УДК 512.514.517

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДІВ ТЕОРІЇ ГРАФІВ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ ПОШУКУ МІНІМАЛЬНОГО ШЛЯХУ

Василик В., здобувач вищої освіти гр. Ен1/1,
Лобчук С., Гнатюк А., здобувачі вищої освіти гр. Ен1/2

Миколаївський національний аграрний університет
Науковий керівник ст. викл. Цепуріт О.В.

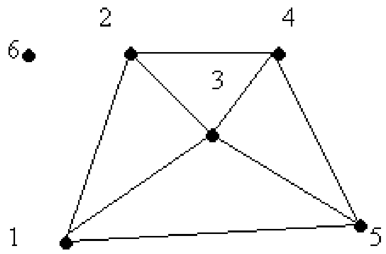
Анотація

Виконано аналіз літератури з метою дослідження питання про можливість застосування методів теорії графів при розв'язанні практичних задач, пов'язаних з пошуком мінімального шляху при обходженні об'єктів, що мають певні зв'язуючи елементи, що з'єднують їх у цілісну структуру.

Annotation

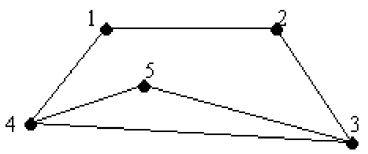
The analysis of the literature is carried out in order to study the possibility of applying the methods of graph theory in solving practical problems related to the search for a minimal path when dealing with objects having certain connecting elements that connect them into a coherent structure.

Граф представляє собою непорожню множину точок і ліній, два кінці котрих належать заданій множині точок.



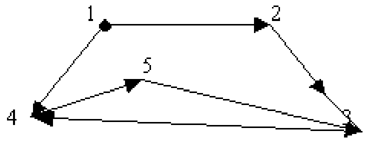
2. Точки 1,2,3,4,5,6 - вершини графа.
3. Відрізки 12,24,45,51,13,34,23,35 – ребра графа.
4. Вершина 6 не належить ребру і називається ізольованою (але вона частина графа).
5. Кількість ребер, які виходять з даної вершини визначають степінь вершини графа. Вершини відрізняються кількістю ребер, котрим вона належить (степінь вершини – число ребер)

Неорієнтований граф:



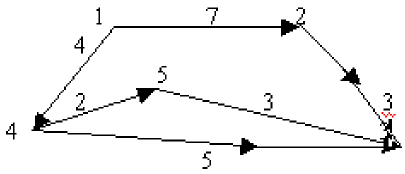
0	1	0	1	0
1	0	1	0	0
0	1	0	1	1
1	0	0	0	1
0	0	1	1	0

Орієнтований граф:



0	1	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	0	1	0
0	0	0	0	1
0	0	1	0	0

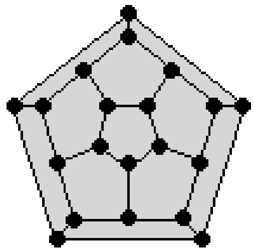
Орієнтований, навантажений граф:



0	7	0	4	0
0	0	3	0	0
0	0	0	0	0
0	0	5	0	2
0	0	3	0	0

Гамільтонів шлях проходить через кожну вершину по одному разу (по ребрах проходить декілька разів або жодного).

В 1859 р У. Гамільтон придумав гру “Навколосвітня подорож”, де треба було відшукати такий шлях, що проходить скрізь усі вершини (міста, пункти призначення) графа, щоб відвідати кожну вершину одноразово й повернутися назад. Шляхи, що володіють такою властивістю, називають гамільтоновими циклами.



Елілеровий шлях – це шлях, який ми проходимо з однієї вершини в іншу через всі ребра тільки один раз.

Знаходження мінімального шляху в навантаженому графові.

Орграф $D=(V,E)$ є навантаженим, якщо на множині дуг E визначена деяка функція, яку часто називають ваговою функцією.

Тим самим і навантаженому орграфі кожній дузі e поставлено у відповідність деяке дійсне число $l(e)$. Значення називатимемо довжиною дуги.

Введемо також наступне поняття. Квадратну матрицю $C(D)=\lfloor c_{ij}\rfloor$ порядку n з елементами

$$c_{ij}=\begin{cases} l(\upsilon_i,\upsilon_j),\ якщо\ (\upsilon_i,\upsilon_j)\in E; \\ \infty,\ якщо(\upsilon_i,\upsilon_j)\notin E, \end{cases}$$

будемо називати матрицею довжин дуг навантаженого орграфа D.

Для будь-якого шляху π навантаженого орграфа $D=(V,E)$ позначимо через $l(\pi)$ суму довжин дуг , що входять в шлях π, при цьому кожна дуга враховується стільки разів, скільки вона входить в шлях. Величину $l(\pi)$ називатимемо довжиною шляху в навантаженому орграфі. Раніше для не навантаженого графу так називалася кількість дуг в шляху . У зв'язку з цим помітимо, що якщо довжини дуг вибрані рівними 1, то виражає введену раніше довжину шляху в не навантаженому орграфі. Отже, будь-який не навантажений орграф можна вважати навантаженим з довжинами дуг, рівними 1. Аналогічно визначається і навантажений граф, а також довжина маршруту у ньому.

Означення. Шлях в навантаженому орграфі D з вершини υ у вершину ϖ, де $\upsilon\neq\varpi$, називається мінімальним, якщо він має мінімальну довжину серед усіх шляхів орграфа D з υ в ϖ. Аналогічно визначається і мінімальний маршрут в не навантаженому графові.

Розглянемо тепер завдання пошуку мінімальних шляхів (маршрутів) в навантаженому орграфі (графі). При цьому для визначеності міркування проводитимемо для орграфа (для графа вони аналогічні).

Алгоритм Дейкстри.

Отже, задано зважений неорієнтований граф. Визначити найкоротший шлях від вершини *st* до вершини *fin.* Представимо граф як у графічному вигляді , так і у вигляді таблиці суміжності .

Сформулюємо алгоритм Дейкстри.

1. Визначити стартову вершину як поточну: $i = st.$
2. Якщо відвідані всі вершини графа, то перейти до п. 7.
3. Серед усіх видимих на поточному кроці вершин визначити ту, до якої існує найменша відстань, і визначити її як поточну *i.*
4. Перерахувати відстані до всіх видимих і відвіданих вершин через вершину *i* і у разі отримання менших відстаней замінити ними попередні значення, запам'ятавши номер вершини і, що покращила результат.
5. Надати поточній вершині *i* статус відвіданої.
6. Перейти до п. 2.
7. Вивести шлях від фінішної вершини до стартової і, у разі необхідності, обчислити найкоротшу відстань між цими вершинами.
8. Завершити алгоритм.

Література:

1. Грэхем Р., Кнут Д., Паташник О. Конкретная математика. М.: Мир, 1998.
2. Стенли Р. Перечислительная комбинаторика. М.: Мир, 1990.
3. Райзер Г. Комбинаторная математика. М.: Мир, 1966.
4. Виленкин Н. Я. Популярная комбинаторика. М.: Наука, 1975.
5. Комбинаторный анализ. Задачи и упражнения. Под ред. К. А. Рыбникова. М.: Наука, 1982.
6. Холл М. Комбинаторика. М.: Мир, 1970.
7. Эндрюс Г. Теория разбиений. М.: Наука, 1982.
8. Айгнер М. Комбинаторная теория. М.: Мир, 1982.
9. Грэхем Р. Начала теории Рамсея. М.: Мир, 1984.
10. Орэ О. Теория графов. М.: Наука, 1980.
11. Харари Ф. Теория графов. М.: Мир, 1973.
12. Уилсон Р. Введение в теорию графов. М.: Мир, 1977.

УДК 517.9

ЗАСТОСУВАННЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ В ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧАХ

Дорож М.В., здобувач вищої освіти гр. Ен1/1

Миколаївський національний аграрний університет
Науковий керівник к.ф.-м.н., ст. викл. Шептилевський О.В.

Анотація

В роботі розглянуто числові методи, що застосовуються для знаходження коренів широкого кола трансцендентних рівнянь. Виконано порівняльний аналіз числових методів, з точки зору їх зручності та надійності при застосуванні до розв’язання рівнянь. Визначено переваги числових методів в порівнянні з аналітичними, та розкрито методику їх застосування.