

Міністерство аграрної політики та продовольства України

Миколаївський національний аграрний університет

Балицький І.В.

Конспект лекцій

з курсу “Теорія механізмів і машин”

Миколаїв- 2014



План лекції:

- 1.1** Мета і задачі курсу ТММ. Коротка історична довідка.
- 1.2** Структура і класифікація механізмів.
- 1.3** Кінематичні пари і їхня класифікація.

Курс «Теорія механізмів і машин» є першою частиною загально інженерної дисципліни «Основи проектування машин». Друга частина цієї дисципліни називається «Деталі машин». Курс ТММ вивчається протягом 2-х семестрів і складається з:

1-й семестр. Курс лекцій обсягом 38 годин, практичних занять - 38 годин (включаючи два рубіжних контролі). У розділі самостійна робота два домашніх завдання: 1-ше домашнє завдання «Структурний і кінематичний аналіз важільного механізму». 2-е домашнє завдання „ Кінетостатичний силовий розрахунок важільного механізму” Семестр завершується екзаменом з курсу ТММ.

2-й семестр. Курсовий проект (робота) з обсягом 3 листи ф А-1 графічної частини і пояснювальна записка на 30-50 рукописних (машинописних) сторінок. 17 годин практичних занять, 17 годин лабораторного практикуму. Курсовий проект захищається комісією з двох викладачів, по ній проставляється диференційований залік.

Основна література, що рекомендується.

1. Кіницький Я.Т. “Теорія механізмів і машин”, Київ, “Наукова думка”, 2002 р.
2. Артоболевський І.І. «Теорія механізмів і машин», «Наука», Москва, 1975 р.
3. Кіницький Я.Т. “Практикум із теорії механізмів і машин”, Львів „Афіша”, 2002
4. Коряняко А.С. «Курсове проектування по теорії механізмів і машин», “Вища школа”, 1970 р.

Додаткова література, що рекомендується.

1. Коряняко О.С. “Теорія механізмів і машин”, Київ „Вища школа”, 1987 р.
2. Артоболевський І.І. та ін. «Збірник задач по теорії механізмів і машин», Москва «Наука» 1980 р.
3. Левитська О.Н., Левитський Н.І. “Курс теорії механізмів і машин”, Москва «Вища школа» 1985 р.

Мета і задачі курсу.

Теорія механізмів і машин є наукою, що поєднує методи дослідження і конструювання машин. Загальна властивість усіх машин те, що вони є простими механізмами, чи складаються з ряду механізмів. Звідси впливають головні задачі курсу теорії механізмів і машин:

- 1) аналіз механізмів, тобто дослідження структури, кінематики і динаміки відомих чи спроектованих механізмів з метою їхнього удосконалення і поліпшення їхніх експлуатаційних якостей;
- 2) синтез механізмів, тобто розробка нових, відповідних заданим вимогам механізмів.

Теорію механізмів і машин іноді називають алгеброю машинобудування. Це сама загальна наука, що дає теоретичні основи дослідження і конструювання машин.

Зв'язок курсу ТММ з іншими дисциплінами.

Лекційний курс ТММ базується на знаннях, отриманих при вивченні фізики, вищої і прикладної математики, інженерної графіки, обчислювальної техніки й особливо тісно зв'язаний з теоретичною механікою. Знання, навички й уміння, придбані при вивченні ТММ, служать базою для курсів деталей машин, системи проектування, проектування спеціальних машин і основи наукових досліджень.

Коротка історична довідка

Історію розвитку теорії механізмів і машин можна розділити на чотири періоди, кінцеві рубежі яких наступні: для I періоду - початок XIX століття, для II періоду - середина XIX століття, для III періоду - II половина XIX століття і початок XX століття, для IV періоду – теперішній час.

I період - період передісторії механіки машин, протягом якого винаходиться велика кількість простих машин і механізмів: підйомники, млини, каменедробарки, ткацькі і токарські верстати, парові машини (Леонардо да Вінчі, Вайет, Ползунов, Уатт). Одночасно закладаються й основи теорії: теорема про зміну кінетичної енергії і механічної роботи (Карно), закони тертя, поняття про передатне відношення, основи геометричної теорії евольвентного зачеплення (Кулон, Амонтон, Ейлер і ін.)

II період - період початку розвитку ТММ. У цей час розробляються такі розділи як кінематична геометрія механізмів (Саварі, Шаль, Олів'є), кінетостатика (Коріоліс), розрахунок маховика (Понселе), класифікація механізмів по функції перетворення руху (Монж, Лану). Пишуться перші наукові монографії по механіці машин (Вілліс, Борин'ї), читаються перші курси лекцій по ТММ і видаються перші підручники (Бетанкур, Вейсбах, Остроградський).

III період. Друга половина XIX ст. є періодом фундаментальних досягнень теорії механізмів і машин, у яких самими результативними були російські і німецькі вчені.

Основи структурної теорії (Чебишев, Грюблер, Сомов, Малишев), основи теорії регулювання машин (Вишнеградський), основи аналітичної теорії зачеплення (Олів'є, Гофман), основи графоаналітичної динаміки (Віттенбауер, Мерцалов), структурна класифікація і структурний аналіз (Ассур), метод планів швидкостей і прискорень (Мор, Манке), правило прокручування механізму (Грасгоф).

IV період - від початку XX століття до теперішнього часу - період інтенсивного розвитку всіх напрямків ТММ як у Росії, так і за рубежом. Серед російських вчених необхідно відзначити узагальнюючі роботи Артоболевського І.І., Левитського Н.І., Фролова К.В.; в області структури механізмів - роботи Малишева, Решетова, Озола; по кінематиці механізмів - роботи Колчіна, Смирнова, Зинов'єва; по геометрії зубчастих передач - роботи Литвина, Кетова, Новікова; по динаміці машин і механізмів - Горячкін, Кожевников і багато інших радянських учених. Дане перерахування не охоплює і малої частки робіт видатних учених, які внесли істотний внесок у розвиток ТММ у цей період.

Машини і їхня класифікація.

Машини - технічний пристрій, що виконує перетворення енергії, матеріалів і інформації з метою полегшення фізичної і розумової праці людини, підвищення її якості і продуктивності.

Існують наступні види машин:

1.Енергетичні машини – машини, які перетворюють енергію одного виду в енергію іншого виду. Ці машини бувають двох різновидів:

Двигуни, що перетворюють будь-який вид енергії в механічну (наприклад, електродвигуни перетворюють електричну енергію, двигуни внутрішнього згорання перетворюють енергію розширення газів при згорянні в циліндрі).

Генератори, що перетворюють механічну енергію в енергію іншого виду (наприклад, електрогенератор перетворює механічну енергію парової чи гідравлічної турбіни в електричну).

2.Робочі машини – машини, які використовують механічну енергію для здійснення роботи по переміщенню і перетворенню матеріалів. Ці машини теж мають два різновиди:

Транспортні машини, що використовують механічну енергію для зміни положення об'єкта (його координат).

Технологічні машини, що використовують механічну енергію для перетворення форми, властивостей, розмірів і стану об'єкта.

3.Інформаційні машини – машини, призначені для обробки і перетворення інформації.

Вони підрозділяються на: математичні машини, що перетворюють вхідну інформацію в математичну модель досліджуваного об'єкта.

Контрольно-керуючі машини, що перетворюють вхідну інформацію(програму) у сигнали керування робочою чи енергетичною машиною.

4.Кібернетичні машини – машини, які керують робочими чи енергетичними машинами, що здатні змінювати програму своїх дій у залежності від стану навколишнього середовища(тобто машини, що володіють елементами штучного інтелекту).

Механізм і його елементи

У навчальній літературі використовується декілька визначень механізму.

1.*Механізмом* є система твердих і деформівних тіл, що призначена для реалізації необхідних рухів і передачі сил.

2.*Механізм* – кінематичний ланцюг, до складу якого входить нерухома ланка (стояк) і число ступенів вільності якої дорівнює числу узагальнених координат, що характеризують положення ланцюга відносно стояка.

3.*Механізмом* називається пристрій для передачі і перетворення рухів і енергій будь-якого роду.

4.*Механізмом* називається система, яка складається з ланок і кінематичних пар, що утворюють замкнуті чи розімкнуті ланцюги, що призначена для передачі і перетворення переміщень вхідних ланок і прикладених до них сил у необхідні переміщення і сили на вихідних ланках.

У цих визначеннях використані раніше не визначені поняття:

Ланка – тверде тіло чи система жорстко зв'язаних тіл, що входять до складу механізму. Ланки є головними елементами механізму, без яких механізм неможливий.

Кінематичний ланцюг – система ланок, що утворюють між собою кінематичні пари.

Кінематична пара - рухливе з'єднання двох ланок, що допускає їх визначений відносний рух.(скорочено КП).

Стояк – ланка, що при дослідженні механізму приймається за нерухому.

Вхідні ланки – ланки, яким надається заданий рух і відповідні силові фактори (сили чи моменти). Вхідні ланки називаються ще *ведучими*.

Вихідні ланки – ті, на яких одержують необхідний рух і сили. Вихідні ланки називаються ще *веденими*.

Початкова ланка – ланка, координата якої прийнята за узагальнену.

Початкова кінематична пара – пара, відносно положення ланок у якій прийнято за узагальнену координату.

По різниці у розміщенні траєкторій ланок розрізняють два види механізмів.

а) плоскі – точки ланок яких описують траєкторії, що лежать у паралельних площинах (Приклад: кривошипно-шатунний механізм).

б) просторові – траєкторії точок ланок яких є просторовими кривими чи плоскими, але розташованими в не паралельних площинах (Приклад: конічні зубчасті колеса, механізм «шарнір Гука», який використовується для передачі обертання заднім колесам автомобіля).

Для більш зручного зображення плоских кінематичних пар і ланок, що утворюють ці пари, прийняті умовні позначки:

Обертальна КП (рис. 1.5) зображується таким чином:



рис. 1.5

Поступальна КП (рис. 1.6) зображується таким чином:

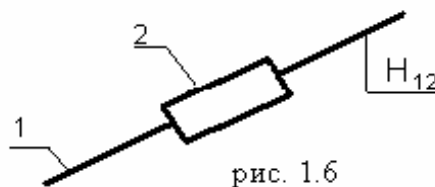


рис. 1.6

(H_{12} направляюча поступальної пари)

Центри обертальних пар позначаються великими літерами латинського алфавіту: А, В, С і т. д.

Ланки позначаються арабськими цифрами: 1, 2, 3 і т.д.

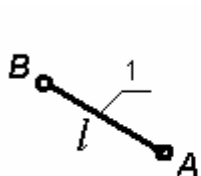


рис. 1.7

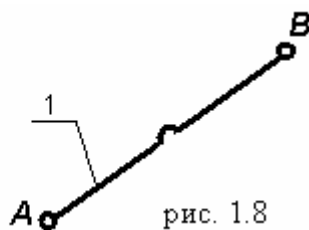


рис. 1.8

Ланку, що входить одночасно до складу двох обертальних пар, (рис. 1.7) зображують умовно в вигляді прямої лінії з двома кружечками на кінцях, незалежно від того, як вона виконана фактично. Основним розміром

такої ланки вважається відстань l між точками А та В (Приклад: ланка, (рис. 1.8) що входить в три КП).

Ланка, що входить до складу трьох і більше обертальних пар зображується на схемі у вигляді трикутника чи багатокутника.

Базисна ланка, (рис. 1.9) вона входить у три КП.

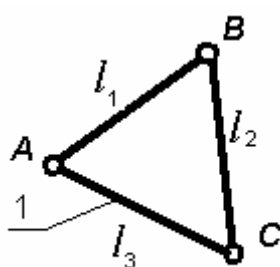


рис. 1.9

Ланки розрізняють за конструктивними ознаками (корпус двигуна, колінчастий вал, шатун, поршень, зубчасте колесо і т.п.), але в ТММ найчастіше – залежно від характеру їхнього відносного руху. Наприклад: *кривошип* - ланка механізму, яка здійснює повний оберт навколо нерухомої осі (рис. 1.1, ланка 1); *коромисло* - ланка, яка здійснює коливальний рух; *повзун* - ланка, що здійснює поступальний прямолінійний рух (2); *шатун* - ланка важільного механізму, що здійснює плоскопаралельний рух (2); *куліса* - рухома ланка, яка є напрямною повзуна.

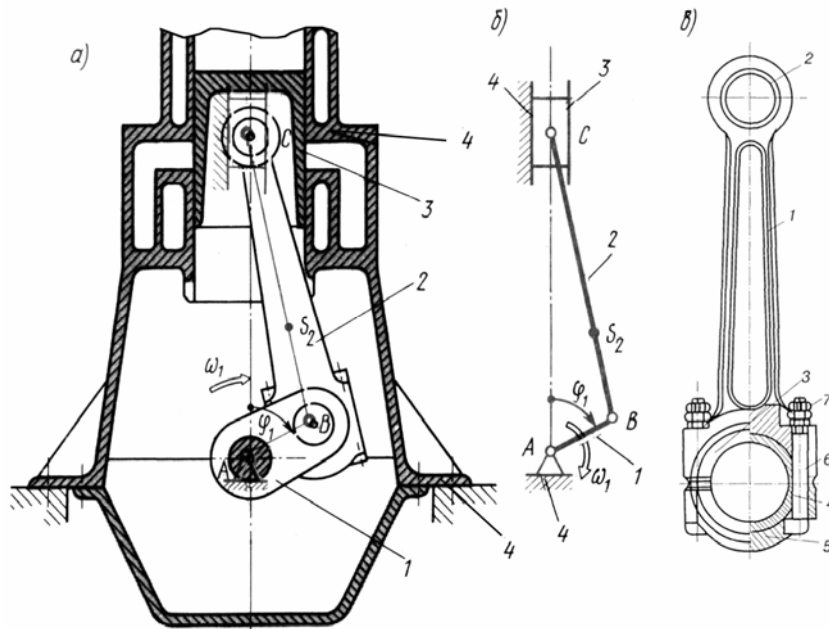


Рис. 1.1

Поверхні, лінії і точки, по яких стикаються ланки, називаються **елементами кінематичної пари**. Кінематичні пари, елементами яких є поверхні, називаються **нижчими кінематичними парами**. Якщо ланки стикаються по лініях і точках, то КП називаються **вищими**. Чотирирухома і п'ятирухома КП є вищими.

Відмітимо, що в плоских механізмах можуть бути лише кінематичні пари IV та V класів.

Відзначимо, що перевагою нижчих кінематичних пар, у порівнянні з вищими, є можливість передачі великих зусиль. Дія сил у нижчих парах розподіляється на більшу площу, у зв'язку з чим питомий тиск і стирання суттєво менші. Такі кінематичні пари є технологічнішими. Перевагою вищих пар є можливість відтворення самих найрізноманітніших законів руху вихідної ланки та зменшення тертя при застосуванні кінематичних з'єднань.

Кінематична пара існує, якщо її елементи дійсно стикаються, тобто якщо вона замкнута. Існує два види замикання КП – силове замикання і геометричне замикання.

Силове замикання (рис. 1.20) (за рахунок сили пружності пружини). Геометричне (рис. 1.21) (за рахунок конструкції робочих поверхонь пари)

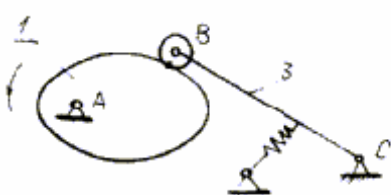


рис. 1.20

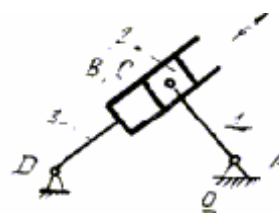


рис. 1.21

Класифікація кінематичних пар.

Кінематичні пари класифікують за числом (S) умов зв'язку (обмежень), які накладає пара на рух однієї ланки відносно іншої, рідше - за числом (H) ступенів вільності у відносному русі ланок. Число ступенів вільності у відносному русі ланок визначає вид пари за рухомістю. Розрізняють кінематичні пари одно-, дво-, три-, чотири-, і п'ятирухомі.

Числом ступенів вільності механічної системи називають число незалежних її можливих переміщень.

В загальному випадку для абсолютно твердого тіла, що вільно рухається в просторі, число ступенів вільності дорівнює шести. Рух такого тіла можна уявити як обертання навколо та ковзання вздовж трьох довільно взятих взаємно перпендикулярних координатних осей (незалежно і одночасно). При плоскому русі тіло матиме три ступені вільності.

Отже, вільне в просторі тіло має шість ступенів вільності, тобто $H=6$. Це означає, що на рух вільного тіла не накладено ніяких обмежень.

Як вже було сказано, в механізмі вільних (не зв'язаних між собою) ланок немає. Кінематичні пари накладають обмеження на рух ланок, "змушують" їх рухатись певним чином, виконувати потрібні, задані рухи. Або, інакше, для того, щоб ланка механізму рухалась певним чином, її рух необхідно обмежити кінематичною парою.

Входження ланки в кінематичну пару з іншою ланкою накладає на їх відносний рух певні обмеження - умови зв'язку (в'язі) S .

Очевидно, що число цих умов зв'язку не може бути більшим п'яти, інакше кінематична пара стане жорстким з'єднанням двох ланок, тобто вони утворять одну ланку. Так само не може бути кінематичної пари, яка не накладає жодного зв'язку, бо при цьому матимемо дві вільні ланки.

Отже, число S умов зв'язку, що накладають кінематичні пари на відносний рух ланок, може змінюватися в межах від 1 до 5, тобто $1 \leq S \leq 5$. Число ступенів вільності ланки, що входить до кінематичної пари, дорівнює $H=6-S$.

Клас кінематичної пари визначається числом умов зв'язку; його можна знайти з рівності $S = 6 - H$.

Номер класу пари збігається з числом S умов зв'язку. Оскільки число умов зв'язку може змінюватися в межах від 1 до 5, то число класів кінематичних пар дорівнює п'яти.

На рис. 1.2 наведено основні види кінематичних пар, їх схеми та умовне позначення згідно рекомендацій міжнародних стандартів, стосовно структурних та кінематичних схем. Відзначимо, що тут наведено принципове зображення кінематичних пар, а конструктивні виконання можуть бути різними.

Найбільше застосування в механізмах машин, приладах та інших пристроях отримали обертальні кінематичні пари V класу.

Обертальна пара (рис. 1.2, а) – однорухома, допускає лише один відносний обертовий рух однієї ланки навколо іншої, тобто число ступенів вільності $H=1$; на відносний рух ланки накладено $S=6-H=5$ умов зв'язку (в'язей). Отже, це кінематична пара п'ятого класу. Елементи обертальної пари – це циліндричні поверхні (ланки 1 та 2 дотикаються по циліндричній поверхні); нижча пара замкнена геометрично.

Поступальна пара (рис. 1.2, б) – однорухома, допускає лише прямолінійний поступальний відносний рух ланок, тобто $H=1$ $S=5$; отже, це кінематична пара V класу, нижча, з геометричним замиканням. Відомим прикладом конструктивного

виконання такої кінематичної пари є пара поршень - циліндр двигуна внутрішнього згоряння, поршневої помпи, компресора і т.ін.

Відзначимо, що кінематичні пари V класу зустрічаються в трьох варіантах. Крім названих, обертової та поступальної, до V класу відносять також кінематичну пару гвинт – гайка (рис. 1.2, в), оскільки одна ланка відносно іншої має тільки один незалежний рух (обертання навколо і поступальний рух вздовж осі гвинта взаємопов'язані між собою).

IV клас. *Циліндрична пара* (рис. 1.2, з) – дворухома кінематична пара, допускає незалежні обертовий та поступальний відносні рухи ланок, тобто $H=2$, а $S=4$, отже, це IV клас пари. Пара нижча (ланки дотикаються по циліндричній поверхні) з геометричним замиканням.

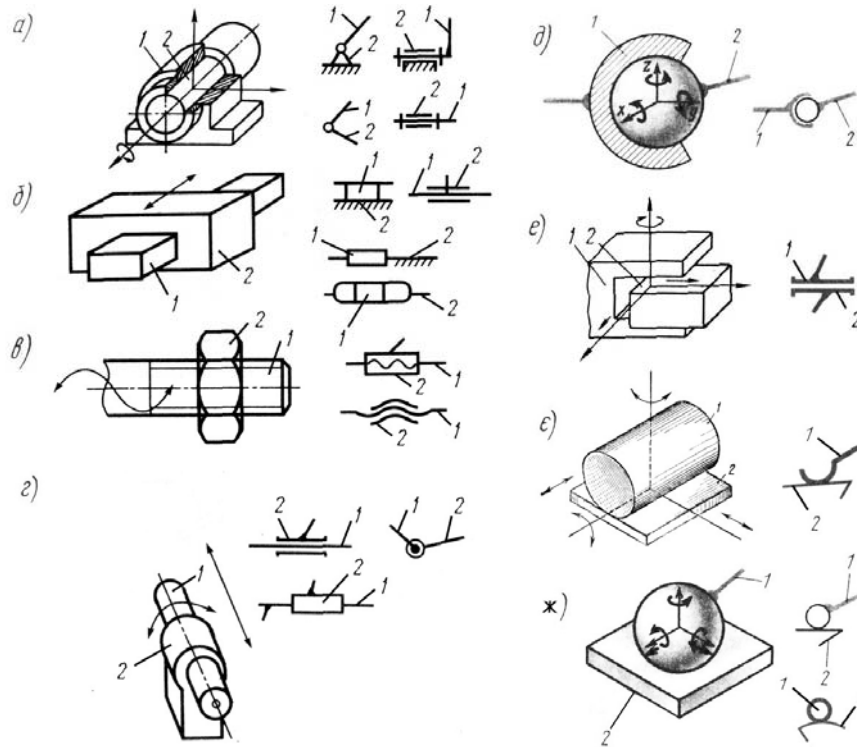


Рис. 1.2

III клас. *Сферична пара* (кульковий шарнір, рис. 1.2, д), *площинна пара* (рис. 1.2, е) – трирухомі кінематичні пари. Рух однієї ланки відносно іншої зводиться до трьох незалежних відносних рухів (показано стрілками); $H=3$, $S=3$, тобто пари III класу; пари нижчі, з геометричним замиканням.

II клас. *Лінійна пара*. Наведена варіантом “циліндр-площина” (рис. 1.2, е). Чотирирухома кінематична пара; можливі незалежні відносні рухи ланок (обертові та поступальні) показані стрілками; тобто $H = 4$, $S = 2$, II клас. Це вища пара, тому що контакт елементів ланок лінійний.

I клас. *Точкова пара* (рис. 1.2, ж). П'ятирухома кінематична пара, що являє собою кулю 1, яка перекочується з ковзанням по площині 2. Куля може здійснювати п'ять простих незалежних рухів; $H=5$, а $S=1$. Рух кулі відносно площини може бути розкладений на три обертові рухи навколо осей x , y , z та ковзання вздовж двох осей x , y . Рух кулі вздовж вертикальної осі неможливий, тому що до низу він обмежений площиною, а при русі в протилежному напрямку порушується дотик ланок і кінематична пара перестане існувати.

В даній кінематичній парі має бути передбачене силове замикання. Пара – вища, оскільки ланки дотикаються у точці.

Зазначимо, в загальному випадку пари I класу одержують при лінійному дотику двох поверхонь, а II класу – при точковому. Як бачимо, щоб визначити клас кінематичної пари, треба одну з ланок умовно прийняти за нерухому, зв'язати з нею просторову систему координат та порахувати можливі незалежні рухи іншої ланки, H

(або порахувати накладені умови зв'язку, тобто обмеження на можливі прості рухи ланки, S). Клас кінематичної пари знаходимо з рівності $S = 6 - H$.

Кінематичні з'єднання. Необхідно відмітити, що відносна рухомість ланок, що з'єднуються, може бути забезпечена також кінематичними з'єднаннями. Кінематичні з'єднання є аналогами кінематичних пар. Кінематичний ланцюг, що конструктивно замінює у механізмі кінематичну пару, називається *кінематичним з'єднанням*. Кінематичне з'єднання може складатися з декількох ланок та кінематичних пар, але тільки дві ланки з'єднання можуть бути з'єднані з іншими ланками механізму.

Прикладами кінематичних з'єднань можуть бути кулькова вальниця, кульково-гвинтові передачі, роликові напрямні та інші (замінюють, відповідно, обертові, гвинтові та поступальні кінематичні пари). Застосування кінематичних з'єднань замість кінематичних пар дозволяє зменшити втрати на тертя, підвищити тримкість, спростити технологію виготовлення.

Структурні та кінематичні схеми механізмів. При зображенні механізму на кресленні, розрізняють його *структурну* схему із застосуванням умовних позначень ланок і кінематичних пар (без дотримання масштабу) і *кінематичну* схему, яка є його кінематичною моделлю.

Структурна схема містить загальну інформацію про механізм: про кількість ланок та кінематичних пар, послідовність, способи з'єднання ланок та види можливих рухів.

Кінематична схема механізму будується у вибраному масштабі з точним дотриманням всіх розмірів і форм, від яких залежить рух тієї чи іншої ланки. На кінематичній схемі повинно бути вказане все, що є необхідним для вивчення руху. Все зайве, що не впливає на рух, має бути вилучене, щоб не ускладнювати креслення.

Питання для самоконтролю

1. Що вивчає ТММ?
2. Дайте визначення механізму, машини.
3. Назвіть дві основні проблеми ТММ.
4. Що називається ланкою, кінематичною парою?
5. За якими ознаками класифікують кінематичні пари?
6. Що називається кінематичним ланцюгом? Як їх класифікують?
7. Яка різниця між механізмом та кінематичним ланцюгом?

План лекції:

- 2.1. Структурні формули кінематичних ланцюгів
- 2.2. Структурна класифікація плоских механізмів.
- 2.3. Принцип утворення механізмів.

Існують загальні закономірності в будові (структурі) найрізноманітніших механізмів, які проявляються у взаємозв'язку числа ступенів вільності механізму з числом ланок та числом і видом його кінематичних пар. Ці закономірності відображають структурні формули механізмів.

Просторові механізми. Нехай механізм складається з k ланок. Якби всі ланки були вільними тілами, загальна кількість їх ступенів вільності була б рівна $H = 6k$. В механізмі ланки з'єднані за допомогою кінематичних пар. Кожна з пар накладає на ланку відповідну кількість в'язей. Так, кінематична пара V класу накладає п'ять в'язей ("відбере" п'ять ступенів вільності), IV – чотири в'язі, III – три в'язі і т.ін. Позначимо число кінематичних пар V класу, що входять до складу механізму, через p_5 , IV класу - p_4 , III класу – p_3 і т. п. Тоді загальне число ступенів вільності всіх ланок, тобто число ступенів вільності, що їх має кінематичний ланцюг механізму, становитиме

$$H = 6k - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1$$

Оскільки в механізмі одна із ланок вважається нерухомою, то загальне число ступенів вільності зменшиться на шість, $W = H - 6$. Позначимо число рухомих ланок механізму через $n = k - 1$, тоді число ступенів вільності кінематичного ланцюга відносно нерухомої ланки

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1. \quad (2.1)$$

Це формула для визначення числа ступенів вільності (рухомості) просторових кінематичних ланцюгів, механізмів – *структурна формула кінематичного ланцюга загального виду*. В літературі її називають ще формулою Сомова-Малишева.

Ступінь вільності (рухомості) механізму W – це число ступенів вільності його рухомого кінематичного ланцюга відносно нерухомої ланки (стояка).

Плоскі механізми. На рух кожної з ланок плоского механізму накладено три загальні обмеження. Якщо б усі рухомі ланки на площині були вільними тілами, то загальне число ступенів вільності ланок дорівнювало б $(6 - 3)n = 3n$. У плоских механізмах кінематичні пари можуть бути лише V класу, однорухомі - нижчі та IV класу, дворухомі - вищі; відповідно пари п'ятого класу будуть накладати – $(5 - 3)p_5 = 2p_5$ в'язей (три загальні в'язі вже накладено площиною); пари четвертого класу – $(4 - 3)p_4 = p_4$ в'язей. В плоскі механізми пари I, II, III класів входять не можуть, оскільки вони володіють просторовим характером можливих відносних рухів. Структурна формула для плоского кінематичного ланцюга буде :

$$W = 3n - 2p_5 - p_4. \quad (2.2)$$

Це *структурна формула Чебишева для визначення числа ступенів вільності плоских кінематичних ланцюгів, механізмів*.

За формулами (2.1), (2.2) проводять структурний аналіз існуючих механізмів і синтез структурних схем нових механізмів.

Аналіз ступеня вільності механізму. Наведемо визначення механізму, враховуючи нові поняття.

Механізмом називається такий кінематичний ланцюг, у якому при заданому русі однієї чи декількох ланок відносно будь-якої з них всі інші ланки здійснюють однозначно визначені рухи.

Як видно з визначення, у будь-якому механізмі є ланка (або декілька ланок), рух яких є заданим. Виникає запитання - скільки незалежних рухів можна задати даному механізму? Як було сказано, ступінь вільності механізму характеризує число ступенів вільності його кінематичного ланцюга відносно стояка. Отже, якщо механізм має один ступінь вільності, то одній з ланок механізму треба задати рух; при цьому всі інші ланки механізму отримують цілком визначені рухи, що є функціями заданого. Таким чином, для визначеності рухів усіх ланок механізму, який утворений кінематичним ланцюгом з одним ступенем вільності, необхідно і достатньо мати заданим закон руху однієї з ланок. Якщо механізм має два ступені вільності, то необхідно задати одній з ланок два незалежних рухи або двом ланкам по одному незалежному руху. *Отже, ступінь вільності механізму вказує на число незалежних рухів, які треба задати в механізмі, щоб рух усіх інших ланок був цілком визначеним.*

При нульовому ступені вільності ні одна з ланок не може рухатися відносно нерухомої ланки і кінематичний ланцюг перетворюється в ферму.

Кожна з незалежних між собою координат, що визначає положення всіх ланок механізму відносно стояка, називається *узагальненою координатою механізму*. За узагальнену координату приймається кут повороту або лінійне зміщення ланки.

Ланка, якій приписується одна чи декілька узагальнених координат називається *початковою ланкою*. Цей термін пов'язаний з тим, що знаходження положень усіх ланок механізму починають з побудови положень початкової ланки. Вибір початкової ланки визначається зручністю визначення положень ланок механізму та зручністю його аналізу. Початкові та вхідні ланки можуть як збігатися, так і не збігатися.

Число узагальнених координат механізму також визначається ступенем вільності механізму. Кожний незалежний рух визначається заданням закону зміни однієї узагальненої координати (кутової або лінійної).

Кривошипно-повзунний механізм (рис. 1.1) має ступінь вільності рівний одиниці, тобто $W=1$. Отже, для визначеності руху всіх ланок механізму треба задати йому один рух або треба мати заданою одну узагальнену координату. Нехай задано закон обертання ланки 1 у вигляді функції $\varphi_1 = \varphi_1(t)$, де φ_1 – кут повороту кривошипа 1. В цьому разі всі інші ланки будуть мати цілком визначений рух. Ланка 1 механізму буде *вхідною (початковою)*. Нагадаємо, ланка (ланки) механізму, якій надається рух, що перетворюється в потрібний рух інших ланок механізму, називається *вхідною ланкою*.

Ступінь вільності механізму визначає число вхідних (початкових) ланок, тобто кількість ланок, яким необхідно задати рух, щоб усі інші ланки рухались цілком визначено.

Зазначимо, що, в основному, в конструкціях машин і приладів використовуються механізми з одним ступенем вільності. Значно рідше знаходять застосування механізми з двома та більше ступенями вільності. До таких конструкцій відносяться, наприклад, диференціали автомобілів, маніпулятори.

Пасивні (зайві) умови зв'язку. Необхідно зазначити, що під час дослідження структури механізму можуть виявитися умови зв'язку та ступені вільності, що не впливають на характер руху механізму в цілому. Такі умови зв'язку називають пасивними, а ступені вільності – зайвими, оскільки їх можна вилучити без зміни загального характеру руху механізму.

Розглянемо для прикладу важільний п'ятиланковий механізм подвійного паралелограма, що на практиці зустрічається у вагових механізмах, швейних двоголчастих машинах, спарниках тепловозів та електровозів (рис. 1.8, а). При значних навантаженнях ланки можуть недопустимо деформуватися. Крім того, шарнірний паралелограм, переходячи через своє граничне положення, може перетворитися в антипаралелограм. Для позбавлення цих недоліків в конструкцію механізму вводять додатковий шатун EF . При цьому розміри ланок задовольняють умови $AB = CD$, $AD = EF = BC$, $AE = BE$ і $DF = FC$.

З урахуванням другого шатуна ступінь рухомості механізму паралелограма

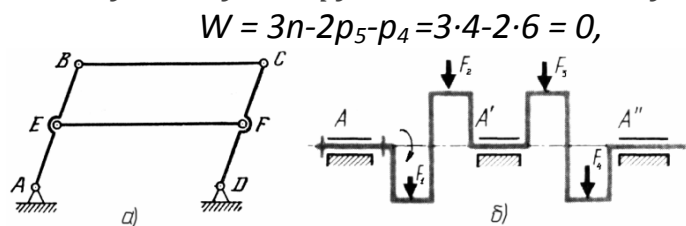


Рис. 1.8

тобто, згідно з розрахунком, такий кінематичний ланцюг не має рухомості, а є фермою. Насправді, як це підтверджує практика, у разі приведення в рух кривошипа AB (чи іншої ланки) усі ланки даного кінематичного ланцюга мають цілком визначені рухи. Отже, це механізм, а кінематичні пари E та F і зв'язки, накладені ними на ланки, не впливають на рух механізму в цілому.

Додаткові в'язі, що не впливають на рух механізму в цілому та на закон руху веденої ланки, називають пасивними (зайвими). Пасивні в'язі дублюють інші в'язі, не зменшуючи рухомість механізму, а лише перетворюють його у статично невизначену систему.

Виконуючи структурний, кінематичний аналіз, пасивні в'язі треба вилучати; умовно відокремимо шатун EF від механізму. Тоді ступінь вільності механізму буде таким, як і є насправді, рівним одиниці

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 1$$

Зазначимо, що пасивні зв'язки існують при виконанні певних геометричних співвідношень в механізмі; введення додаткового шатуна EF лише за умови $EF = AD$ не внесе нових зв'язків і число ступенів вільності залишиться рівним одиниці. Якщо ж точність виконання вказаних геометричних співвідношень виявиться недостатньою, наприклад, $AE \neq FD$, то відстань EF вже не буде рівною AD і рух стане неможливим, тобто число ступенів вільності дійсно буде рівним нулю.

Отже, в загальне число накладених умов зв'язку може ввійти деяке число додаткових (пасивних) в'язей. Ступінь вільності просторового механізму з урахуванням пасивних зв'язків визначається за наступною формулою Сомова-Малишева

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1 + q, \quad (2.3)$$

де q – число пасивних (зайвих) в'язей.

У загальному випадку розв'язати рівняння (1.3) з двома невідомими (W , q) є важкою задачею. Проте, коли ступінь вільності механізму знайдено з геометричних міркувань, то з (1.3) можна знайти число пасивних зв'язків.

Для плоского механізму формула Чебишева з урахуванням пасивних зв'язків матиме вигляд

$$W_n = 3n - 2p_5 - p_4 + q$$

індекс "n" звертає увагу на те, що мова йде про ідеально плоский механізм або, точніше, про його плоску схему. Реальні плоскі механізми, через неточності виготовлення, у деякій мірі є просторовими.

Механізми, які мають зайві зв'язки, є статично невизначеними; якщо $q = 0$ - механізм статично визначена система. Якщо пасивних умов зв'язку немає, механізм складається без деформації ланок, останні ніби самовстановлюються; такі механізми називаються *самовстановлюючими або раціональними*. Якщо пасивні в'язі існують ($q > 0$), то механізми потребують підвищеної точності виготовлення. При недостатній точності у процесі складання ланки механізму деформуються, що викликає навантаження кінематичних пар і ланок значними додатковими силами; тертя в кінематичних парах може значно збільшитися. Тому з цієї точки зору пасивні в'язі в механізмах небажані.

Але в цілому ряді випадків необхідно свідомо проектувати та виготовляти статично невизначені механізми із залишковими в'язями для забезпечення потрібної міцності та жорсткості системи, для кращого розподілу навантажень, особливо при передачі великих сил. Так, наприклад, для колінчатого вала чотирициліндрового двигуна (рис. 1.8, б), з точки зору кінематики механізму з одним ступенем вільності, повністю достатньо однієї опори A з обертовою кінематичною парою V класу. Але, враховуючи велику довжину вала і значні зусилля, що навантажують колінчатий вал, вводять ще дві опори A' і A'' ; інакше система буде нероботоздатною з причини недостатньої жорсткості та міцності. Для такої конструкції необхідно забезпечити високу точність виготовлення, особливо співвісність усіх трьох опор, інакше вал буде деформуватись, і в матеріалі вала та вальницях можуть з'явитися недопустимо великі напруги. Зазначимо, що розрізняють пасивні умови зв'язку в кінематичних ланцюгах механізму – зайві контурні зв'язки, та – в кінематичних парах – локальні зв'язки (відповідно перший та другий розглянуті приклади).

Зайві ступені вільності. Розповсюдженим прикладом зайвих ступенів вільності є обертання роликів на їх осях. Як приклад розглянемо кулачковий механізм з роликівим штовхачем (рис. 1.6).

Ступінь вільності кулачкового механізму за формулою Чебишева

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 1 = 2.$$

Виходячи з того, що $W=2$ можна зробити висновок, що у механізмі має бути дві вхідні ланки. Проте, очевидно, що для визначеності руху штовхача достатньо задати лише один рух кулачку. Зайвий ступінь вільності створює ролик. Він може обертатися навколо своєї осі, не впливаючи на характер руху всього механізму. Кінематика механізму не зміниться, якщо ролик вивести, а профіль кулачка виконати по еквідистанті (штрихова лінія на рис. 1.6). Ролик являє собою конструктивний елемент, який зменшує сили тертя і спрацювання ланок.

В подальшому, при вивченні руху ланок механізмів, будемо припускати, що всі зайві умови зв'язку попередньо вилучені.

План лекції:

- 3.1. Групи Ассура та їхня класифікація.**
- 3.2. Класифікація механізмів. Послідовність структурного аналізу.**
- 3.3. Зайві ступені вільності та пасивні умови зв'язку.**
- 3.4. Замінюючі механізми.**

Групи Ассура та їхня класифікація.

Кінематичний ланцюг з нульовою ступінню вільності називається групою Ассура.

В сучасному машинобудуванні і автомобілебудуванні широко застосовують плоскі механізми, ланки яких входять в кінематичні пари IV і V класів. Розглянемо принципи їх структурної класифікації. На основі викладеного принцип утворення механізмів можна сформулювати ще так: всякий механізм може бути утворений шляхом послідовного приєднання до механізму I класу груп Ассура. На основі визначення група Ассура має нульову ступінь вільності $W=0$. Тоді для кожної групи Ассура і права сторона рівняння /2.4/ рівна нулю

$$3n - 2p_5 - p_4 = 0 . \quad /3.1/$$

Якщо в склад, плоского механізму входять тільки кінематичні пари V класу, то із /2.5/ маємо

$$p_5 = \frac{3}{2} n . \quad /3.2/$$

Визначимо співвідношення між числом рухомих ланок і кінематичних пар V класу в групах Ассура / рис. 3.1/ згідно / 3.2/, результати запишемо в табл.3.1.

Таблиця 3.1.

<i>n</i>	2	4	6	8	...
<i>p</i> ₅	3	6	9	12	...

Як бачимо із табл.3.1 найпростіша група Ассура складається, із двох рухомих ланок і трьох кінематичних пар V класу.

Групи Ассура діляться на класи і порядки.

Клас групи визначається найвищим класом контура, що входить в дану групу.

Клас контура визначається числом кінематичних пар, що він в себе включає.

Порядок групи визначається числом вільних елементів, якими група приєднується до основного механізму.

Групи Ассура

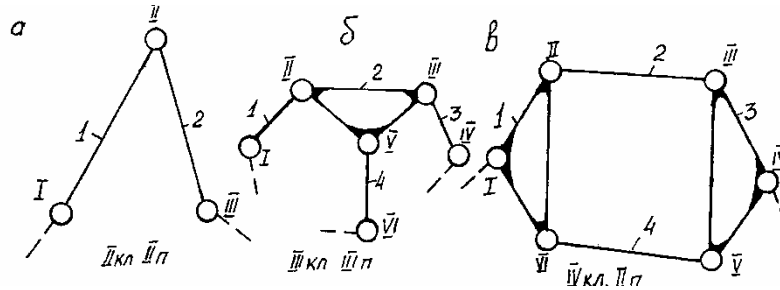


Рис.3.1.

Групи Ассура II класу II порядку діляться ще на види, в залежності від наявності і співвідношення обертальних і поступальних кінематичних пар /рис.3.2/. Прийнято, якщо в групі Ассура II кл. II пор. всі три пари обертальні, то вона відноситься до I виду ; якщо одну із крайніх обертальних пар замінити поступальною, то 2 виду ; якщо середню обертальну пару замінити поступальною, то - 3 виду ; якщо дві крайніх обертальних пари замінити поступальними, то - 4 виду ; якщо середню і одну із крайніх обертальних пар замінити поступальними, то - 5 виду.

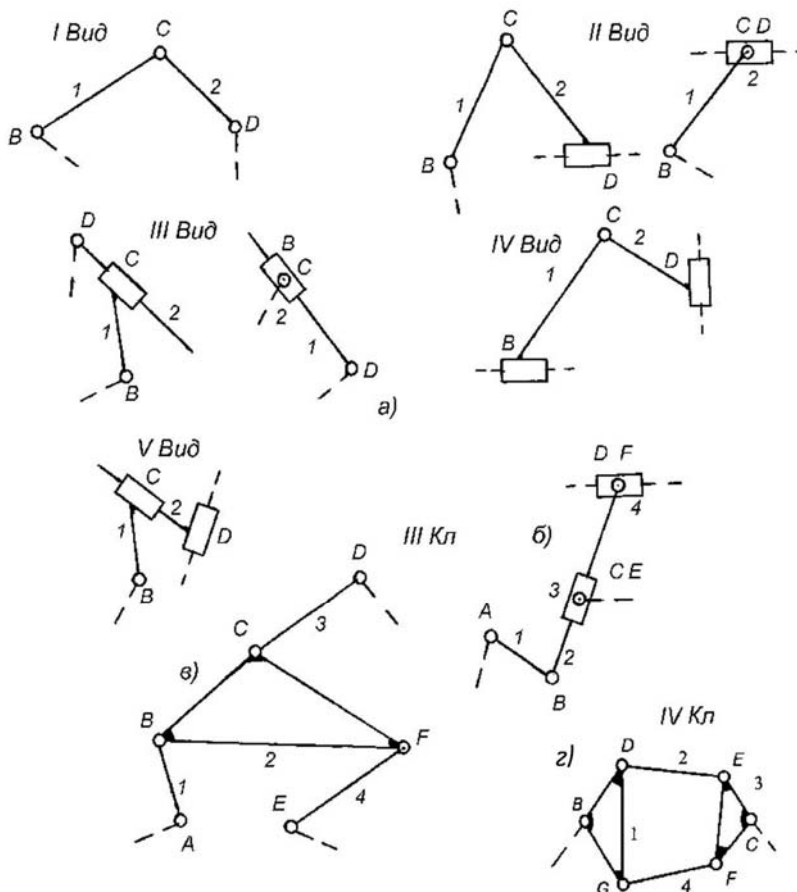


Рис.3.2

Класифікація механізмів. Послідовність структурного аналізу.

Якщо до механізму I класу приєднати відповідну групу Ассура:

II кл. II пор. I виду, то отримаємо - кривошипно-коромисловий механізм /рис.3.3а/;

II кл. II пор. 2 виду - кривошипно-повзунний механізм /рис.3.3, б/;

II кл. II пор. 3 виду - кулісний механізм /рис.3.3, в/;

II кд. II пор. 4 виду - тангенсний механізм /рис.3.3, г/;

II кл. II пор. 5 виду - синусний механізм /рис.3.3, д/.

Клас механізму в цілому визначається найвищим класом групи Ассура, що входить в даний механізм.

Схема механізму, зображена без масштабу, називається структурною.

Схема механізму, зображена в масштабі, називається кінематичною.

Механізми, в склад яких входять тільки нижчі кінематичні пари, називаються важільними.

Різновиди механізмів II кл. II пор.

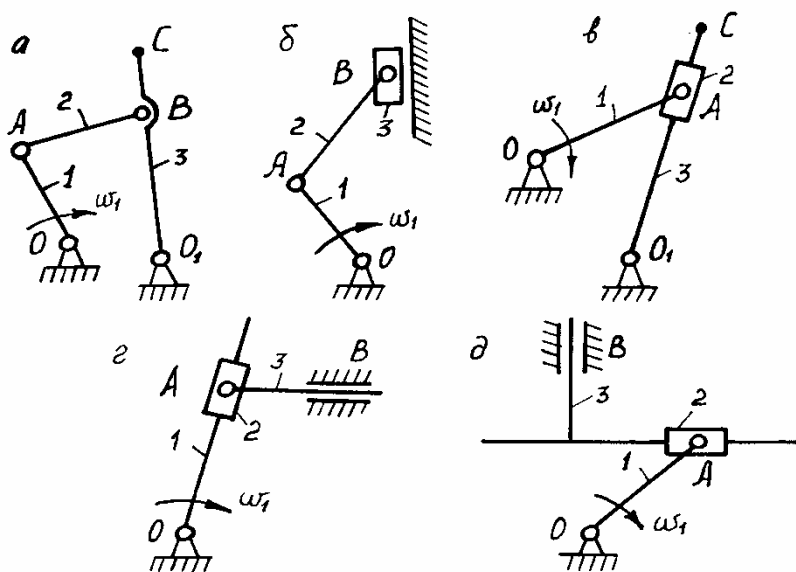


Рис.3.3.

Розкладання механізму на групи Ассура проводиться в послідовності оберненій утворенню механізму, починаючи з найпростішої групи і так, щоб механізм, що залишається, був працездатним і не було розриву кінематичного ланцюга; якщо не можливо виділити найпростішу групу Ассура, то виділяємо наступну за складністю групу і т.д.

Структурний аналіз механізмів проводиться в наступній послідовності:

- 1/ визначають ступінь рухомості механізму за формулою Чебишева /2.4/;
- 2/ розкладають механізм на структурні одиниці: групи Ассура і механізм I класу в послідовності, оберненій утвореній механізму;
- 3/ визначають клас, порядок і вид кожної групи;
- 4/ визначають клас механізму в цілому.

Зайві ступені вільності та пасивні умови зв'язку.

Під час дослідження структури механізмів можуть виявитися ступені вільності та умови зв'язку, що не впливають на характер руху всього механізму. Такі ступені вільності називають зайвими, а зв'язки - пасивними.

Як приклад розглянемо роботу кулачкового механізму /рис.3.4/.

Кулачковий механізм із зайвим ступенем вільності

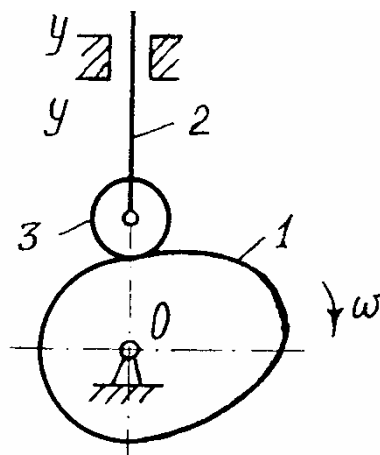


Рис.3.4.

Кулачок 1 обертається навколо осі О. Штовхач 2 переміщається поступально відносно напрямних у-у. Ролик 3 може вільно обертатися навколо своєї осі, не впливаючи на характер руху всього механізму. Тобто, можливість обертання ролика є зайвим ступенем вільності. Ролик являє собою конструктивний елемент, який зменшує сили тертя і спрацювання ланок. Кінематика не зміниться, якщо ролик видалити і штовхач безпосередньо з'єднати з кулачком у кінематичну пару IV класу.

На рис.3.5 показано механізм шарнірного чотириланковика.

Важільний механізм з пасивними зв'язками

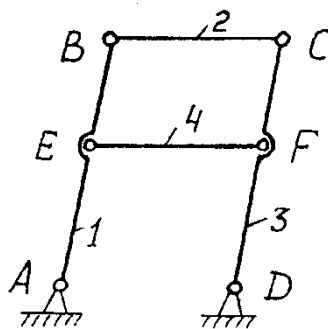


Рис.3.5.

Якщо ланки 1 і 3 з'єднати ланкою EF з двома обертальними парами, то ступінь вільності згідно /2.4/ $W=3n-2p_5=3\cdot4-2\cdot6=0$

Однак, якщо ланка EF паралельна ланці BC , механізм матиме один ступінь вільності, тобто $W = 1$.

Отже, ланка EF вносить пасивні зв'язки і її можна не розглядати.

Інколи, пасивні зв'язки потрібні для забезпечення певності руху, підвищення жорсткості системи, поліпшити розподіл зусиль і ін.

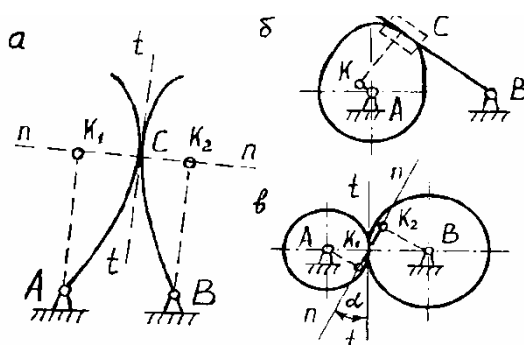
Під час проведення структурного та кінематичного досліджень механізмів усі пасивні умови зв'язку та зайві ступені вільності треба з механізму попередньо вилучити, умовно видаливши відповідні ланки.

Замінюючі механізми.

Під час аналізу плоских механізмів з вищими парами в багатьох випадках зручно умовно замінювати вищі пари нижчими.

При цьому має задовольнятися умова структурної еквівалентності, тобто, щоб замінюючий механізм мав такий самий ступінь вільності і щоб характер миттєвого відносного руху всіх його ланок не змінився. Порядок побудови замінюючого механізму розглянемо на прикладі механізмів, зображених на рис.3.6. які мають вищу кінематичну пару.

Замінюючі механізми



В точці C контакту двох ланок, які утворюють вищу кінематичну пару /рис.3.6, а/ проведем загальну дотичну $t - t$ до обох профілів ланок. Далі проведемо перпендикуляр до загальної дотичної в т.С, отримаємо нормаль $п - п$.

На лінії $п - п$ знайдено центри кривизни профілів K_1 і K_2 . В точках K_1 і K_2 ставимо обертальні кінематичні пари V класу і з'єднуємо їх допоміжними ланками з центрами A і B . Механізм AK_1K_2B і буде замінюйчим. Якщо центр кривизни однієї із ланок знаходиться в нескінченності /рис.3.6, б/, то в т. С ставиться поступальна кінематична пара V класу.

Побудова замінюючого механізму для зубчастої передачі показана на рис.3.6, в.

Із центрів A і B обертання зубчастих коліс опустимо перпендикуляри на лінію зачеплення $п-п$, отримаємо точки K_1 і K_2 . В точках K_1 і K_2 ставимо обертальні кінематичні пари і з'єднаємо їх між собою та з центрами A і B допоміжними ланками. Механізм AK_1K_2B і буде замінюючим.

Замінюючим механізмом називається такий механізм, у якого вищі кінематичні пари замінені нижчими і який еквівалентний за структурою та кінематикою в даний момент часу, основному механізму.

Питання для самоконтролю

- 1.Запишіть формулу Чебишева.
- 2.За якою формулою визначають ступінь вільності просторового механізму?
- 3.Наведіть приклади основних механізмів з нижчими парами та їх структурні формули.
- 4.Наведіть приклади основних механізмів з вищими парами
- 5.Сформулюйте основний принцип створення механізмів.
- 6.Дайте визначення групі Ассура.
- 7.Як визначається клас і порядок груп Ассура?
- 8.Який порядок структурного аналізу механізмів?
- 9.Який механізм називається механізмом I класу? Як визначається клас механізму?



План лекції:

- 4.1.** Кінематичний аналіз механізмів має три головні задачі:
- 4.2.** Визначення траєкторій точок і положень ланок механізму.
- 4.3.** Визначення кутових і лінійних швидкостей ланок механізму і їх точок.
- 4.4.** Визначення кутових і лінійних прискорень ланок механізму і їх точок;

Визначення траєкторій точок дозволяє усвідомити картину взаємного положення ланок за час одного періоду руху і намітити контур корпусу машини, що особливо важливо при переміщенні ланок усередині нього, коли існує небезпека зіткнення ланок.

При проектуванні механізму, швидкості використовуються для розрахунку сил, потужностей, зносостійкості, а також для визначення дійсного руху машини і прискорень; без прискорень неможливо розрахувати навантаження ланок і рухливих з'єднань.

Кінематичний аналіз існуючого чи проектного механізму проводиться, якщо задано рух ведучої ланки. Задачі кінематичного аналізу можна вирішувати графічними, чи аналітичними методами.

Графічні методи наочні і у багатьох випадках прості. Вони вимагають креслення механізму для ряду положень ведучої ланки за один період руху і виконання, відповідно цим положенням, масштабних побудов планів швидкостей і прискорень.

Для кінематичного аналізу кожен план механізму викреслюється окремо. Однак, якщо необхідно накреслити траєкторію якоїсь точки, то всі плани сполучають на одному кресленні і всі положення цієї точки з'єднуються лінією.

Плани механізмів із двоповідкових структурних груп будують методом засічок.

Швидкості і прискорення окремих точок механізму графічно можна визначити за допомогою миттєвих центрів швидкостей і миттєвих центрів прискорень, методом планів і методом кінематичних діаграм.

Способи визначення швидкостей і прискорень за допомогою їх миттєвих центрів вивчався в курсі ТМ (теоретична механіка).

Найбільше поширення отримав універсальний метод планів, що має більш високу точність з усіх графічних методів. Побудова планів швидкостей і прискорень виконують на основі положень, виведених у курсі ТМ для плоскопаралельного руху твердого тіла і складного руху точки.

Основні положення методу планів швидкостей і прискорень для механізмів із двоповідковими групами були розроблені О. Мором, ще в 1887р.

4.1 Побудова планів швидкостей механізму.

Задача по визначенню швидкостей, яку будемо вирішувати графічною побудовою плану швидкостей, виконується при розрахованих масштабних коефіцієнтах. Розрізняють масштаб і масштабний коефіцієнт. Масштабом фізичної величини

називають довжину відрізка в міліметрах, що зображує одиницю цієї величини. Масштабним коефіцієнтом фізичної величини називають відношення числового значення фізичної величини у властивих їй одиницях до довжини відрізка (у мм), який зображує цю величину графічно. Масштаб і масштабний коефіцієнт є взаємно зворотними величинами. Надалі будемо вказувати тільки масштабні коефіцієнти, що позначаються буквою μ з індексом, що вказує до якої величини вони відносяться. Наприклад,

$$\text{масштабний коефіцієнт довжини } -\mu_l = \frac{l_{OA}}{OA} \frac{\text{М}}{\text{мм}}$$

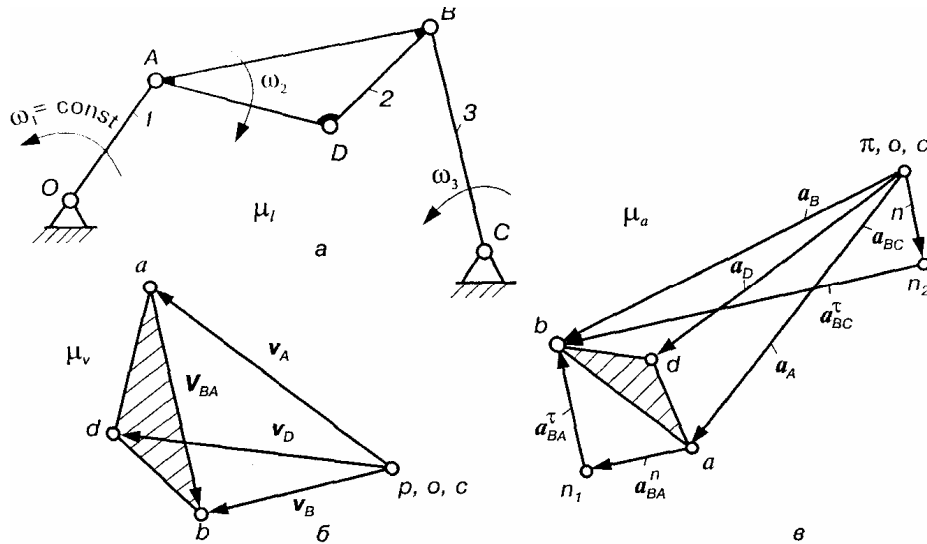


Рис. 3.12.

На рис. 3.12,а зображений план шарнірного чотириланкового механізму, побудований у визначеному креслярському масштабі для заданого значення узагальненої координати ϕ , при відомих довжинах ланок, а також кутовій швидкості початкової ланки ω_1 . Якщо задана частота обертання кривошипа n_1 то для визначення ω_1 використовується співвідношення: $\omega_1 = \frac{\pi n_1}{30} (\text{с}^{-1})$

Швидкість обертання кривошипа приймаємо: $\omega_1 = \text{const}$. Тоді швидкість точки А, яка належить кривошипу 1, визначається за формулою $V_A = \omega_1 \cdot l_{OA}$, яка спрямована перпендикулярно до ланки ОА.

Відкладаємо вектор цієї швидкості у масштабі $\mu_v = \frac{V_A}{pa} \left(\frac{\text{М}}{\text{с} \cdot \text{мм}} \right)$, попередньо вибравши відрізок pa (рис.3.12,б).

Довжина відрізка pa може бути обрана довільно. Іноді приймають $pa=OA$, тоді побудови проведені при цьому значенні μ_v називають побудовами планів швидкостей в масштабі кривошипа.

Далі знаходимо швидкість точки В, що є загальною для ланок 2 і 3. Скориставшись теоремою про додавання швидкостей у переносному і відносному рухах, запишемо рівняння, які з'єднують швидкості точок В і А, а також В і С.

Переносним рухом вважаємо поступальний рух ланки 2 зі швидкістю V_A точки А, а відносним - обертаний рух ланки 2 зі швидкістю V_{BA} навколо точки А.

Для визначення швидкості m . В складаємо векторні рівняння:

$$\begin{aligned} \vec{V}_B &= \underline{\vec{V}_A} + \underline{\vec{V}_{BA}} & \vec{V}_{BA} &\perp BA; & v_{BA} &= \omega_2 \cdot \ell_{AB}; \\ \vec{V}_B &= \underline{\vec{V}_C} + \underline{\vec{V}_{BC}}; & \vec{V}_C &= 0; & \vec{V}_{BC} &\perp BC; \end{aligned} \quad (4.1)$$

(Двома лініями підкреслено вектор, відомий по модулю і напрямку, однією лінією, тільки по напрямку).

Векторне рівняння, яке має два невідомих, може бути вирішено графічно. Отже, з рівнянь (4.1) можна знайти вектори швидкостей V_B і V_{BA} графічною побудовою трикутника векторів. Для цього проведемо через точку a (рис.3.12,б) лінію, яка показує напрямок вектора відносної швидкості V_{BA} , а з полюса p напрямок вектора відносної швидкості V_{BC} . Точка перетину цих ліній визначить точку b , а отже і величину цих векторів у масштабі μ_v :

$$V_{BA} = ab \cdot \mu_v, \quad V_B = pb \cdot \mu_v$$

Вектор швидкості V_{BA} , зображається відрізком ab , причому стрілка вектора спрямована до точки b , що відповідає першій букві індексу.

Після того, як визначені швидкості двох точок на ланці 2, можна визначити модуль кутової швидкості цієї ланки (рад/с).

$$\omega_2 = \frac{V_{BA}}{\ell_{AB}}, \quad (4.2)$$

Для визначення напрямку кутової швидкості ланки 2 переносимо подумки вектор швидкості V_{BA} в точку B і розглядаємо її умовний рух відносно точки A , в даному випадку рух точки B і відповідно напрямок ω_2 напрямлений за ходом годинникової стрілки.

З рис.3.12,б видно, що абсолютні швидкості зображені векторами, що виходять з полюса плану швидкостей, а кінці цих векторів лежать на відрізку ab , який зображає на плані швидкостей відносну швидкість V_{BA} ланки 2.

Для визначення швидкості точки D , яка належить ланці 2, але не лежить на AB , скористаємось двома векторними рівняннями:

$$\vec{V}_D = \underline{\vec{V}_A} + \underline{\vec{V}_{DA}}; \quad \vec{V}_D = \underline{\vec{V}_B} + \underline{\vec{V}_{DB}}, \text{ побудова яких графічно виконана.}$$

Неважко побачити, що трикутник abd в плані швидкостей подібний трикутнику ABD на схемі механізму, так як їх сторони взаємно-перпендикулярні. Крім того, вершини цих трикутників розташовані подібно, тобто букви обох контурів читаються в одній і тій же послідовності при однаковому напрямку обходу контуру: наприклад,

при обході контурів по ходу годинникової стрілки одержуємо abd і ABD .

Зазначена властивість подібності справедлива для будь-якого числа точок на ланці механізму. Звідси випливає теорема подібності:

“Відрізки прямих ліній, що з'єднують точки тієї самої ланки на плані механізму і відрізки прямих, що з'єднують кінці векторів швидкостей цих точок на плані швидкостей, утворюють подібні і однаково розташовані фігури”. Теорема подібності

дає можливість визначити швидкість будь-якої точки ланки, якщо відомі швидкості двох точок цієї ланки.

План прискорень шарнірного чотириланкового механізму.

Рівняння, що використовуються при побудові плану прискорень, відрізняються від рівнянь для побудови плану швидкостей тільки розкладанням повних прискорень на складові. Так повне прискорення точки A є геометрична сума нормального і дотичного прискорень: $\alpha_A = \alpha_A^n + \alpha_A^t$

Побудову плану прискорень цього механізму також розпочнемо з ланки 1.

Прискорення точки A при $\omega_1 = \text{const}$ визначимо за формулою нормального

$$\text{прискорення} \quad a_A = \alpha_A^n = \omega_1^2 \cdot l_{OA}$$

Вибравши полюс плану прискорень π (рис. 3.12, в) відкладемо від нього відрізок πa , який відповідає прискоренню точки A у масштабі μ_a .

$$\mu_a = \frac{\alpha_A}{\pi \alpha}, \quad \frac{m}{c^2} \cdot \text{мм}$$

Прискорення точки A спрямовано по лінії AO від точки A до точки O .

Для знаходження прискорення точки B складемо два векторні рівняння:

$$\vec{\alpha}_B = \vec{\alpha}_A + \vec{\alpha}_{BA}^n + \vec{\alpha}_{BA}^t; \quad \vec{\alpha}_B = \vec{\alpha}_C + \vec{\alpha}_{BC}^n + \vec{\alpha}_{BC}^t \quad (4.2)$$

Згідно з першим рівнянням системи (4.2) кінець першого вектора $\vec{\alpha}_A$ повинен збігатися з початком вектора α_{BA}^n нормального прискорення точки B відносно A , величина якого визначається за формулою $\alpha_{BA}^n = \frac{V_{BA}^2}{l_{AB}}$, або $\alpha_{BA}^n = \omega_2^2 \cdot l_{AB}$. У

вибраному масштабі цей вектор буде зображено відрізком $a\bar{n}_1 = \frac{\alpha_{BA}^n}{\mu_a}$, мм.

Прискорення α_{BA}^n направлене вздовж осі ланки AB від точки B до точки A . Через точку n_1 згідно з цим самим рівнянням необхідно провести лінію-напрямок дотичного прискорення α_{BA}^t , величина останнього невідома, відомий лише його напрямок — перпендикулярний до лінії AB .

Розглянемо друге рівняння (4.2). Прискорення точки C дорівнює нулю, тому точка c збігається з полюсом плану. Прискорення $\alpha_{BC}^n = \omega_3^2 \cdot l_{BC}$ і направлене від точки B до точки C .

Відрізок $\pi n_2 = \frac{\alpha_{BC}^n}{\mu_a}$, який відповідає прискоренню α_{BC}^n , на планів

відкладаємо від точки π . Через точку n_2 проведемо лінію-напрямок дотичного прискорення $\alpha_{BC}^t \perp BC$ до перетину з лінією-напрямок прискорення α_{BA}^t . Точка перетину b цих ліній визначить величину і напрямок прискорення точки B та величини дотичних прискорень (у масштабі μ_a).

Прискорення точки D отримаємо методом подібності, побудувавши подібний до ланки ABD трикутник abd . Відрізки ad і bd визначимо із пропорцій:

$$ad=ab \frac{AD}{AB}; bd=ad \frac{BD}{AD}.$$

Щоб знайти прискорення точки D , можна також записати векторні рівняння, виразивши прискорення точки D через прискорення точок A і B , тобто

$$\vec{\alpha}_D = \vec{\alpha}_A + \vec{\alpha}_{DA}^n + \vec{\alpha}_{DA}^{\tau}; \quad \vec{\alpha}_D = \vec{\alpha}_B + \vec{\alpha}_{DB}^n + \vec{\alpha}_{DB}^{\tau}.$$

Плани прискорень на основі цих рівнянь будуються так само, як і для точки B .

Модуль кутових прискорень ланок 2 і 3 знайдемо за формулами:

$$\varepsilon_2 = \frac{\alpha_{BA}^{\tau}}{\ell_{AB}}; \quad \varepsilon_3 = \frac{\alpha_{BC}^{\tau}}{\ell_{BC}}.$$

Для визначення напрямку ε_2 і ε_3 перенесемо вектори α_{BA}^{τ} і α_{BC}^{τ} у точку B і розглянемо, в який бік ці вектори повертають ланки відповідно AB і BC .

Основні властивості планів швидкостей і прискорень для плоских важільних механізмів з ведучою ланкою - кривошипом:

1. Вектори абсолютних швидкостей (прискорень) точок механізму завжди спрямовані від полюса.
2. Вектори відносних швидкостей (повних відносних прискорень) точок однієї ланки з'єднують кінці векторів абсолютних швидкостей (прискорень) цих точок.
3. Вектори відносних швидкостей (повних відносних прискорень) точок однієї ланки утворюють фігури, подібні і однаково розташовані однойменним фігурам на плані механізму. Назва відносної швидкості містить ті ж букви, між якими розташовується вектор відносної швидкості.
4. Напрямок повних відносних і дотичних прискорень залишається таким же як і для швидкостей. Ці прискорення направлені до тієї букви плану прискорень яка стоїть першою в позначенні: прискорення $\vec{\alpha}_{bA}$ направлено до точки b ; прискорення $\vec{\alpha}_{cB}^{\tau}$ направлено до точки c і т.п.
Крім того, напрямком відрізка який зображає нормальне прискорення буде співпадати з напрямком взятим у відповідній точці ланки до центра її обертання. Наприклад, відрізок $b\bar{n}_1$, який відображає нормальне прискорення $\vec{\alpha}_{cB}^n$ на плані прискорень направлений вздовж лінії (паралельно) CB від $C \rightarrow B$.

Питання для самоконтролю

1. Що є метою кінематичного аналізу механізму?
2. Чи повинен передувати кінематичному аналізу структурний аналіз механізму?
3. Які ланки механізму можуть бути прийняті вхідними?
4. Якими методами може виконуватися кінематичний аналіз механізму?
6. Що називається планом механізму?
7. Як визначається масштаб графічних побудов при графоаналітичному методі кінематичного аналізу?
8. Що розуміється під терміном «швидкість»?
9. Що розуміється під терміном «прискорення»?
10. Як визначити швидкості точок ланок механізму графоаналітичним методом?
11. Як знайти величину і напрям кутових швидкостей ланок механізму?

12. Як направлені нормальні і тангенціальні прискорення точок ланок механізму?
13. Як визначити повні відносні і абсолютні прискорення точок ланок механізму?
14. Як визначити величину і напрям кутових прискорень ланок механізму?
15. Назвіть властивості планів швидкостей.
16. Назвіть властивості планів прискорень.


ЛЕКЦІЯ 5


План лекції:

- 5.1. Дослідження руху механізмів методом кінематичних діаграм
- 5.2. Кінематичне дослідження механізмів аналітичними методами

Задачі дослідження закономірності зміни переміщень, швидкостей і прискорень за повний цикл (період) руху досліджуваного механізму простіше розв'язуються за допомогою *кінематичних діаграм (графіків руху)*.

В практичних задачах ТММ кожна *кінематична діаграма* - це графічне зображення зміни одного з кінематичних параметрів ланки: переміщення, швидкості або прискорення як функції від часу або переміщення початкової ланки механізму (як функції від узагальненої координати). Наприклад, у випадку кривошипно-повзунного механізму для т.В повзуна (рис. 5.3) це залежності $s_B(t)$, $v_B(t)$, $a_B(t)$ або $s_B(\varphi_1)$, $v_B(\varphi_1)$, $a_B(\varphi_1)$. Якщо дослідженню підлягає i -та ланка механізму, яка здійснює обертальний рух, то можна побудувати діаграми $\varphi_i(t)$, $\omega_i(t)$, $\varepsilon_i(t)$, або $\varphi_i(\varphi_1)$, $\omega_i(\varphi_1)$, $\varepsilon_i(\varphi_1)$.

Розглядуваний метод дозволяє при заданій будь-якій з цих діаграм без значних зусиль отримати інші. Методом кінематичних діаграм часто користуються для наочності та виявлення можливих помилок при обчисленні. Переваги цього методу – легкість і те, що результатом є наочне графічне зображення зміни одного з кінематичних параметрів руху від часу, чи узагальненої координати. Варто мати на увазі, що методи графічного диференціювання та інтегрування не завжди можуть забезпечувати достатню точність результатів.

Зазначимо, що до графічного диференціювання та інтегрування необхідно деколи звертатись навіть у тих випадках, коли кінематична функція задана аналітично, але не має достатньо простих формул для визначення похідної чи інтеграла.

Графічне диференціювання. Метод дотичних. Графічне диференціювання використовується, коли є графік функції, а потрібно отримати графік її похідної. Так, наприклад, побудовано графік переміщення повзуна кривошипно-повзунного механізму (рис. 5.3), а необхідно побудувати графіки швидкості, прискорення.

Розглянемо теоретичні основи графічного диференціювання. Використаємо відому залежність $v = \frac{ds(t)}{dt}$. Геометрично, похідна функції визначається тангенсом кута нахилу дотичної до графіка функції, проведеної у точці, абсциса якої є точка диференціювання, $f'(x) = \operatorname{tg} \alpha$.

Нехай крива AB (рис. 5.4) є графік деякої функції $y = f(x)$. Проведемо дотичну до графіка у т. M_1 , що відповідає заданій абсцисі x_1 . Відкладемо на осі абсцис вліво від початку прямокутної системи координат відрізок OP (полюсну відстань), що дорівнює одиниці масштабу. З точки P (полюса) проведемо пряму, паралельну дотичній до перетину з віссю ординат. Відрізок Ol'' буде виражати значення похідної $f'(x)$, при заданому значенні x_1 .

$$01'' = OP \cdot \operatorname{tg} \alpha = 1 \cdot \operatorname{tg} \alpha = f'(x)$$

Проведемо з точки I'' пряму, паралельну осі Ox , до перетину з ординатою т. M_1 . Ордината точки перетину I' і дає значення похідної $f'(x)$ при заданому значенні x_1 . Тобто, точка I' буде точкою шуканої диференціальної кривої. У загальному випадку, ордината диференціальної кривої у будь-якій точці є відрізок, пропорційний до кута нахилу дотичної, що проведена у відповідній точці заданої кривої.

Таким чином, для того, щоб побудувати графік похідної за графіком функції, поділимо ділянку AB , заданої кривої, на деяке число частин. Далі, розглянутим методом, неважко знайти у точках поділу заданої кривої значення похідної - тобто точки диференціальної кривої. З'єднавши отримані точки плавною кривою, дістанемо графік функції $y = f'(x)$.

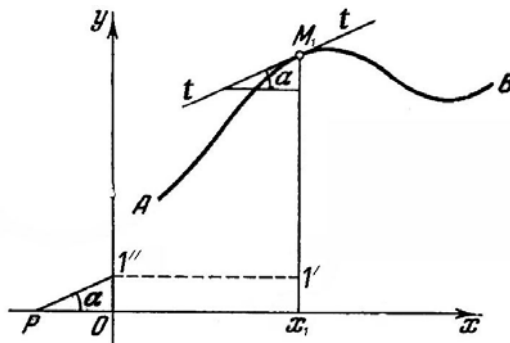


Рис. 5.4

Диференціювання методом дотичних має відносно низьку точність, оскільки досить складно проводити дотичні до кривих. Більшого поширення набув метод хорд, який є точнішим. Відмінність методу хорд полягає лише у тому, що значення похідної функції знаходять не у точках поділу кривої, а у точках, що ділять навпіл кожний з інтервалів (рис. 5.5, точки M_1, M_2, M_3, \dots). Перевагою є те, що при цьому замість дотичних беруться, як правило, з досить великою точністю, хорди, що з'єднують кінцеві точки кожного інтервалу. Метод ґрунтується на відомій теоремі про скінчений приріст функції: якщо функція, що задана графічно, та її перша похідна неперервні, то в будь-якому інтервалі хорда, що стягує дану дугу, паралельна дотичній до кривої, принаймні, в одній точці, яка лежить у середині цього інтервалу.

Зазначимо, що графік похідної буде точнішим при більшій кількості частин поділу кривої. Інтервали не обов'язково повинні бути рівними між собою; їх розмір вибирається з урахуванням того, щоб відповідні частини кривої менше відхилялись від прямої. Особливу увагу треба звернути на ділянки, де крива, яку диференціюють, має екстремуми; ділянки, у яких лінія значно звивається, слід розбивати на більше число частинок.

Масштаби при графічному диференціюванні. Припустимо, що задана крива (рис. 5.5) зображає діаграму переміщень, $s_B(t)$. Знаючи масштаб μ_s переміщень та масштаб μ_t часу, для будь-якої точки $M(x, y)$ кривої можна записати $s = y \cdot \mu_s$, $t = x \cdot \mu_t$.
Тоді

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{\mu_s}{\mu_t} \frac{dy}{dx} = \frac{\mu_s}{\mu_t} \operatorname{tg} \alpha. \quad (5.1)$$

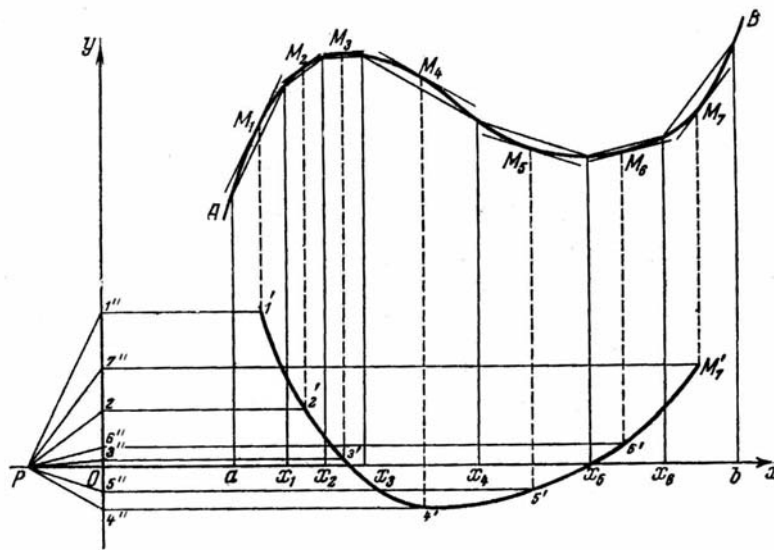


Рис. 5.5

Підставимо в (2.1) $v = y'_i \cdot \mu_v$ та $\operatorname{tg} \alpha = \frac{y'_i}{H}$,

де y'_i - відрізки $01''$, $02''$, $03''$, ..., які зображають в масштабі μ_v швидкості у відповідних положеннях механізму; H - полюсна відстань OP . Тоді масштаб графіка швидкості μ_v можна визначити за формулою

$$\mu_v = \frac{\mu_s}{H \cdot \mu_l},$$

або, в загальному випадку масштаб диференціальної кривої $\mu_v = \frac{\mu_y}{H \cdot \mu_x}$.

Послідовність диференціювання методом хорд. Задано діаграму переміщення кривошипно-повзунного механізму (рис. 5.6, а). Побудуємо діаграму швидкості:

- на заданій кривій відмічають ряд точок $1'$, $2'$, $3'$, ..., які з'єднують хордами, тобто, замінюють задану криву ламаною лінією;
- під діаграмою переміщень будуємо нову систему координат так, щоб осі абсцис були паралельними, а ординат - лежали на одній прямій (рис. 5.6, б). Ділимо вісь абсцис на такі ж інтервали, як і на попередньому графіку;
- відкладаємо по осі абсцис ліворуч від початку системи координат довільний відрізок OP_1 - полюсну відстань;

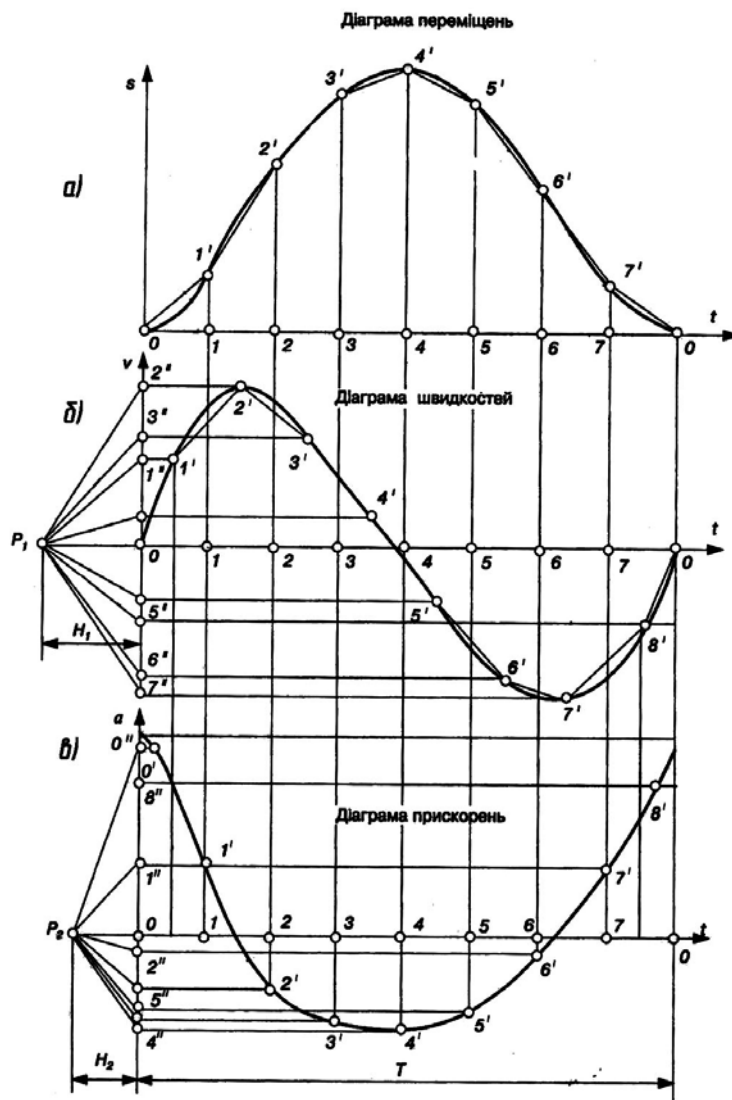


Рис. 5.6.

- з точки P_1 проводимо промені P_11'' , P_12'' , P_13'' ,..., паралельні до відповідних хорд кривої переміщень. Ці промені відтинають на осі ординат відрізки $01''$, $02''$, $03''$,..., що пропорційні середній швидкості повзуна посередині відповідних інтервалів часу;

- перенесемо точки $01''$, $02''$, $03''$,..., на середини ординат відповідних ділянок. З'єднаємо точки 0 , $1'$, $2'$,... плавною кривою. Отримана крива і буде діаграмою швидкості.

Маючи діаграму швидкості, аналогічно методом хорд будують, при потребі, діаграму прискорень (рис. 5.6, в).

Зазначимо, якщо діаграму переміщень задано у вигляді функції $s_B(\varphi_1)$ то в результаті графічного диференціювання отримуємо відповідно графіки кінематичних передатних функцій швидкості $s'_B(\varphi_1)$ та прискорення $s''_B(\varphi_1)$ (аналогів швидкості та прискорення).

Масштаби по осях ординат визначаються за формулами:

- для діаграм швидкостей та прискорень $\mu_v = \frac{\mu_s}{H_1 \cdot \mu_t}$, $\mu_a = \frac{\mu_v}{H_2 \cdot \mu_t}$,

- для діаграм аналогів швидкостей та прискорень $\mu_{s'} = \frac{\mu_s}{H_1 \cdot \mu_\varphi}$, $\mu_{s''} = \frac{\mu_{s'}}{H_2 \cdot \mu_\varphi}$,

де H_1 , H_2 – відрізки в мм, взято з креслення (рис. 5.6).

Масштаби по осях абсцис μ_φ усіх графіків залишаються звичайно такими ж, як і на графіку переміщень.

Порівнюючи графіки (рис. 5.6), можна встановити такий зв'язок між кінематичними діаграмами:

- зростанню ординат кривої функції, що диференціюється, відповідають додатні значення ординат диференціальної кривої, а зменшенню – від'ємні значення;
- екстремальним значенням функції (максимуми та мінімуми) відповідають нульові значення графіка похідної.
- точкам перегину графіка функції відповідають екстремальні значення диференціальної кривої.

Графічне інтегрування. Побудову графіків швидкості за заданим графіком прискорень та графіків переміщень - за графіком швидкостей виконують так званими прийомами графічного інтегрування.

Існує декілька способів побудови інтегральної кривої: спосіб *хорд*, *площ* та інші.

Розглянемо спосіб хорд. Інтегрування – це дія, обернена диференціюванню. Відповідно послідовність графічного інтегрування за способом хорд обернена послідовності диференціювання за цим способом. Нехай заданим є графік функції швидкості $v(t)$. Знайдемо графік функції переміщення $s(t)$.

Послідовність графічного інтегрування.

1. Ділимо задану криву (рис. 5.7, а) на інтервали - точки 1, 2, 3, ... на осі абсцис.

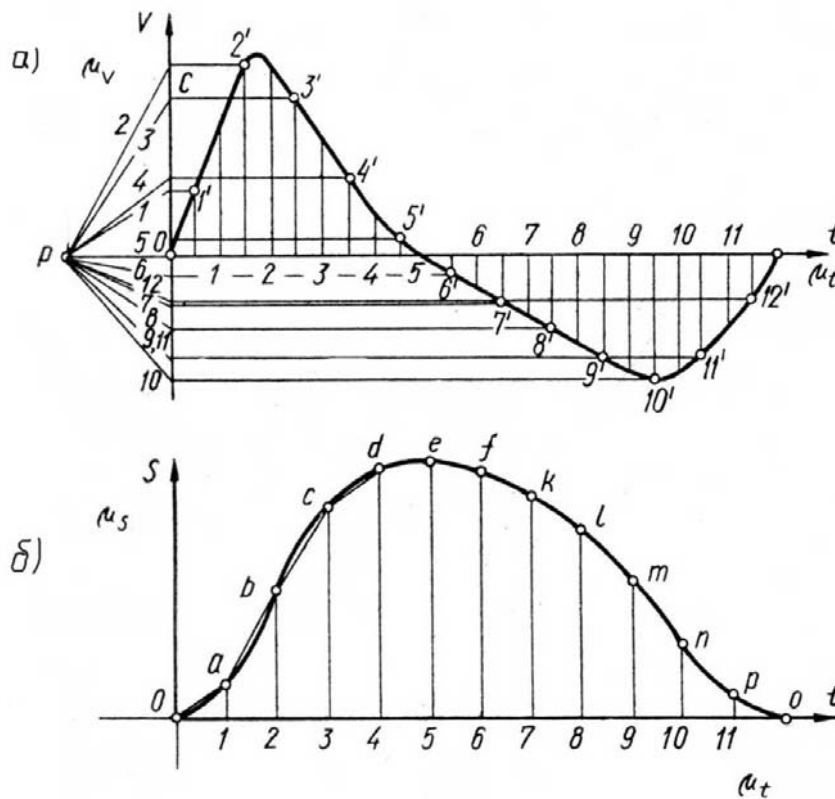


Рис. 5.7

2. Проводимо полюсну відстань OP . Ординат $1', 2', 3', \dots$ середини кожного інтервалу проєктують на вісь ординат і отримані точки з'єднують з полюсом P .

3. Під діаграмою швидкості будуємо нову систему координат (рис. 2.7, б). Ділимо вісь абсцис на такі ж інтервали, як і на попередньому графіку.

4. З початку нової системи координат O проводять у першому інтервалі лінію Oa паралельно до променя $P1$; з кінця відрізка Oa проводять у другому інтервалі відрізок ab паралельний променю $P2$, і так далі, $bc//P3$, $cd//P4, \dots$. Отриману ламану лінію замінюють плавною кривою, одержують графік переміщень

Масштаб одержаної інтегральної кривої знаходять за формулою

$$\mu_s = \mu_v \mu_l H$$

або, в загальному випадку, $\mu_y = \mu_y' \mu_x H$.

. Кінематичне дослідження механізмів аналітичними методами

Широке розповсюдження ЕОМ з різноманітним програмним забезпеченням сприяє все більшому застосуванню аналітичних методів кінематичного дослідження. З великої кількості праць з аналітичного розв'язку задач кінематики, якщо розглядати лише загальні методи, які можна застосувати для будь-яких механізмів, виділяють два їх різновиди: *метод замкнених векторних контурів*, розроблений В.А.Зінов'євим, та *метод перетворення координат (матричний метод)*, запропонований Ю.Ф.Морошкіним.

Аналітичне розв'язування задач кінематики просторових механізмів рекомендують виконувати *методом перетворення координат*. Застосування цього методу дає змогу визначати кінематичні параметри звичайними алгебричними методами із застосуванням матриць. Перевага матричної форми запису полягає, головним чином, у застосуванні формул множення матриць.

Аналітичне дослідження плоских механізмів зручніше виконувати методом замкнених векторних контурів.

Метод замкнених векторних контурів. Метод полягає у тому, що кінематичні параметри визначаються у вигляді аналітичних залежностей, що одержують, якщо представити схему механізму замкненими векторними контурами, утвореними ланками цього механізму. Вихідними даними є структурна схема механізму, розміри ланок та залежності узагальнених координат механізму від часу. Якщо останні не задано, то рівняння записують як функції узагальнених координат, тобто визначають кінематичні передатні функції.

Суть методу замкнених векторних контурів полягає в наступному:

- ланки механізму зображають у вигляді векторів, які утворюють на схемі механізму один або декілька замкнених векторних контурів (відповідно до кількості груп Ассура);
- складають векторні рівняння замкненості кожного контуру;
- вибирають прямокутну систему координат та проектують рівняння замкнутості контурів на осі вибраної системи координат.

В результаті отримують аналітичні залежності положення ланок від узагальнених координат механізму та його розмірів, тобто функцію положень ланок механізму;

- диференціюють двічі за часом рівняння замкненості контурів у проекціях на осі x , y та отримують, відповідно, систему рівнянь для визначення швидкостей та прискорень ланок механізму. Якщо диференціюють по узагальненій координаті – отримують, відповідно, рівняння для визначення аналогів швидкостей та прискорень.
- визначають координати, проекції швидкостей та прискорень характерних точок механізму. Визначають модулі швидкостей та прискорень цих точок.

Деякі рекомендації щодо застосування методу замкнених векторних контурів:

- напрямок векторів слід вибирати так, щоб вони вказували послідовність побудови схеми механізму. Спочатку у вигляді вектора зображають початкову ланку механізму. Початок цього вектора – нерухома точка (центр шарніра).

Вектори, що зображають ланки в групах Ассура, рекомендують напрямляти до внутрішньої кінематичної пари. Напрямок векторів на нерухомій ланці вибирають довільно;

- записуючи умови замкненості векторних контурів, треба враховувати знаки векторів. Для цього користуються правилом обходу: обходячи кожний векторний контур схеми у довільно вибраному напрямі, векторам, напрям яких збігається з напрямом обходу, присвоюють знак плюс і, навпаки, для векторів, що мають напрям проти напрямку обходу, присвоюють знак мінус;
- прямокутну систему координат зв'язують зі стояком. За початок відліку можна прийняти центр шарніру, що з'єднує початкову ланку зі стояком. Якщо у механізмі є нерухома напрямна для повзуна, то одну з осей координат доцільно проводити паралельно до цієї напрямної.

Зазначимо, якщо механізм утворює декілька замкнених векторних контурів, то послідовність їх розгляду визначається послідовністю приєднання.

Методику одержання розрахункових залежностей розглянемо на прикладі кривошипно-повзунного механізму двоступінчастого двоциліндрового повітряного компресора, структурна схема якого зображена на рис. 5.12, а. Задані розміри всіх ланок та частота обертання n_1 кривошипа l . Необхідно визначити усі кінематичні параметри ланок та їх характерних точок (центрів мас) S_2, S_4 .

Представимо схему механізму у вигляді двох замкнутих векторних контурів: $OABO$ та $OCDO$ (рис. 5.12, б). У кожен контур входить структурна група Ассура другого класу: $II(2, 3)$ та $II(4, 5)$. Ланки механізму зобразимо у вигляді векторів $\vec{l}_1, \vec{l}_1', \vec{l}_2, \vec{l}_4$, положення повзунів 3, 5 визначатиметься векторами \vec{l}_3, \vec{l}_5 .

Складемо векторні рівняння замкнутості кожного контура

$$\vec{l}_1 + \vec{l}_2 = \vec{l}_3, \quad (5.6)$$

$$\vec{l}_1' + \vec{l}_4 = \vec{l}_5. \quad (5.7)$$

Рівняння (5.6), (5.7) споектуємо на осі вибраної прямокутної системи координат xOy (за початок відліку якої прийнято центр шарніра O , а вісь Oy направлено вздовж напрямної повзунів) та запишемо рівняння проєкцій.

$$\left. \begin{aligned} l_1 \sin \varphi_1 + l_2 \sin \varphi_2 &= 0; \\ l_1 \cos \varphi_1 + l_2 \cos \varphi_2 &= l_3, \end{aligned} \right\} \quad (5.8)$$

$$\left. \begin{aligned} l_1 \sin(\varphi_1 + \pi) + l_4 \sin \varphi_4 &= 0; \\ l_1 \cos(\varphi_1 + \pi) + l_4 \cos \varphi_4 &= l_5 \end{aligned} \right\}' \quad (5.9)$$

де l_1, l_2, l_4 – відповідно довжини ланок 1, 2, 4; l_3, l_5 – відповідно відстані між центром шарніра O та центрами шарнірів B, D повзунів; φ_1 – узагальнена координата механізму (кут повороту кривошипа); φ_2, φ_4 – відповідно кути повороту ланок 2, 4.

Відлік кутів φ_i , які визначають положення ланок, проводимо від додатного напрямку осі Oy за рухом годинникової стрілки (в напрямку обертання кривошипа). Отже, для визначення величини та напрямку кута повертаємо вісь Oy за годинниковою стрілкою доти, доки стрілка осі Oy не зіллється зі стрілкою вектора. Це й буде позитивним напрямом кута.

Розв'язуючи системи (5.8), (5.9) відносно невідомих φ_2, l_3 та φ_4, l_5 , отримаємо аналітичні залежності положень ланок 2, 3, 4, 5 від узагальненої координати, тобто функції положень ланок. Так для першого контура, з першого рівняння системи (5.8) одержимо:

$$\varphi_2 = \arcsin\left(-\frac{l_1 \sin \varphi_1}{l_2}\right), \quad (5.10)$$

а з другого рівняння (5.8) врахувавши (5.10), отримаємо

$$l_3 = l_1 \cos \varphi_1 + l_2 \cos \left[\arcsin \left(-\frac{l_1 \sin \varphi_1}{l_2} \right) \right].$$

Для другого контура всі викладки аналогічні.

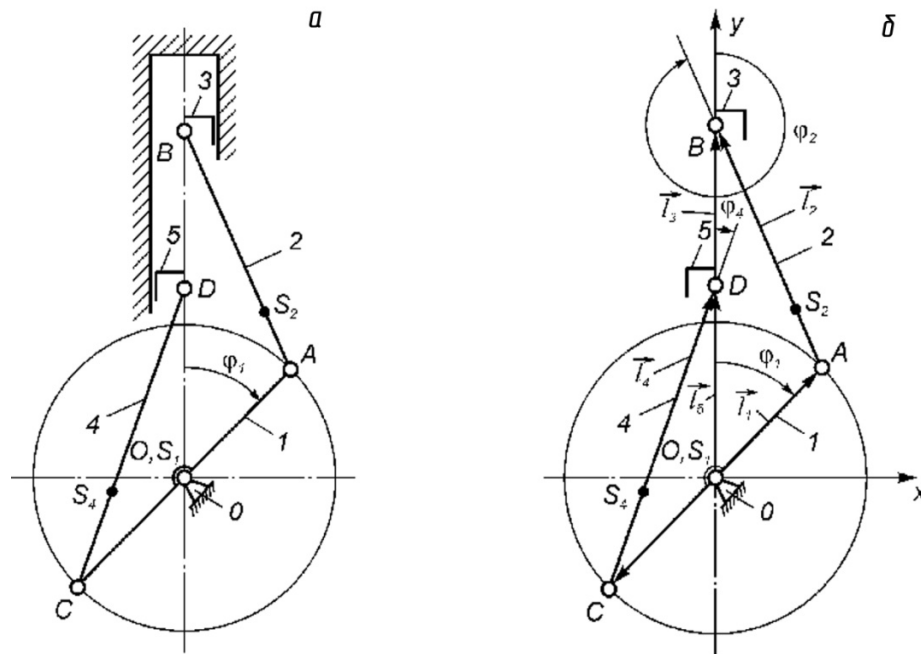


Рис. 5.12

Диференціюючи систему (5.8) за часом,

$$l_1 \omega_1 \cos \varphi_1 + l_2 \omega_2 \cos \varphi_2 = 0, \quad (5.11)$$

$$-l_1 \omega_1 \sin \varphi_1 - l_2 \omega_2 \sin \varphi_2 = v_3, \quad (5.12)$$

з (5.11) отримаємо вираз для кутової швидкості шатуна 2, а з (5.12) – лінійної швидкості повзуна 3

$$\omega_2 = -\frac{l_1 \omega_1 \cos \varphi_1}{l_2 \cos \varphi_2},$$

$$v_3 = -l_1 \omega_1 \sin \varphi_1 + l_1 \omega_1 \cos \varphi_1 \operatorname{tg} \varphi_2$$

У випадку, коли закон руху початкової ланки невідомий, визначають аналоги швидкостей та прискорень, продиференціювавши системи (5.8) і (5.9) за узагальненою координатою.

Для визначення прискорень двічі диференціюємо за часом систему (5.8), що приводить до рівнянь

$$-l_1 \omega_1^2 \sin \varphi_1 - l_2 \omega_2^2 \sin \varphi_2 + l_2 \varepsilon_2 \cos \varphi_2 = 0, \quad (5.13)$$

$$l_1 \omega_1^2 \cos \varphi_1 - l_2 \omega_2^2 \cos \varphi_2 - l_2 \varepsilon_2 \sin \varphi_2 = a_3. \quad (5.14)$$

З (5.13) визначаємо кутове прискорення шатуна 2

$$\varepsilon_2 = \frac{l_1 \omega_1^2 \sin \varphi_1 + l_2 \omega_2^2 \sin \varphi_2}{l_2 \cos \varphi_2}.$$

Підставивши значення ε_2 в рівняння (5.14), можна визначити лінійне прискорення повзуна 3.

Координати будь-якої характерної точки механізму, її швидкість та прискорення визначають, використовуючи рівняння проєкцій даної точки на осі координат. Наприклад, для т. S_2 будемо мати

$$x_{S_2} = l_1 \sin \varphi_1 + l_{AS_2} \sin \varphi_2,$$

$$y_{S_2} = l_1 \cos \varphi_1 + l_{AS_2} \cos \varphi_2.$$

Модулі швидкостей та прискорень цієї точки знаходяться за відомими формулами

$$v_{S2} = \sqrt{\dot{x}_{S2}^2 + \dot{y}_{S2}^2}, \quad a_{S2} = \sqrt{\ddot{x}_{S2}^2 + \ddot{y}_{S2}^2}.$$

Наведені результати аналітичного дослідження зручні для програмування та реалізації на ЕОМ. Для кінематичного дослідження механізмів високих класів рекомендують метод замкнутих векторних контурів.

Питання для самоконтролю

1. Дайте визначення функції положень механізму.
2. Що таке перша та друга передатні функції механізму?
3. Запишіть формули, які відображають зв'язок між передатними функціями механізму та його кінематичними характеристиками.
4. Переваги аналітичних методів кінематичного дослідження.
5. Суть методу замкнених векторних контурів.
6. Послідовність графічного диференціювання.
7. Послідовність графічного інтегрування.
8. Масштаби при графічному диференціюванні.



ЛЕКЦІЯ 6



План лекції:

- 6.1. Завдання, метод і послідовність виконання кінетостатичного аналізу
- 6.2. Сили що діють в машинах, їх класифікація.
- 6.3. Кінетостатичний аналіз механізму методом планів сил

Метою кінетостатичного аналізу є визначення величини зрівноважувальної сили (зрівноважувального моменту) при заданих силах корисного опору, а також реакцій у всіх кінематичних парах. В окремих випадках, коли задана рушійна сила (момент), в результаті аналізу визначається сила корисного опору.

Кінетостатичному аналізу повинен передувати структурний і кінематичний аналіз механізму. При кінетостатичному аналізі не враховуються динамічні навантаження, що виникають в процесі роботи механізму. (Для деякого спрощення ми також не враховуватимемо сили тертя в кінематичних парах).

. Аналіз заснований на використанні принципу Д'аламбера, згідно якому, якщо до діючих на точки матеріальної системи заданих активних сил і сил реакції зв'язків приєднати сили інерції, то одержана система сил знаходитиметься в рівновазі. Принцип Д'аламбера дозволяє вирішувати динамічні задачі методами статки.

Аналіз проводиться для кожної структурної групи в послідовності зворотній формулі будови механізму, тобто починаючи із структурної групи найбільш віддаленої від вхідної ланки.

Кінестатичний аналіз може проводитись графоаналітично (метод планів сил) або аналітично.

Постановка завдання силового розрахунку: для досліджуваного механізму при відомих кінематичних характеристиках і зовнішніх силах визначити зрівноважувальну силу або зрівноважувальний момент і реакції в кінематичних парах механізму. Види силового розрахунку: **статичний** - для механізмів, що знаходяться у спокої або які рухаються з дуже малими швидкостями, коли інерційними силами можна знехтувати, або у випадках, коли невідомі маси і моменти інерції ланок механізму (на етапах, передуючих ескізного проектуванню); Рівняння статичної рівноваги:

$$\sum_{i=1}^f F_i = 0; \quad \sum_{i=1}^m M_i = 0;$$

де F_i - зовнішні сили, прикладені до механізму або його ланок, M_i - зовнішні моменти сил, прикладені до механізму або його ланок.

кінестатичний - для рухомих механізмів при відомих масах і моментах інерції ланок, коли неврахування інерційних сил приводить до істотних погрешностей; рівняння кінестатичної рівноваги:

$$\sum_{i=1}^f F_i + \sum_{i=1}^n F_i^{in} = 0; \quad \sum_{i=1}^m M_i + \sum_{i=1}^k M_i^{in} = 0;$$

де F_i^{in} - **інерційні** сили, прикладені до ланок, M_i^{in} - **моменти** сил інерції, прикладені до ланок.

Сили що діють в машинах, їх класифікація.

Визначення суті сили було дано ще Л. Ейлером:

все що здатне змінити абсолютний стан тіла, називається силою.

Діючі в машинах сили підрозділяються на наступні основні групи – *сили рушійні і сили опору*, причому останні в свою чергу діляться на сили корисних і сили шкідливих опорів. Розрізняють також сили тяжіння ланок і сили інерції.

Рушійна сила. Рушійною силою називається сила, яка приводить машину в рух. У будь-якому випадку рух може здійснюватися лише при дії на вхідну ланку зовнішньої сили у вигляді робочого тіла, що не входить до складу машини (пар або газ, які діють на поршень, - електромагнітне поле).

Напрямок рушійної сили і швидкості тієї точки, в якій вона прикладена, завжди або співпадають, або складають гострий кут. Тому проекція вектора сили на напрям швидкості завжди позитивна, що визначає *позитивну роботу рушійної сили*.

Сила корисного опору. Такою силою є технологічний опір руху веденої ланки.

Прикладом може служити опір різанню металів або вага вантажу, що піднімається підйомником, при опусканні цього вантажу його вага буде вже рушійною силою.

Звідси випливає, що в деяких машинах не можна одну і ту ж силу завжди відносити до якої – небуть однієї категорії сил.

Сила корисного опору напрямлена протилежно руху або складає тупий кут з напрямом швидкості. Тому її робота завжди негативна.

Сили шкідливих опорів. До цих сил відноситься сили тертя в кінематичних парах і опір середовища. Робота сил тертя в загальному випадку – негативна. Направлена убік протилежний руху. Є випадки, коли силу тертя не можна віднести до шкідливих опорів. У гальмах, наприклад або зонах опору провідних коліс локомотива з рейками або автомобіля з поверхнею дороги, тертя завжди корисне.

Сили тяжіння ланок. Вони обумовлені дією мас ланок, вони завжди направлені вертикально вниз і прикладені до центрів мас ланок. Унаслідок постійності напрямку сил тяжіння і замкнутості траєкторій, що описуються точками ланки, робота вказаних сил за період руху завжди рівна нулю. У середині періоду (циклу) вона відрізняється від нуля.

Сили інерції. Сили інерції виникають, коли швидкість змінюється по величині або напрямку. Сили інерції прикладені в центрах мас. Робота цих сил може бути і позитивною і негативною, але в межах циклу рівна нулю.

Сили реакції. Розрізняють ще сили реакцій, що виникають при взаємодії ланок в місцях їх зіткнення. Реакції зв'язків – внутрішні силові чинники, вони завжди взаємно урівноважені, а тому на механізмі не показуються. Реакції зв'язків вступають в розгляд тоді, коли одна ланка від'єднана від іншої: $R_{ij} = R_{ji}$

Сили інерції.

Принцип д'Аламбера дозволяє застосувати до тіла, яке рухається з прискоренням, рівняння статки, якщо до всіх діючих на тіло сил додати так звані сили інерції.

Відомо, що елементарні сили інерції твердого тіла (ланки), що має складний плоский рух, можуть бути замінені результируючою силою інерції F^{in} і моментом від сил інерції M^{in} .

Результируюча сила інерції F^{in} рівна масі ланки, помноженої на прискорення її центра мас, і направлена протилежно прискоренню \bar{a}_S .

$$\vec{F}^{in} = -m \cdot \bar{a}_S$$

Момент від сил інерції M^{in} рівний моменту інерції ланки відносно осі, що проходить через її центр мас, помноженому на кутове прискорення ланки, і напрямлений протилежно $\bar{\varepsilon}$.

$$\vec{M}^{in} = -I_{S_1} \cdot \bar{\varepsilon}$$

Момент інерції ланки I_S може бути визначений як добуток маси m ланки на квадрат його радіусу інерції, тобто $I_S = m\rho^2$ (кгм²).

Момент від сил інерції можна представити у вигляді пари сил, кожна з яких рівна силі \vec{F}_2^{in} . Тоді плече пари

$$h = \frac{M_{u_2}}{P_{u_2}} = \frac{I_{S_2} \cdot \varepsilon_{BC}}{m_2 \cdot a_{S_2}};$$

Для того, щоб момент пари мав напрям, протилежний кутовому прискоренню, треба плече h пари відкласти від центра мас (т. S) у відповідну сторону. Сили \vec{F}_2^{in} ,

прикладені в т. S_2 взаємно урівноважуються і залишиться одна сила \vec{P}_{u_2} , але прикладена вже не в т. S_2 , а в т. T , положення якої на ланці визначимо, продовживши напрям сили \vec{P}_{u_2} . Таким чином елементарні сили інерції ланки, що має складний рух, замінюємо однією силою. Сили інерції ланки, що має поступальний рух (ланка 3) можна замінити однією силою $\vec{P}_{u_3} = -m_3 \cdot \vec{a}_{S_3}$, яка прикладена в її центрі тяжіння.

Оскільки для цієї ланки $\varepsilon = 0$, отже $M_u = 0$; сили інерції ланки, що рівномірно обертається (кривошип 1) також можуть бути замінені однією силою:

$$\vec{P}_{u_1} = -m_1 \vec{a}_{S_1} = -m_1 \cdot \omega_1^2 \cdot \vec{r}_{S_1},$$

де ω_1 - кутова швидкість ланки, r_{S_1} - радіус обертання його центру тяжіння.

Під кінематичним дослідженням механізму умовимося розуміти таке дослідження в результаті якого при заданих зовнішніх силах тяжіння, силах інерції, рушійних силах або що врівноважує момент пари сил: $P_{ур}$; $M_{ур}$.

Зрівноважуючою силою або зрівноважуючим моментом ропи сил називається така сила або момент пари сил, якій врівноважують всі сили, що діють на ланку.

Кінестатичний аналіз механізму методом планів сил

План механізму (структурної групи), на якому показані всі прикладені до ланок механізму (групи) у відповідних точках сили, називається планом навантажень (рис.6.3).

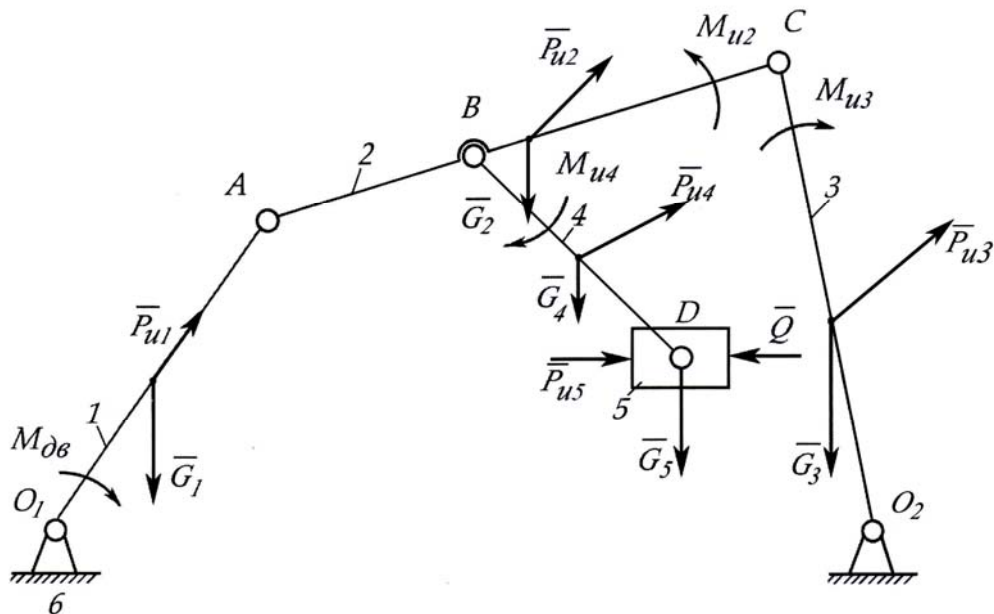


Рис.6.3

Формула будови механізму:

$$I(1, 6) \rightarrow II_1(2, 3) \rightarrow II_2(4, 5)$$

Довжини ланок $l_{OA}, l_{AG}, l_{AB}, l_{CO_1}, l_{BD}$ і маси ланок задані. Кінематичні параметри одержані при проведенні кінематичного аналізу. Задана сила корисного опору \vec{F}_{KO} , прикладена до ланки 5.

Будуємо план навантажень групи II₂ (4,5) як найбільш віддаленої від вхідної ланки (рис.7.3 а). Дію відкинутих зв'язків замінюємо опорними реакціями. При цьому реакцію в обертальній кінематичній парі В замінюємо двома складовими:

\vec{R}_{24}^n – направлену уздовж ланки 4 і \vec{R}_{24}^τ – направлену перпендикулярно ланці. (Цифрові індекси відповідають номерам ланок, що з'єднуються в цій кінематичній парі.) Реакцію в поступальній кінематичній парі D (\vec{R}_{65} направляємо перпендикулярно направляючій повзуна. Під дією даної системи сил група знаходиться в рівновазі. Групу Ассура розглядаємо як зчленування двох тіл (ланок 4 і 5 в обертальній кінематичній парі D). Умови рівноваги:

$$\sum \vec{F}_i = 0, \quad \vec{R}_{24}^n + \vec{R}_{24}^\tau + \vec{G}_4 + \vec{G}_5 + \vec{F}_4^{in} + \vec{F}_5^{in} + \vec{F}_{KO} + \vec{R}_{65}; \quad (6.1)$$

$$\sum M_D(F_i) = 0,$$

$$\sum M_D(P_i) = 0 \quad R_{24}^\tau \cdot l_{BD} + G_4 \cdot h_{G_4} \cdot k_e - P_{u4} \cdot h_{Pu4} \cdot k_e - M_{u4} \quad (6.2)$$

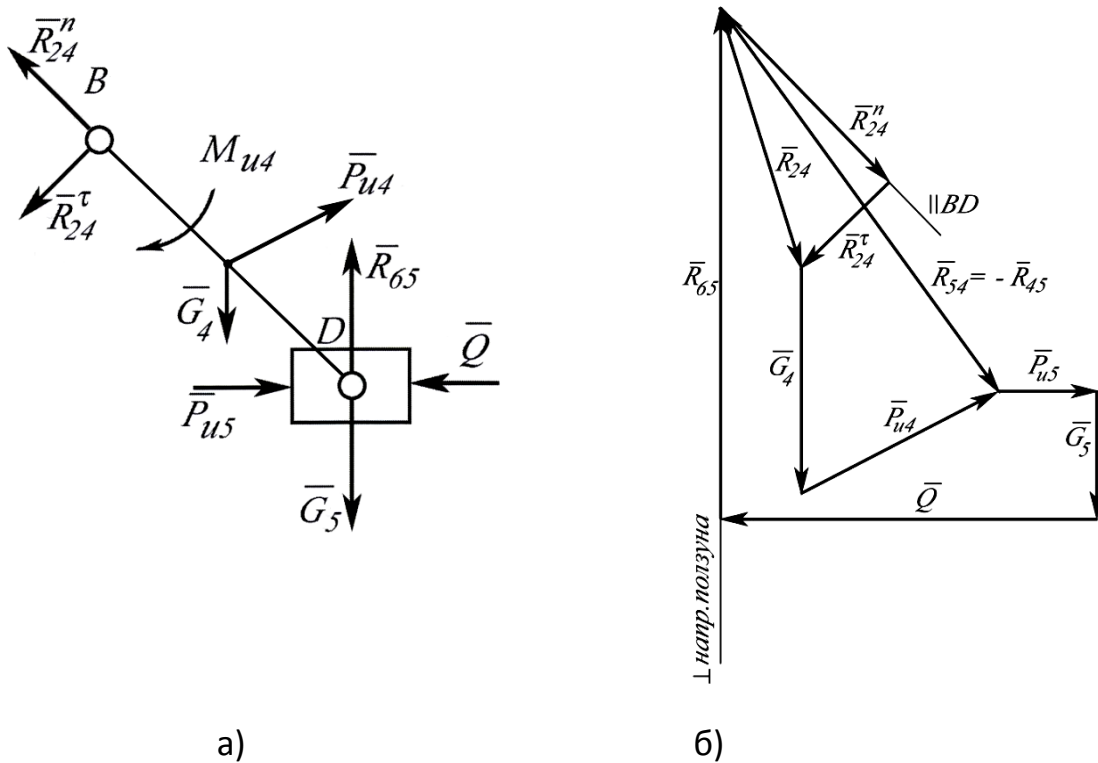


Рис.6.3

з (6.2)

$$R_{24}^\tau = \frac{P_{u4} \cdot h_{Pu4} \cdot k_e + M_{u4} - G_4 \cdot h_{G_4} \cdot k_e}{l_{BD}}$$

У векторному рівнянні (6.1) залишається 2 невідомих. Його вирішуємо графічно, шляхом побудови плану сил (рис.6.3 б).

Задаємося довжиною відрізка, яким зображатимемо вектор найбільшої відомої сили (наприклад F_{KO}), і визначимо масштаб плану сил

$$\mu_F = \frac{F_{KO}}{\bar{F}_{KO}} \quad [\text{Н/мм}]$$

У будь-якій послідовності (бажано почати з вектора \bar{R}_{24}^r) відкладаються у вибраному масштабі вектори всіх відомих сил, що діють на ланку 4, потім вектори всіх відомих сил, що діють на ланку 5. Через початок першого і кінець останнього векторів відомих сил проводимо лінії дії невідомих сил до їх перетину. Оскільки (6.1) представляє векторну суму, то кінець одного вектора є початком наступного вектора. Цим визначається напрям стрілок векторів невідомих сил. Замірявши на плані сил довжини невідомих векторів, знаходимо шукані сили

$$R_{24}^n = \mu_F \cdot \bar{R}_{24}^n; \quad R_{65} = \mu_F \cdot \bar{R}_{65}$$

Повну реакцію в кінематичній парі B R_{24} знайдемо з'єднавши початок вектора \bar{R}_{24}^n і кінець вектора \bar{R}_{24}^r

$$R_{24} = \mu_F \cdot \bar{R}_{24}$$

Для знаходження реакції в обертальній кінематичній парі D (шатун 4 – повзун 5) розчленуємо групу, замінивши дію ланки 4 на ланку 5 реакцією R_{45} (відповідно, дія ланки 5 на ланку 4 реакцією R_{54}).

Запишемо умову рівноваги ланки 5:

$$\bar{G}_5 + \bar{P}_{u5} + \bar{R}_{45} + \bar{Q} + R_{65} = 0$$

Вектор R_{45} може бути знайдений з плану сил як вектор, що замикає багатокутник сил, що діють на ланку 5 (вектор R_{54} – як вектор, що замикає багатокутник сил, що діють на ланку 4).

$$\bar{R}_{45} = - \bar{R}_{54} = k_p * l_{R45}.$$

Переходимо до групи $\Pi_1(2,3)$. Будуємо план вантаження групи (рис.6.4 а)

У крапці В ланки 2 прикладаємо силу дії четвертої ланки на другу

$$\vec{R}_{42} = - \vec{R}_{24}$$

Умови рівноваги:

$$\sum P_i = 0 \quad \bar{R}_{12}^n + \bar{R}_{12}^r + \bar{R}_{42} + \bar{P}_{u2} + \bar{G}_2 + \bar{P}_{u3} + \bar{G}_3 + \bar{R}_{63}^r + \bar{R}_{63}^n = 0 \quad (6.3)$$

$$\sum M_{C2}(P_i) = 0 \quad R_{12}^r \cdot l_{AC} - R_{42} \cdot h_{R42} \cdot k_l - P_{u2} \cdot h_{Pu2} \cdot k_l + G_2 \cdot h_{G2} \cdot k_l + M_{u2} = 0 \quad (6.4)$$

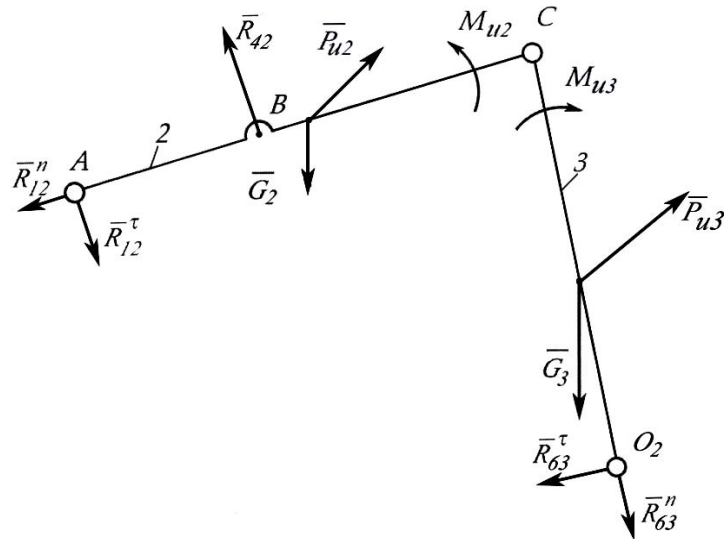
$$\sum M_{C3}(P_i) = 0 \quad R_{63}^r \cdot l_{CO1} - P_{u3} \cdot h_{Pu3} \cdot k_l + G_3 \cdot h_{G3} \cdot k_l + M_{u3} = 0 \quad (6.5)$$

з (6.4)

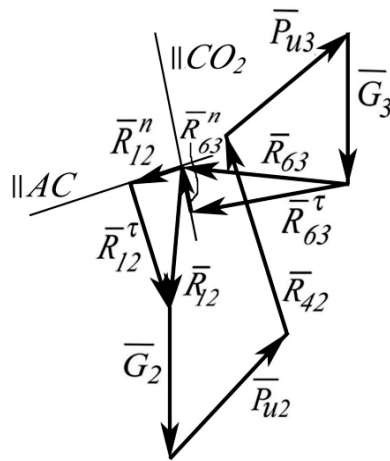
$$R_{12}^r = \frac{P_{u2} \cdot h_{Pu2} \cdot k_l - G_2 \cdot h_{G2} \cdot k_l + R_{42} \cdot h_{R42} \cdot k_l - M_{u2}}{l_{AC}}$$

з (6.5)

$$R'_{63} = \frac{P_{u3} \cdot h_{P_{u3}} \cdot k_1 - G_3 \cdot h_{G_3} \cdot k_1 - M_{u3}}{l_{CO2}}$$



a)



б)

Рис.6.4.

Для знаходження R_{12}^n и R_{63}^n будемо план сил (рис.6.4б). Методика побудови плану сил аналогічна описаною вище.

З урахуванням масштабу плану сил визначаємо \bar{R}_{12}^n , \bar{R}_{12}^tau , R_{63}^n , \bar{R}_{63}^tau . Для знаходження реакції в обертальній кінематичній парі 3 (R_{32}) поступаємо аналогічно описаному для знаходження R_{45} .

$$\bar{R}_{32} = - \bar{R}_{23} = k\rho \cdot l \cdot R_{32}$$

Масштаб для побудови кожного плану сил може відрізнятись від попереднього.

Кінетостатика вхідної ланки.

У кінематичній парі А прикладаємо силу взаємодії другої ланки з першим

$$\bar{R}_{21} = - \bar{R}_{12}$$

У кінематичній парі Про прикладаємо силу взаємодії шостої ланки з першим R_{61} . Цей вектор може бути направлений на плані навантаження (рис.5.5а) довільно, оскільки його напрям визначиться при побудові плану сил.

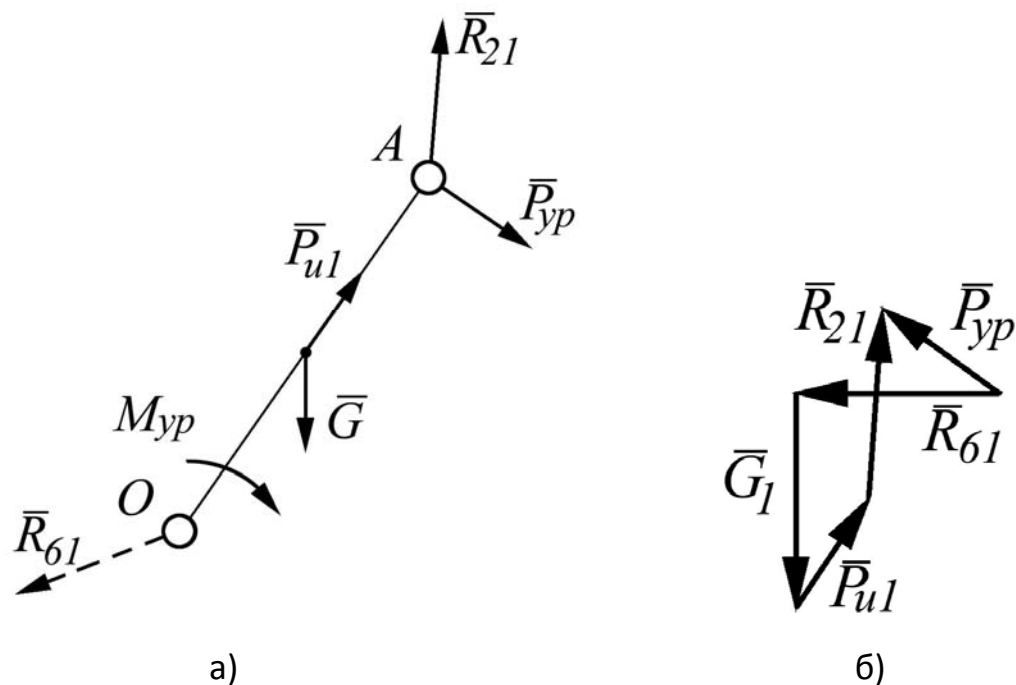


Рис.6.5

Умови рівноваги:

$$\sum \vec{P}_i = 0; \quad \vec{P}_{yp} + \vec{R}_{61} + \vec{G}_1 + \vec{P}_{u1} + \vec{R}_{21} = 0 \quad (5.6)$$

$$\sum M_O(P_i) = 0; \quad M_{yp} + G_1 \cdot h_{G1} \cdot k_1 + R_{21} \cdot h_{R21} \cdot k_1 = 0 \quad (5.7)$$

з (5.7)

$$M_{yp} = -G_1 \cdot h_{G1} \cdot k_1 - R_{21} \cdot h_{R21} \cdot k_1$$

Вважаючи, що зрівноважуюча сила (якщо інше не обумовлене) $F_{зр}$ прикладена в точці А, знаходимо цю силу

$$F_{зр} = M_{зр} / IOA$$

R_{61} знаходимо з плану сил (рис.5.5.б).

Питання для самоконтролю:

1. Що називається планом навантажень механізму (структурної групи)?
2. Чим замінюється дія відкинутих зв'язків при побудові плану навантажень структурної групи?
3. Які необхідно записати рівняння рівноваги для групи Ассура 11 класу 1 виду?
4. Які необхідно записати рівняння рівноваги для групи Ассура 11 класу 2 виду?
5. У якій послідовності будуються вектори при побудові плану сил?
6. Як визначити величину і напрям вектора невідомої сили?
7. Як визначити реакцію в кінематичній парі шатун – коромисло (шатун – повзун)?
8. Як визначається величина зрівноважуючого моменту?
9. Як визначається величина зрівноважуючої сили?

ЛЕКЦІЯ 7

План лекції:

- 7.1. Теорема Жуковського
- 7.2. Динамічна модель машинного агрегату

Визначення зрівноважувальної сили методом М.Є.Жуковського. У випадку задач, у яких необхідно знайти зрівноважувальну силу або зрівноважувальний момент, а визначати реакції в кінематичних парах немає потреби, використовують теорему (метод) Жуковського. Прикладом таких задач є: визначення потужності та типу двигуна, моменту інерції маховика, характеристики регулятора та інші задачі динаміки.

Співвідношення між силами, прикладеними до ланок механізму (включаючи і сили інерції), можна дістати, застосувавши теорему Жуковського про жорсткий важіль: якщо для механізму, що перебуває в русі, побудувати план швидкостей, а потім вектори усіх активних сил та сил інерції, які прикладені в різних точках механізму, повернути на 90^0 в один і той же бік та перенести в однойменні точки плану швидкостей, то сума моментів цих сил відносно полюса буде дорівнювати нулю.

Замість сил можна повертати план швидкостей на 90^0 , а сили прикладати так, як вони показані на схемі механізму. Тоді теорему Жуковського можна сформулювати таким чином: *якщо до плану швидкостей, повернутого на 90^0 , у відповідних точках прикласти всі зовнішні сили (і моменти), сили інерції (і моменти сил інерції), а також зрівноважувальну силу (момент) і розглядати план швидкостей як жорсткий важіль, закріплений у полюсі, то під дією цих сил і моментів він буде перебувати в рівновазі, а сума моментів сил відносно полюса дорівнюватиме нулю.* Таким чином, рівновазі механізму відповідає рівновага повернутого плану швидкостей, який розглядається як “жорсткий важіль”, що шарнірно закріплений в полюсі плану.

Доведення теореми ґрунтується на принципі можливих переміщень.

Моменти сил, що прикладені до ланок механізму найчастіше зображають у вигляді пар сил, які переносять на план швидкостей. Якщо моменти M_i , що діють на

ланки механізму, переносяться на план швидкостей безпосередньо у вигляді моментів, їх величина визначається рівнянням $M_i^0 = M_i \frac{ab}{l_{AB}}$,

де l_{AB} , m – довжина ланки, до якої прикладений момент M_i ; ab , mm – відрізок плану швидкостей, до якого прикладається момент M_i^0 . При цьому момент M_i^0 має той же знак, що і заданий момент M_i , якщо напрям відрізка ab (порядок літер) співпадає з напрямом відрізка AB схеми механізму. Якщо напрям ab протилежний AB , то моменти M_i^0 та M_i мають різні знаки.

Застосування важеля Жуковського дозволяє визначити шукану силу за допомогою тільки одного рівняння моментів. У випадку застосування методу плану сил необхідно провести повний силовий розрахунок механізму.

Відзначимо, що метод Жуковського можна застосовувати для знаходження величини будь-якої сили, якщо точка прикладання та лінія дії цієї сили задані, а також відомі лінії дії, величини та точки прикладання усіх інших сил, які діють на ланки механізму.

З наведеного випливає наступна послідовність визначення зрівноважувальної сили за способом Жуковського: - креслять кінематичну схему механізму у заданому положенні та вибраному масштабі з прикладеними усіма зовнішніми силами. Моменти замінюють парами сил; - будують план швидкостей, повернутий на 90^0 ; - до однойменних точок повернутого плану прикладають усі зовнішні сили, сили інерції, а також зрівноважувальну силу, зберігаючи їх напрям; - складають рівняння суми моментів усіх сил відносно полюса і визначають зрівноважувальну силу.

Приклад. За допомогою важеля Жуковського визначити F_{3p} для механізму, що зображений на рис. 7.1. Згідно з умовою F_{3p} прикладена в т.А кривошипа.

У довільному масштабі будуємо план швидкостей. Прикладаємо у відповідних точках плану швидкостей всі сили, повернуті на 90^0 за рухом стрілки годинника. При цьому моменти $M_{\Phi 2}$ замінюємо парою сил $F'_{M\Phi}$ і $F''_{M\Phi}$, що прикладені в точках А та В, зі збереженням напрямку моменту

$$F'_{M\Phi} = F''_{M\Phi} = \frac{M_{\Phi 2}}{l_{AB}}.$$

Складаємо рівняння моментів відносно полюса плану швидкостей

$$\sum M_{p_v}(F) = 0, F_{3p} p_v a - F'_{M\Phi} h_1 - G_2 h_2 - \Phi_2 h_3 + F_{KO} p_v b - \Phi_3 p_v b - F''_{M\Phi} h_4 = 0.$$

Звідки
$$F_{3p} = \frac{F'_{M\Phi} h_1 + G_2 h_2 + \Phi_2 h_3 - F_{KO} p_v b + F''_{M\Phi} h_4 + \Phi_3 p_v b}{p_v a}.$$

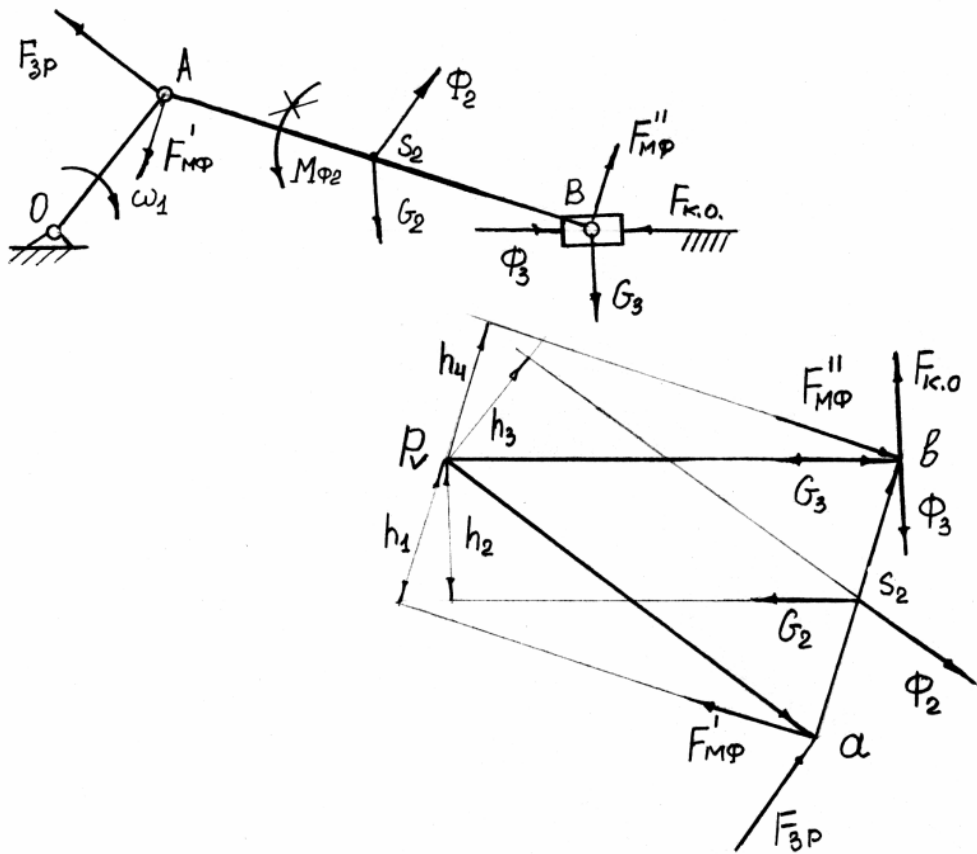


Рис. 7.1

Якщо при розв'язку даного рівняння сила F_{3p} додатня, то це означає, що її напрям вибрано правильно. При від'ємному значенні правої частини напрям сили F_{3p} треба змінити на протилежний.

ДОСЛІДЖЕННЯ РУХУ МАШИННОГО АГРЕГАТУ

Вивчення закону руху механізму машинного агрегату під дією заданих сил є однією з основних задач динаміки. Для розв'язку цієї задачі необхідно скласти рівняння руху системи і розв'язати його відносно невідомого кінематичного параметра. При визначенні закону руху задача може бути суттєво спрощена, якщо перейти до динамічної моделі.

Вивчення динаміки машини повинно починатися з вибору її динамічної моделі. Вибір динамічної моделі того чи іншого об'єкта залежить, у першу чергу, від мети дослідження, від характеру задачі, що розглядається.

. Динамічна модель машинного агрегату

Машинний агрегат – це, переважно, сукупність машини-двигуна, механізму передач та робочої машини. Це, як правило, багатоланкова система, навантажена багатьма силами та моментами, прикладеними до різних ланок. На рис. 4.1, як приклад, приведена силова установка, в якій ДВЗ приводить в рух через зубчасту передачу вал робочої машини – відцентрової помпи. До ланок машинного агрегату під час руху прикладені різні сили: рушійна сила F_d , сила корисного опору – момент M_{PM} , сили тяжіння, в усіх кінематичних парах діють сили тертя. Характер дії цих сил різний: деякі залежать від положення чи швидкості ланок, інші постійні. При цьому кожна ланка має свою масу, момент інерції. Своїми діями прикладені сили надають

механізму той чи інший закон руху. Визначення закону руху такої складної багатоланкової системи становить непросту задачу.

У той же час для механізму, що має один ступінь вільності, задачу можна вважати розв'язаною, якщо буде відомий закон руху однієї ланки, яка таким чином буде початковою. Закон руху інших ланок і точок механізму після цього можна без значних зусиль визначити методами кінематичного аналізу.

Викладене наводить на думку замінити весь складний багатоланковий механізм однією умовною рухомою ланкою. Виберемо за таку ланку 1 (рис. 4.1, а) та виділимо її разом зі стояком (рис. 4.1, б). До умовної ланки пред'явимо такі вимоги: нехай її момент інерції $I_{3б}$ і момент сил $M_{3б}$, якими вона навантажена, будуть такими, що закон руху умовної ланки буде повністю співпадати з законом руху ланки 1 заданого механізму, тобто для будь-якого моменту часу буде справедливим рівняння $\omega_1 = \omega_m$, де ω_1 - кутова швидкість кривошипу 1 заданого механізму, ω_m - кутова швидкість умовної ланки (моделі).

Це означає, що умовна ланка зі стояком є своєрідною динамічною моделлю машинного агрегату. Таким чином, якщо визначити закон руху цієї простої моделі (рис. 4.1, б), то автоматично стане відомим дійсний закон руху початкової ланки заданого механізму. Зазначимо, якщо заданий механізм має кривошип, то його доцільно вибрати за рухому ланку динамічної моделі.

Підсумуємо викладене. Побудова динамічної моделі машинного агрегату полягає в заміні заданого багатоланкового механізму, навантаженого довільною системою сил та моментів, простою динамічною моделлю (рис. 4.1, б) – однією умовною рухомою ланкою зі стояком. При цьому, всі сили і моменти, що прикладені до заданого механізму, замінені, як правило, одним зведеним моментом, що прикладений до умовної ланки. Отже $M_{3б}$ є еквівалентом до всього навантаження, прикладеного до машинного агрегату. Так само маси всіх ланок замінені моментом інерції умовної ланки - зведеним моментом інерції $I_{3б}$.

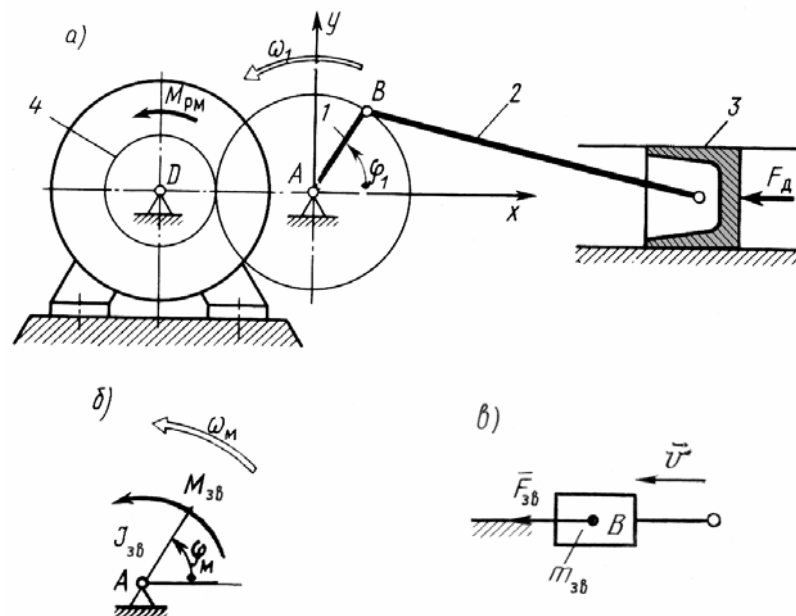


Рис. 7.2

Таким чином, побудова динамічної моделі полягає в зведенні сил – визначенні $M_{3б}$ і в зведенні мас – визначенні $I_{3б}$. При цьому, щоб динамічна модель була адекватна заданому механізму, необхідно (слідє з рівняння Лагранжа II роду, принципу можливих переміщень), щоб при зведенні сил була витримана умова рівності

елементарних робіт всіх сил і моментів, прикладених до ланок реального механізму, і зведеної сили; при зведенні мас - умова рівності кінетичних енергій мас реального механізму і зведеного моменту інерції моделі.

Питання для самоконтролю

1. Що вивчає динаміка?
2. Сформулюйте основні задачі динаміки.
3. Назвіть сили, що діють на ланки механізму, та дайте їм коротку характеристику.
4. Дати означення механічної характеристики машини.
5. На якому принципі теоретичної механіки ґрунтується кінетостатичний розрахунок механізму?
6. Яка послідовність силового розрахунку механізмів?
7. Яка умова статичної визначеності кінематичних ланцюгів?
8. Сформулюйте теорему Жуковського.



http://wwwcdl.bmstu.ru/rk2/lect_9.htm

ЛЕКЦІЯ 8



План лекції:

- 8.1. Аналіз руху механізмів і машин.
- 8.2. Кінетична енергія механізму.
- 8.3. Режим руху механізмів. ККД механізму.

При визначенні закону руху машини при заданих силах доцільно розглядати машини-двигуни і виконавчі машини не роз'єднано, а в сукупності, які представляють **машинний агрегат**.

На агрегат діють:

1. Рушійні сили, які визначаються робочим процесом двигуна;
2. Сили корисних опорів, які визначаються робочим процесом виконавчої машини;
3. Сили шкідливих опорів, обумовлені тертям в кінематичних парах всього агрегату;
4. Сили тяжіння всіх рухомих ланок агрегату.

Зведення сил. При динамічному дослідженні руху механізмів зручно всі

сили (моменти сил), що діють на різні ланки механізму, замінити однією силою або моментом сил, які прикладають до однієї з ланок механізму. Така сила, що замінює всі інші, називається **зведеною силою**, момент - **зведеним моментом**,

а ланка - **ланкою зведення**.

Оскільки більшість механізмів, які входять до складу агрегату, представляють систему яка має один ступінь вільності, то можна стежити за рухом агрегату по руху однієї ланки, так званої **головної або ланки зведення**.

Координати, що визначають положення головної ланки (кутові і лінійні) називаються **узагальненими координатами** в рівнянні руху агрегату.

Така заміна буде еквівалентною, якщо *робота (або потужність) зведеної сили (моменту)*

сили) на деякому можливому переміщенні точки її прикладання дорівнює сумі робіт прикладених

до механізму сил на тому самому переміщенні їх точок прикладання. Це і є умовою зведення сил

або моментів сил. На практиці частіше використовується рівність потужностей:

$$P_{зв} = \sum_{i=1}^n P_i \quad (8.1)$$

де $P_{зв}$, P_i - відповідно потужності, які розвиває зведена сила (момент) і сили (моменти),

до діють на ланку i . Тут

$$P_{зв} = F_{зв} v_{зв} \cos\alpha \text{ або } P_{зв} = M_{зв} \omega_{зв}$$

$$\sum_{i=1}^m P_i = \sum_{i=1}^n F_i v_i \cos\alpha_i + \sum_{i=1}^n M_i \omega_i \quad (8.2)$$

У формулах (10.2): $F_{зв}$ - зведена сила, $v_{зв}$ - швидкість точки прикладання зведеної сили, α - ку т

між напрямками векторів $\vec{F}_{зв}$ і $\vec{v}_{зв}$; $M_{зв}$ - зведений момент сил; $\omega_{зв}$ - кутова швидкість ланки зведення;

F_i , M_i - сила або момент сили, які прикладені до i -тої ланки; v_i - швидкість точки, в якій прикладена

сила F_i ; α - ку т між напрямком векторів \vec{F}_i та \vec{v}_i ; ω_i - кутова швидкість i -тої ланки.

Зведення мас. При динамічному дослідженні руху механізмів маси і моменти

інерції всіх ланок також зручно замінити **зведеною масою** $m_{зв}$ або **зведеним моментом інерції** $J_{зв}$. При цьому необхідно, щоб **кінетична енергія зведеної маси (моменту інерції) у відповідних положеннях механізму дорівнювала сумі кінетичних енергій всіх ланок цього механізму**, тобто

$$T_{зв} = \sum_{i=1}^n T_i \quad (8.3)$$

де T_i - кінетична енергія i -ої ланки; $T_{зв}$ - кінетична енергія ланки зведення

$$T_{3\beta} = \frac{m_{3\beta} v_{3\beta}^2}{2} \quad \text{або} \quad T_{3\beta} = \frac{J_{3\beta} \omega_{3\beta}^2}{2} \quad (8.4)$$

Якщо ланка здійснює:

обертний рух $T_i = \frac{J_{O_i} \omega_i^2}{2}$ (8.5)

складний рух $T_i = \frac{m_i v_{S_i}^2}{2} + \frac{J_{S_i} \omega_i^2}{2}$ (8.6)

де m_i - маса i -ої ланки, v_{S_i} - швидкість центра мас i -ої ланки; J_{O_i} – момент інерції ланки відносно осі, що проходить через її центр обертання; ω_i - кутова швидкість цієї ж ланки; J_{S_i} – момент інерції ланки відносно осі, що проходить через центр мас відповідної ланки. Тоді

$$J_{O_i} = J_{S_i} + m_i l_{O_i S_i}^2 \quad (8.7)$$

Рівнянні руху механізму. Для механізмів, які мають ступінь рухомості $W=1$, досить встановити закон руху однієї ланки (зведення), як правило, це початкова ланка. При цьому **записують рівняння руху механізму**, під яким розуміють аналітичну залежність між швидкістю руху ланки зведення, силами і масами ланок механізму, що також зводять до ланки зведення. Рівняння руху одержують, використовуючи **теорему про зміну кінетичної енергії**, згідно з якою **зміна кінетичної енергії механічної системи за будь-який проміжок часу дорівнює сумі робіт усіх прикладених сил, що діють на цю систему протягом цього ж проміжку часу**, тобто

$$\Delta T = T - T_0 = \sum_{i=1}^n A_i \quad (8.8)$$

де $T = m_{3\beta} v_{3\beta}^2 / 2$, $T_0 = m_{3\beta,0} v_{3\beta,0}^2 / 2$ - кінетичні енергії механічної системи відповідно в кінці і на початку проміжку часу, який ми розглядаємо; $\sum_{i=1}^n A_i$ – сума

робіт усіх прикладених до системи сил (моментів сил).

Рівняння руху записують у **енергетичній формі** (інтеграла енергії):

$$\frac{m_{3\beta} v_{3\beta}^2}{2} - \frac{m_{3\beta,0} v_{3\beta,0}^2}{2} = A_p - A_{ко} - A_{шо} \quad (8.9)$$

і диференціальній формі:

$$F_{3\beta} = m_{3\beta} a_{3\beta} + \frac{v_{3\beta}}{2} \frac{dm_{3\beta}}{ds} \quad (8.10)$$

де A_p , $A_{ко}$, $A_{шо}$ – відповідно роботи рушійних сил, сил корисного опору та сил шкідливого опору, $F_{3\beta}$ - зведена сила, s , $v_{3\beta}$, $a_{3\beta}$ – відповідно переміщення, швидкість та прискорення ланки зведення.

Якщо ланка зведення здійснює обертний рух, то залежності (10.9) і 10.10) приймають вигляд:

$$\frac{J_{3\beta} \omega_{3\beta}^2}{2} - \frac{J_{3\beta,0} \omega_{3\beta,0}^2}{2} = A_p - A_{ко} - A_{шо} \quad (10.11)$$

$$M_{3\beta} = J_{3\beta} \varepsilon_{3\beta} + \frac{\omega_{3\beta}}{2} \frac{dJ_{3\beta}}{d\varphi} \quad (10.12)$$

Тут $M_{3\beta} = M_p - M_0$ — зведений момент сил, $\varepsilon_{3\beta}$ - кутове прискорення ланки зведення. Нагадаємо, що роботу можна записати:

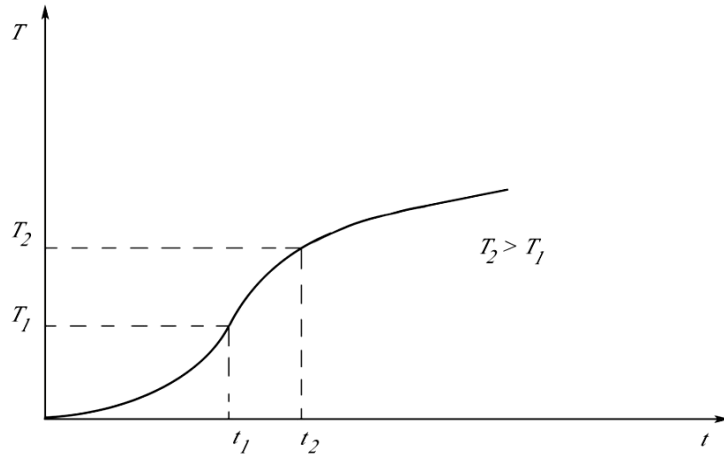
$$A = \int_{S_1}^{S_2} F ds \cos \alpha \quad \text{або} \quad A = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M d\varphi \quad (8.13)$$

де α - кут між напрямком дії сили \overline{F} і переміщенням ланки \overline{s} (кут тиску).

Режими руху механізму. У роботі механізму (машини) відрізняють три характерні періоди руху:

- а) період розбігу;
- б) період усталеного руху;
- в) період вибігу.

В період розбігу (пуск машини) швидкість руху початкової ланки зростає від нуля ($v_{зв}=0$) до деякої середньої (робочої) швидкості ($v_{зв}=v_p$).



Такий рух характеризується безперервним зростанням кінетичної енергії, а отже швидкості і прискорення, що в свою чергу веде до зростання сил інерції і може викликати поломку. Такий рух звичайно короткочасний.

Рівняння руху механізму приймає вигляд:

$$\frac{m_{зв} v_p^2}{2} = A_p - A_{ко} - A_{шо} \quad (8.14)$$

Враховуючи, що $m_{зв} v_p^2 / 2 > 0$, то для періоду пуску механізму справедлива така нерівність:

$$A_p > A_{ко} + A_{шо} \quad (8.15)$$

З цього випливає, що в період пуску машини (механізму) робота рушійних сил має

бути більшою за суму робіт сил опору. Надлишок роботи рушійних сил витрачається

на збільшення кінетичної енергії машини, тобто збільшення швидкості рухомих мас.

Часто для скорочення часу пуску машини знімають з неї корисне навантаження ($A_{ко}=0$). Рух машини без корисного навантаження називають *холостим ходом машини*.

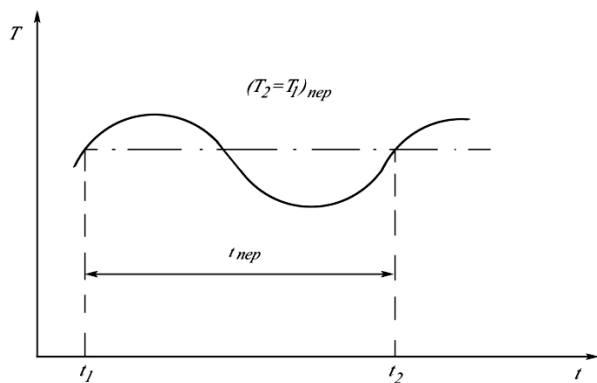
При *усталеному русі* машини швидкість початкової ланки (головного вала) коливається навколо середнього значення, яке відповідає робочій швидкості

цієї ланки. Проміжок часу, по закінченні якого положення, швидкості і

прискорення початкової ланки механізму набирають початкового значення,

називають періодом зміни кінетичної енергії механізму або *циклом* $t_{ц}$ усталеного руху. Швидкості на початку і в кінці циклу усталеного руху рівні між собою

$$(v_{зв,0} = v_{зв} = v_p).$$



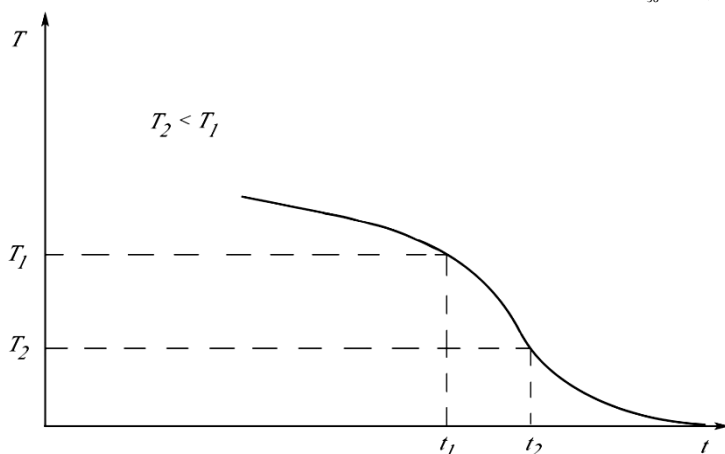
Тоді рівняння руху має вигляд:

$$A_p = A_{ко} + A_{шо} \quad (8.16)$$

Отже, при усталеному русі механізму (машини) робота рушійних сил за один цикл дорівнює сумі робіт сил корисного і шкідливого опорів. У середині циклу ця рівність може не зберігатися, а тому мають місце коливання швидкості початкових ланок механізму ($\omega \neq const$).

При **вибігу** машини перш за все треба зупинити подачу рушійної енергії машині, тобто відключити двигун ($A_p = 0$).

Кінцевим станом машини буде спокій ($v_{зб} = 0, v_{зб.0} = v_p$).



Тоді рівняння руху приймає вигляд:

$$\frac{m_{зб} v_p^2}{2} = A_{ко} + A_{шо} \quad (8.17)$$

Отже, зупинка машини буде досягнута лише тоді, коли вся нагромаджена кінетична енергія рухомих мас буде поглинута роботою сил корисного і шкідливого опорів. На практиці для скорочення часу зупинки дуже часто штучно збільшують роботу сил шкідливого опору за допомогою установки гальм. **Механічним коефіцієнтом корисної дії (ККД)** називається відношення роботи сил корисного опору до роботи рушійних сил за цикл усталеного руху, тобто

$$\eta = A_{ко} / A_p < 1 \quad (8.18)$$

Відношення сил шкідливого опору до роботи рушійних сил називається **коефіцієнтом втрат**:

$$\psi = A_{шо} / A_p \quad (8.19)$$

Оскільки для усталеного руху $A_{шо} = A_p - A_{ко}$, то

$$\eta = 1 - \psi \quad (8.20)$$

ККД машини або механізму може змінюватись в межах $0 \leq \eta \leq 1$.

Треба мати на увазі, що механічний ККД і коефіцієнт втрат не дають повної

характеристики машини. Вони характеризують лише *ефективність використання*

енергії в машині. Під час руху машини ККД і коефіцієнт втрат, як правило, не залишаються сталими. Тому відрізняють **миттєвий і цикловий ККД**. Перший обчислюється для відповідного положення механізму, другий можна знайти як середнє значення миттєвих ККД за один цикл руху механізму.

ККД машини. Загальний ККД машини $\eta_{\text{заг}}$ залежить не тільки від ККД окремих механізмів η_i ($i=1,2,3,\dots,n$), що входять у її склад, але від способу їх з'єднання. Відрізняють три способи з'єднання механізмів у машині: послідовне, паралельне та змішане.

При **послідовному з'єднанні механізмів** загальний механічний ККД машини дорівнює добуткові механічних ККД окремих механізмів, що утворюють машину, тобто

$$\eta_{\text{заг}} = \eta_1 \eta_2 \eta_3 \dots \eta_n \quad (8.21)$$

Отже, *чим складніша машина, тим нижчий загальний її ККД*, причому він завжди менший за найменший ККД механізму, що входить у її склад ($\eta_{\text{заг}} < \eta_{\text{min}}$)

При **паралельному з'єднанні механізмів** загальний ККД залежить не лише від ККД окремих механізмів, але і від характеру розподілу енергії між

механізмами

і визначається за формулою:

$$\eta_{\text{заг}} = \frac{\sum A_i \eta_i}{\sum A_i} = \frac{A_1 \eta_1 + A_2 \eta_2 + \dots + A_n \eta_n}{A_1 + A_2 + \dots + A_n} \quad (8.22)$$

де A_i - робота рушійних сил, яка приводить в рух відповідний механізм, η_i - ККД відповідного механізму.

З формули (4.25) випливає, що загальний ККД машини буде тим більшим, чим більша частина роботи рушійних сил надходить в механізм з найбільшим ККД i , навпаки, загальний ККД буде найменшим, чим більша частина роботи рушійних сил надходить в механізм з найменшим ККД. При паралельному з'єднанні – $\eta_{\text{min}} \leq \eta_{\text{заг}} \leq \eta_{\text{max}}$.

При **змішаному з'єднанні механізмів** використовуємо загальну формулу:

$$\eta_{\text{заг}} = A_{\text{ко}} / A_{\text{р}} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i \eta_i}{\sum_{i=1}^n A_i} \quad (8.23)$$

Питання для самоконтролю:

1. Дайте формулювання закону зміни кінетичної енергії.

2. Які сили відносяться до активних сил?

3. Які сили відносяться до реактивних сил?

4. Який режим руху називається розбігом?

5. Як змінюється при розбігу кінетична енергія і швидкість руху ланки приведення?

6. Який режим руху називається вибігом?

7. Як змінюється при вибігу кінетична енергія і швидкість руху ланки приведення?

8. Що називається механічним коефіцієнтом корисної дії машинного агрегату?

9. Як визначається к.к.д. машинного агрегату при послідовному з'єднанні механізмів?

10. Як визначається к.к.д. машинного агрегату при паралельному з'єднанні механізмів?



http://wwwcdl.bmstu.ru/rk2/lect_9.htm

ЛЕКЦІЯ 9



План лекції:

9.1. Регулювання руху механізмів і машин.

9.2. Визначення моменту інерції маховика за допомогою діаграми енергомас.

Задачею регулювання руху механізмів і машин є вибір найвигідніших співвідношень між силами, масами і швидкостями ланок механізмів, які забезпечують заданий режим руху механізмів і машин. Частіше всього таким заданим режимом руху є забезпечення рівномірного обертання головного вала машини. У загальному випадку швидкість руху початкової ланки механізму при усталеному русі є змінною. Причиною цього є змінні значення сил, що діють на ланки механізму, та зведеного моменту інерції. **Нерівномірність руху машин** характеризується **коефіцієнтом нерівномірності руху δ** , який виражається відношенням різниці максимального і мінімального значення швидкості руху відповідної ланки до середньої, тобто:

$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_c} \quad (9.1)$$

де ω_{cp} — середня кутова швидкість за цикл.

Очевидно, що чим менша різниця між ω_{\max} і ω_{\min} , тим рівномірніше рухається ланка зведення.

Задача регулювання руху механізмів або машин в період їх усталеного руху зводиться до підбору такого співвідношення мас ланок механізмів і діючих на них сил, при якому коефіцієнт нерівномірності руху δ не перевищував би наперед заданого значення.

На практиці величина δ коливається в широких межах.

Для кожного виду машин є своя допустима величина коефіцієнта

нерівномірності δ , вироблена практикою, наприклад

$$\text{металообробні верстати} \quad \frac{1}{20} - \frac{1}{50}$$

$$\text{двигуни внутрішнього згорання} \quad \frac{1}{80} - \frac{1}{100}$$

$$\text{сільськогосподарські машини} \quad \frac{1}{5} - \frac{1}{50}$$

$$\text{електрогенератори} \quad \frac{1}{100} - \frac{1}{300}$$

Коефіцієнт нерівномірності — *величина вельми мала*, що дозволяє прийняти середню величину кутової швидкості приблизно рівною середньому арифметичному з її максимального і мінімального значень:

$$\omega_{cp} = \frac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2} \quad (9.2)$$

Сумісне рішення рівнянь (111) і (11.2) дає величини максимальної і мінімальної кутової швидкості:

$$\omega_{max} = \omega_{cp} \left(1 + \frac{\delta}{2}\right), \omega_{min} = \omega_{cp} \left(1 - \frac{\delta}{2}\right) \quad (9.3)$$

Амплітуда коливань кутової швидкості ω не перебільшує в більшості випадків 2% від її середнього значення ω_{cp} .

В усталеному режимі працюють багато машин (верстати, преси, прокатні стани, електрогенератори і ін.). Найкращі умови для роботи всіх цих машин – абсолютно рівномірне обертання їх ведучої ланки (як правило, це ланка зведення).

Рівномірність руху зведення можна досягти, збільшивши зведений момент інерції механізму чи машини. Зробити це можливо за рахунок збільшення мас окремих ланок механізму. Практично це збільшення мас здійснюється за допомогою посадки на один з валів машини додаткової деталі, що має певний момент інерції. Ця деталь називається маховим колесом, або **маховиком**.

Принцип роботи маховика. Маховик в машині є ніби акумулятором кінетичної енергії, який нагромаджує її в момент прискорення руху механізмів і віддає назад у моменти сповільнення руху машин. Така акумуляюча роль маховика дає можливість використовувати нагромаджену ним енергію для подолання підвищення корисних навантажень без збільшення потужності двигуна, виводити механізм з мертвих положень тощо. Для зменшення коливань швидкості маховик повинен мати відповідний момент інерції. Дія маховика ефективна при короткочасних коливаннях швидкості. Для зменшення ваги і габаритів маховика його доцільно встановлювати на більш швидкохідних валах.

Визначення моменту інерції маховика за заданою величиною $[\delta]$ виконується в процесі проектування машини та складає одну із задач її динамічного синтезу.

. Розв'язок даної задачі зводиться до визначення моменту інерції маховика.

Задачу будемо розв'язувати методом Віттенбауера, графоаналітичним методом за допомогою побудови діаграми енергомас – залежності кінетичної енергії механізму від зведеного моменту інерції.

Для визначення моменту інерції махового колеса вважають заданими або попередньо знайденими:

- схема механізму та розміри ланок;
- маси і моменти інерції ланок;

- середня кутова швидкість ланки зведення ω_{cp} ;
- коефіцієнт δ нерівномірності руху ланки зведення;
- сили, прикладені до ланок механізму.

Виберемо за початкову ланку головний вал механізму, що виконує неперервний обертальний рух.

Послідовність визначення моменту інерції маховика за методом Віттенбауера:

- будуються n (дванадцять) рівновіддалених за кутом повороту кривошипа планів положень механізму;
- для побудованих планів положень будуються плани швидкостей;
- для n положень механізму за формулою (9.4) визначаються зведені моменти сил, при цьому для робочих машин знаходяться зведені моменти сил корисного опору M_0 , а зведені моменти рушійних сил M_p наближено приймаються такими, що мають деяке постійне значення, поки що невідоме. Для машин – двигунів, навпаки, знаходяться зведені M_p , а M_0 приймаються постійними;
- будується графік зведеного моменту сил корисного опору (для машин двигунів - рушійних сил) (рис. 9.3, а). Всі графіки будуються для одного циклу усталеного руху.

- графічно інтегруючи зведений момент сил корисного опору, отримуємо графік робіт сил опору $A_0 = \int_{\varphi_0}^{\varphi_1} M_0 d\varphi$. Графік робіт рушійних сил для робочих машин з врахуванням прийнятих припущень, а також враховуючи те, що за один цикл усталеного руху $A_p = A_0$, що являє собою пряму лінію, яка з'єднує початок і кінець графіка роботи сил опору (рис. 9.3, б) (для машин-двигунів навпаки);
- віднявши від ординат графіка робіт рушійних сил ординати робіт сил корисного опору, будуюмо графік надлишкової роботи, який одночасно є графіком приросту кінетичної енергії (рис. 9.3, в). $A_p - A_0 = \Delta T$;
- для побудованих положень механізму за формулою (9.7) визначаємо зведені до кривошипа моменти інерції механізму (без маховика).

Зауважимо, що в результаті виконання перших трьох пунктів та даного – механізм приводиться до динамічної моделі;

- будуюмо графік зведеного моменту інерції як функцію кута повороту кривошипа, розмістивши вісь ординат перпендикулярно до осі ординат на попередніх графіках (рис. 9.3, г);
- шляхом графічного виключення спільного параметра φ з діаграм приросту кінетичної енергії та зведеного моменту інерції будуюмо графік приросту кінетичної енергії як функції зведеного моменту інерції – діаграму енергомас (9.3, д).

Підкреслимо, що цю діаграму накреслено для механізму без маховика. Такою ж діаграма залишиться і для механізму з маховиком. Але початок осей координат зміститься: вліво, оскільки зведений момент інерції буде більшим на величину моменту інерції маховика; і до низу, оскільки за такої ж самої ω_{cp} має збільшитись кінетична енергія механізму. Таким чином, при зменшенні величини δ зростає зведена маса механізму та його кінетична енергія, яка необхідна для забезпечення руху механізму з заданою середньою швидкістю;

- до кривої діаграми енергомас проводяться дотичні під кутами ψ_{max}, ψ_{min} ,

$$\operatorname{tg} \psi_{\min}^{\max} = \frac{\mu_I}{2\mu_{\Delta T}} \omega_{cp}^2 (1 \pm \delta),$$

де $\mu_I, \mu_{\Delta T}$ - відповідно масштаби по осі абсцис і ординат діаграми енергомас.

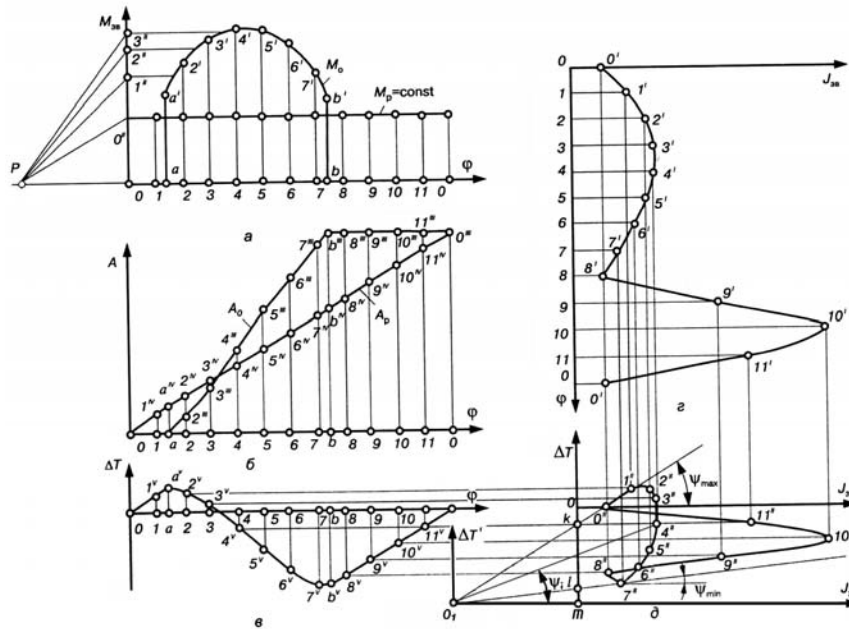


Рис. 9.3

Точка перетину дотичних є початком нової системи координат діаграми енергомас механізму з маховиком.

Величина моменту інерції маховика визначається за формулою

$$I_M = \mu_l O_1 m,$$

де $O_1 m$ - відстань, на яку зміститься вісь ординат.

При малих значення коефіцієнта δ внаслідок невеликої різниці між кутами ψ_{\max}, ψ_{\min} точка перетину дотичних часто знаходиться за межами рисунка. У цьому випадку користуються формулою

$$I_M = \frac{\mu_{\Delta T}(kl)}{\omega_{CP}^2 \delta},$$

де kl – відстань по осі ординат діаграми енергомас.

Для зменшення маси та габаритів маховика доцільніше його встановлювати на найшвидкохіднішому валі, оскільки кінетична енергія маховика, в результаті зміни якої здійснюється регулювання швидкості, прямо пропорційна ω^2 . Якщо маховик встановлюється не на ланці зведення, а на іншій ланці механізму, то повинна задовольнятися умова рівності кінетичної енергії

$$\frac{I_M \omega^2}{2} = \frac{I_i \omega_i^2}{2},$$

звідки
$$I_i = I_M \left(\frac{\omega_1}{\omega_i} \right)^2 = I_M u_{i1}^2,$$

де I_i – момент інерції маховика, встановленого на i -й ланці; ω_i - кутова швидкість цієї ланки; u_{i1} - передатне відношення. Таким чином, чим більша кутова швидкість i -ї ланки, тим менший момент інерції маховика, і, відповідно менші його маса та габарити.

Після визначення моменту інерції маховика та місця його встановлення розраховують його основні розміри.

Відмітимо, що за допомогою кривої енергомас легко встановити залежність кутової швидкості ланки зведення як функції кута повороту φ . Вибираємо на цій кривій будь-яку точку (точка $4''$, рис. 9.3, δ) та з'єднуємо її з початком координат (точка O_1).

Швидкість ланки зведення в положенні, яке визначається вибраною точкою, знаходимо за формулою

$$\omega_i = \sqrt{\frac{2T}{I}} = \sqrt{\frac{2\mu_{\Delta T} \operatorname{tg}\psi_i}{\mu_I}} \quad (9.4)$$

За формулою (9.19) будують графік $\omega(\varphi)$. Порівнюючи між собою кути ψ , можна наочно прослідкувати, як змінюється кутова швидкість ланки зведення при зміні її положення.

Відмітимо також, що за допомогою кривої енергомас можна визначити коефіцієнт нерівномірності руху механізму. Для цього з початку системи координат (т.О₁, рис. 9.3, д) проводимо дві дотичні до кривої енергомас. Вимірюємо кути ψ_{\min}, ψ_{\max} . Коефіцієнт нерівномірності руху визначаємо за формулою

$$\delta = \frac{\mu_{\Delta T} \operatorname{tg}\psi_{\max} - \operatorname{tg}\psi_{\min}}{\mu_I \omega_{cp}^2} .$$

Визначення розмірів маховика. Форма маховика, загалом може бути вибрана довільною. Але за конструктивними міркуваннями, найбільш зручною є форма у вигляді диска з важким ободом, колеса зі спицями або форма, яка симетрична відносно головних осей інерції. При цій формі легше за все досягається співпадання вісі обертання з однією із головних центральних осей інерції. Це дозволяє уникнути додаткових тисків на вальниці вала, на якому розміщений маховик.

Якщо маховик виконаний у вигляді колеса зі спицями (рис. 4.4), то моментами інерції з'єднувальних частин нехтують і наближено вважають, що маса маховика рівномірно розподілена по колу радіуса $R = D/2$ - геометричному місцю центрів ваги поперечних перерізів обода. Тоді момент інерції маховика можна виразити так (використовується формула для моменту інерції тонкого кільця):

$$I_m = mR^2 = \frac{mD^2}{4}, \quad (9.5)$$

де m – маса маховика.

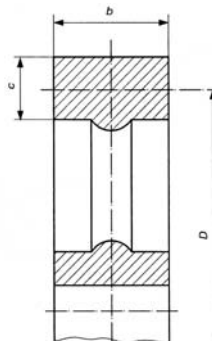


Рис. 9.4

Добуток маси обода маховика на квадрат його діаметра mD^2 називається *маховим моментом* або *характеристикою маховика*. Для багатьох деталей машин, що здійснюють обертальний рух (муфти, ротори електродвигунів тощо), ця характеристика наводиться у довідниках. Характеристика маховика має одиницю виміру $\text{кг}\cdot\text{м}^2$. За цією характеристикою можна визначити необхідну масу маховика,

якщо задано або вибрано його діаметр, значення якого визначається з суто конструктивних міркувань.

З рівняння (9.5) слідує, що при визначеній величині I_m вага маховика обернено пропорційна квадрату його діаметра D і для зменшення металеємкості вигідно брати більші діаметри. Але це заперечує вимозі малих габаритів та лімітується допустимою кутовою швидкістю.

Для запобігання небезпеці можливого розриву маховика відцентровими силами його діаметр D вибирають таким чином, щоб колова швидкість на ободі не перевищувала допустиму для матеріалу маховика величину. Для перевірки діаметра маховика можна рекомендувати таку залежність:

$$D \leq \frac{60 v_{\text{доп}}}{\pi n}, \quad (9.6)$$

де $v_{\text{доп}}$ - допустима колова швидкість обода маховика, яка не повинна перевищувати для сталевих маховиків $70 - 120$ м/с, для чавунних - $30 - 45$ м/с; n - частота обертання маховика, хв^{-1} . Зауважимо, що хромонікелеві маховики допускають колову швидкість до 150 м/с.

Маса обода маховика практично може бути взята

$$m_{\text{об}} = 0,9m,$$

тоді ширина b обода визначається з виразу

$$m_{\text{об}} = \pi D b c \rho.$$

Тут $c = 0.4b$; ρ - густина матеріалу, кг/м^3 ; для сталевих маховиків ($\rho = 7800$ кг/м^3) матимемо

$$b = 0,01 \sqrt{m / D}.$$

Питання для самоконтролю:

1. В чому полягає побудова динамічної моделі?
2. Які механізми встановлюють при значних неперіодичних коливаннях швидкості?
3. Як регулюють значні періодичні коливання швидкості?
4. В чому полягає дія маховика?
5. Послідовність визначення моменту інерції маховика.
6. Що таке характеристика маховика?
7. Як визначається діаметр маховика?

"