описания и прогнозирования динамики живой массы телок разных групп исследований свидетельствует об их высокой эффективности. Сравнение указанных моделей выявило высокий уровень аппроксимации с фактическими данными живой массы при использовании уравнения Т. Бриджесса, что и подтверждено соответствующими параметрами.*

**Ключевые слова:** экспоненциальная кривая роста, кинетическая кривая роста, модель Т. Бриджесса, модель Б. Гомпертца

## MODERN METHODS OF ESTIMATION OF BODY WEIGHT HEIFERS WITH USE OF MATHEMATICAL MODELS

**O.I. Karateeva**, PhD, dotsent of the department of genetics, animal nutrition and biotechnology, Mykolayiv State Agrarian University

*The use of mathematical models Gompertz B. and T. Bridges to describe and predict the dynamics of the live weight of heifers of different research groups indicates their high efficiency. Comparison of these models has revealed a high level of approximation with the actual data of live weight using the equation T. Bridges, and confirmed that the relevant parameters.*

**Key words:** exponential growth curve, the kinetic growth curve model T. Bridges, model B. Gompertz