

**ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ
НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЛН ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ
РАБОЧИХ ОРГАНОВ МАШИН С
ОБРАБАТЫВАЕМЫМИ НЕУПРУГИМИ
СПЛОШНЫМИ СРЕДАМИ
ЧАСТЬ 2**

В.С.Ловейкин, доктор технических наук, профессор

Ю.В.Човнюк, кандидат технических наук, доцент

Ю.О.Ромасевич, аспирант

Национальный университет биоресурсов и
природоиспользования Украины

К.Н.Думенко, кандидат технических наук, доцент

Николаевский государственный аграрный университет

Отримано лінійне диференціальне рівняння n -го порядку, яке описує еволюцію повільно змінної комплексної амплітуди довільної моди з точністю $(\lambda\alpha)^n$, де λ – довжина хвилі випромінювання, α – характерний поперечний розмір пучка. При опису ефектів самовпливу у таких середовищах для комплексної амплітуди отримано нелінійне рівняння типу рівняння Хіроті, яке є комбінацією рівняння Шредингера та комплексного модифікованого рівняння Корвета-де Вріза.

Ключові слова: хвильові процеси, рівняння Хіроті, ефект самовпливу, хвилі деформацій.

Постановка проблеми. Во всех реальных материалах при воздействии на них рабочих органов строительных машин с обрабатываемыми (неупругими сплошными) средами, протекают волновые процессы, причем расчет характеристик параметров этих волн составляет зачастую основу динамического расчета соответствующей конструкции строительной машины, выполненной из того или иного материала (в соответствии с эффектом Зоммерфельда существует обратное воздействие обрабатываемой среды на рабочий орган (строительной) машины). В настоящий момент методы динамического расчета конструкций строительных машин (в частности, их рабочих органов) и обрабатываемых сред, находящихся в упругой стадии, хорошо разработаны и по ним имеется об-

ширная научно-техническая и справочная литература. Значительно меньшее число исследований посвящено проблемам динамики/статики систем, работающих за пределами упругих состояний (работы Гениева Г.А., Аксентяна Г.К., Рахматулина Х.А., Прагера В.).

Вопросы распространения неупругих волн деформаций рассматриваются в основном для одномерных задач [2], реже – для двух- и трехмерной постановки [3].

Анализ последних исследований и публикаций.

Вопросы распространения неупругих волн деформаций рассматривались ранее, главным образом, для одномерных задач – в трудах Х.А. Рахматулина и его школы (например в работе [5]). Некоторые вопросы распространения, закономерности, особенности пространственно-временной эволюции волнообразований в неупругих средах (в двух- и трехмерной постановке) изучены в [1, 3], а статические задачи для затвердевающих сред были предметом исследований авторов [3, 5]. Однако, следует заметить, цитируемые работы (по-видимому, ввиду сложности, нелинейных свойств моделируемых сред) посвящены, в основном, анализу скоростей распространения волн, поддерживаемых обрабатываемыми средами, либо анализу сил, напряжений, деформаций, возникающих в затвердевающих средах (для частных случаев, геометрии тел) при рассмотрении одномерных, плоских и пространственных задач статики, при оценке несущей способности систем (в т.ч. рабочих органов строительных машин) из хрупких материалов.

Выделение нерешенных ранее частей общей проблемы, которым посвящена данная статья. Анализ условий возникновения (зарождения) волнообразований, пространственно-временной эволюции нелинейных волн/волновых пучков, их устойчивости, трансформации в нелинейные периодические волны стационарного профиля (т.н. кноидальные) либо в уединенные (солитоны), характерных для неупругих сплошных сред, имеющих как

правило, нелинейные физические/геометрические свойства, обладающих дисперсией (и диссипацией), процессов самовоздействия интенсивных волновых пучков не был проведен.

Цель настоящей статьи состоит в установлении основных особенностей/закономерностей возникновения, пространственно-временной эволюции нелинейных волнообразований (нелинейных волн, нелинейных волновых пучков), возникающих при взаимодействии рабочих органов строительных машин с обрабатываемыми неупругими сплошными средами, трансформации указанных волн в волны стационарного профиля (в приближении волнового пучка), в создании адекватной физико-механической модели/уравнений рассматриваемых процессов, которая бы учитывала физическую и геометрическую нелинейности среды, дисперсию (и диссипацию) методами, развитыми в работах [4, 5].

Изложение основных результатов исследования. Закономерности распространения волн в неупругих обрабатываемых рабочим органом строительной машины, средах: металл, грунт, бетон.

Рассмотрим среду, уравнения состояния которой описываются теорией малых упругопластических деформаций [8], в частности пластичные металлы. Соотношение класс сплошных сред при этом имеют вид:

$$T = G(\Gamma) \cdot \Gamma, \quad \sigma = K \cdot \theta, \quad (1)$$

где $G = G(\Gamma)$ – секущий модуль диаграммы зависимости T от Γ ; $K = \text{const}$ – модуль объемной деформации.

Таким образом:

$$\frac{\partial T}{\partial \Gamma} = G + \frac{\partial G}{\partial \Gamma} \Gamma; \quad \frac{\partial T}{\partial \theta} = 0; \quad \frac{\partial \sigma}{\partial \Gamma} = 0; \quad \frac{\partial \sigma}{\partial \theta} = K, \quad (2)$$

а выражение (11) из [1, стр.235] для коэффициентов a_{ij} , a_{ii} записываются в форме:

$$\begin{cases} a_{ij} = a_{ji} = K + \frac{G}{3} + \frac{4}{\Gamma} \frac{\partial G}{\partial \Gamma} e_{ii} e_{jj}; \\ a_{ii} = K + \frac{4G}{3} + \frac{4}{\Gamma} \frac{\partial G}{\partial \Gamma} e_{ii}^2. \end{cases} \quad (3)$$

Исследование результатов (3), проведенное в [6], показывает, что скорости распространения волн деформаций в рассматриваемой среде существенным образом зависят: 1) от вида напряженного состояния; 2) от взаимной ориентации нормали к фронту и главных осей; 3) от степени развития и пластической деформации в рассматриваемой точке среды.

Анализ соотношения (3) для трех характерных видов напряженно-деформированного состояния плоской деформации неупругой обрабатываемой среды, подчиняющейся теории малых упругопластических деформаций, следует проводить в соответствии с зависимостями:

- а) равномерной двухосной деформации $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$, $\varepsilon_3 = 0$;
- б) одноосной деформации $\varepsilon_1 \neq 0$, $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 0$;
- в) чистого сдвига $\varepsilon_1 = -\varepsilon_2$, $\varepsilon_3 = 0$.

При этом зависимость между T и Γ следует принимать в форме:

$$T = G_0 \left(1 - \frac{\Gamma}{2\Gamma_s} \right) \Gamma, \quad (4)$$

$$\text{а } G = G(\Gamma) = G_0 \left(1 - \frac{\Gamma}{2\Gamma_s} \right); \quad \frac{dG}{d\Gamma} = -\frac{G_0}{2\Gamma_s}. \quad (5)$$

Здесь G_0 – начальный модуль сдвига; Γ_s – предельное значение интенсивности деформаций сдвига, соответствующее точке диаграммы, где $dG/d\Gamma = 0$. Следует также принимать, что $K = 5G_0/3$.

Анализ векторных диаграмм ($\rho N_1^2/G_0$ и $\rho N_2^2/G_0$) для случая плоской деформации среды, описываемой теорией малых упругопластических деформаций, проведенный

[6] для различных значений отношения Γ/Γ_s ($0 \leq \Gamma/\Gamma_s \leq 1$), показывает, что (за исключением случая равномерной деформации) диаграммы величин N_1 и N_2 в значительной степени отклоняются от окружностей по мере приближения Γ/Γ_s к единице. В случае чистого сдвига при $\Gamma/\Gamma_s = 1$ значение N_2 в направлении главных касательных напряжений равно нулю, а соответствующее значение $N_1 \Rightarrow \max$. При $\Gamma/\Gamma_s \rightarrow 0$ независимо от вида напряженно деформированного состояния векторные диаграммы N_1 и N_2 переходят в окружности.

Для сред, обладающих внутренним трением, в частности для реальных грунтов, может быть использована модель сжимаемой жесткоупругопластической среды [9], соотношения уравнения состояния которых описываются теорией малых упругопластических деформаций и имеют вид:

$$T = G_0 \Gamma - f K \theta; \quad \sigma = K \theta, \quad (6)$$

где $G_0 = \text{const}$ – модуль сдвига при чистом сдвиге ($\sigma = 0$); $K = \text{const}$ – модуль объемной деформации; $0 < f < 1$ – коэффициент внутреннего трения.

Эта модель позволяет описать основные закономерности деформирования грунтовых сред, в частности, влияние среднего напряжения на вид зависимости между вторыми инвариантами девиаторов напряжений и деформаций, некоторые особенности процесса разгрузки, а также реализует возможность непосредственного перехода от зависимостей напряжения-деформации к условию предельного равновесия.

При $\lambda = -f \sigma/T \geq 1$ (в [9] сжимающие напряжения и деформации укорочения считались положительными), как это следует из (6), деформаций сдвига в среде не возникает. В этом случае касательные напряжения полностью воспринимаются силами внутреннего трения и состояние среды „жесткое”. При $\lambda = -f \sigma/T \leq 1 - \tau_s/T$ состояние среды пластическое, τ_s – предельное касательное напряжение.

Деформационные зависимости (6) справедливы при $1 - \frac{\tau_s}{T} < \lambda = -f \frac{\sigma}{T} < 1$ когда состояние среды „упругое”. Именно для этого случая в работе рассматриваются вопросы распространения нелинейных волн деформаций в неупругой обрабатываемой среде.

На основании (6) имеем условия:

$$\frac{\partial T}{\partial \tilde{A}} = G_0; \quad \frac{\partial T}{\partial \theta} = -fK; \quad \frac{\partial \sigma}{\partial \tilde{A}} = 0; \quad \frac{\partial \sigma}{\partial \theta} = K, \quad (7)$$

и выражения (11) из [1, стр.235] для коэффициентов a_{ij} и a_{ii} записываются в форме:

$$\begin{cases} a_{ij} = K + \frac{G}{3} - \frac{2}{\Gamma} fK(1 - \frac{2\theta}{\Gamma^2} e_{ij})e_{ij}; \\ a_{ii} = K + \frac{4G}{3} - \frac{2}{\Gamma} fK(1 - \frac{2\theta}{\Gamma^2} e_{ii})e_{ii}, \end{cases} \quad (8)$$

где $G = T/\Gamma = G_0 - fK \theta/\Gamma$.

Очевидно, что для данной среды, в отличие от (20), $a_{ij} \neq a_{ji}$. Исследование результатов (8) показывает [6], что скорости распространения волн деформаций в рассматриваемой среде существенным образом зависят: 1) от вида напряженного состояния; 2) от взаимной ориентации нормали к фронту и главных осей в рассматриваемой точке среды. Анализ векторных диаграмм ($\rho N_1^2/G_0$ и $\rho N_2^2/G_0$) – приведенных скоростей распространения волн), построенных по соотношениям (8), следует проводить для четырех характерных видов напряженно-деформированных состояний плоской деформации жесткоупругопластической среды:

- а) равномерного двухстороннего укорочения $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 < 0$, $\varepsilon_3 = 0$;
- б) одноосного укорочения $\varepsilon_1 < 0$, $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 0$;
- в) чистого сдвига $\varepsilon_1 = -\varepsilon_2$, $\varepsilon_3 = 0$;
- г) одноосного удлинения $\varepsilon_1 = \varepsilon_3 = 0$, $\varepsilon_2 > 0$.

Следует принять $K = 2G_0/\sqrt{3}$ и $f=0,5$.

За исключением случая равномерной деформации диаграммы величин N_1 и N_2 в значительной степени отклоняются от окружностей [6]. Значение N_1 в направлении деформаций укорочения при прочих равных условиях больше, чем в направлении деформаций удлинения. При чистом сдвиге векторная диаграмма N_1 является эллипсом, диаграмма N_2 – практически не отличается от окружности.

Рассмотрим среду, уравнения состояния которой описываются деформационной теорией пластичности бетона [10].

Соотношения при этом имеют вид (в [10] сжимающие напряжения и деформации укорочения считались положительными):

$$T = G_0 \left(1 - \frac{\Gamma}{2\Gamma_s} \right) \Gamma; \quad \sigma = K_0 \left(1 - \frac{\Gamma}{2\Gamma_s} \right) (\theta - g_0 \Gamma^2), \quad (9)$$

где $G_0 = \text{const}$ и $K_0 = \text{const}$ – соответственно начальные модули сдвига и объемной деформации; g_0 – модуль дилатации; $\Gamma_s = \Gamma_s(\lambda) = \Gamma_s(0) \cdot \tilde{k}(\lambda)$ – предельная интенсивность деформаций сдвига; $\tilde{k} = \tilde{k}(\lambda) = \lambda/2 + \sqrt{\lambda^2/4 + 1}$; $\lambda = -f \sigma/T$; $\Gamma_s(0)$ – значение Γ_s при чистом сдвиге; f – коэффициент внутреннего трения бетона, определяемый по значениям пределов прочности бетона при одностороннем сжатии R_c , одностороннем растяжении R_p и чистом сдвиге T_c формулой: $f = 3T_c(R_c - R_p)/(R_c R_p)$. Предложенная модель позволяет описать основные закономерности деформирования бетона, в частности, влияние среднего напряжения на вид зависимости между вторыми инвариантами девиаторов напряжений и деформаций, зависимость Γ_s от вида напряженного состояния, явление дилатации, а также реализует возможность непосредственного перехода от зависимостей напряжения – деформации к условию прочности бетона. На основании (9) имеем:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \Gamma} &= G_0 \left[1 - \frac{(1+3\tilde{k}^2)\theta - (3+\tilde{k}^2)g_0\Gamma^2}{2(1+\tilde{k}^2)(\theta - g_0\Gamma^2)} \frac{\Gamma}{\Gamma_s} \right]; \\ \frac{\partial T}{\partial \theta} &= -fK_0 \frac{\tilde{k}}{2(1+\tilde{k}^2)} \frac{\Gamma}{\Gamma_s}; \\ \frac{\partial \theta}{\partial \Gamma} &= -K_0 \left[2g_0 \left(1 - \frac{\Gamma}{2\Gamma_s} \right) \Gamma + \frac{(\theta\tilde{k}^2 - g_0\Gamma^2)}{(1+\tilde{k}^2)} \frac{1}{\Gamma_s} \right]; \\ \frac{\partial \sigma}{\partial \theta} &= K_0 \left[1 - \frac{1}{(1+\tilde{k}^2)} \frac{\Gamma}{\Gamma_s} \right]. \end{aligned} \right. \quad (10)$$

Для данной модели среды, как и для жесткоупругопластической среды, $a_{ij} \neq a_{ji}$. Исследование результатов для бетона показывает, что скорости распространения волн деформаций в последнем существенно зависят [6]:

- 1) от вида напряженного состояния;
- 2) от взаимной ориентации нормали к фронту и главных осей;
- 3) от степени развития пластических деформаций в рассматриваемой точке среды.

Анализ векторных диаграмм ($\rho N_1^2/G_0$ и $\rho N_2^2/G_0$) для случая плоской деформации бетона (для вариантов одноосного укорочения и чистого сдвига), проведенный в [6], показывает, что диаграммы величин N_1 и N_2 в значительной степени отклоняются от окружностей. При $\Gamma/\Gamma_s \rightarrow 1$ скорости распространения волн, вообще говоря, уменьшаются.

При одноосном сжатии скорости волн N_1 имеют максимум, расположенный вблизи биссектрисы угла между главными осями; скорости же волн N_2 достигают максимальных значений в направлениях главных осей, где они являются волнами сдвига.

Затвердевающие среды составляют самостоятельный класс сплошных сред и характеризуются рядом специфических свойств, являясь в определенной смысле аналогом пластических сред [4-8].

При описании физических свойств затвердевающих сред, как правило, исходят из положений деформационной теории пластичности. В связи с этим помимо инвариантов напряженного состояния среды: интенсивности касательных напряжений T

$$T^2 = \left[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \right] / 6; \quad (11)$$

и среднего значения σ

$$\sigma = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) / 3, \quad (12)$$

где $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ – главные напряжения в среде, вводят в рассмотрение инварианты деформированного состояния: объемную деформацию θ и интенсивность деформаций сдвига Γ :

$$\theta = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z; \quad (13)$$

$$\Gamma = \sqrt{\frac{2}{3}} \left\{ (\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + (\varepsilon_y - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_x)^2 + \frac{3}{2}(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2) \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad (14)$$

где $\varepsilon_x = \frac{\partial u_x}{\partial x}; \quad \varepsilon_y = \frac{\partial u_y}{\partial y}; \quad \varepsilon_z = \frac{\partial u_z}{\partial z}; \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x};$

$\gamma_{yz} = \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y}; \quad \gamma_{xz} = \frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z}$ – соответственно линейные

деформации и деформации сдвига; u_x, u_y, u_z – перемещения.

В дальнейшем будем рассматривать идеальные затвердевающие среды, для которых объемная деформация $\theta = 0$.

Одной из главных физических констант затвердевающей среды является предельная интенсивность деформаций сдвига Γ_0 . Следует полагать, что затвердевающие среды обладают конечной прочностью, характеризующейся предельным значением интенсивности касательных напряжений $T = T_0$.

Пластически-затвердевающая среда в начальной стадии деформирования способна воспринимать лишь гидростатическое давление, и приобретает способность воспринимать интенсивные касательные напряжения лишь после достижения величиной Γ значения Γ_0 . По видам зависимости между интенсивностью касательных напряжений и интенсивностью деформаций сдвига идеальные затвердевающие среды в данной работе относим к идеальным пластически-затвердевающим средам (аналог идеальной жесткопластической среды).

Для получения искомым скоростей полагаем, что в идеальной жесткопластической среде $\sigma = \chi \tau_s$ (где χ – приведенное среднее напряжение), а соотношения (2) представим в форме:

$$\sigma_i = \chi \tau_s + 2 \frac{\tau_s}{\Gamma} l_{ii}; \quad \tau_{ij} = 2 \frac{\tau_s}{\Gamma} l_{ij}. \quad (15)$$

Подставляя (15) в динамические уравнения равновесия, получаем:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\chi + 2 \frac{l_{ii}}{\Gamma} \right) + \sum_{j=1}^3 \frac{d}{dx_j} \left(\frac{2l_{ij}}{\Gamma} \right) + q_i = \frac{1}{k^*} \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2};$$

$$(i, j) = \overline{(1, 3)}; \quad i \neq j; \quad q_i = \frac{X_i}{\tau_s}; \quad k^* = \frac{\tau_s}{\rho}. \quad (16)$$

Условие несжимаемости имеет вид:

$$\theta = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} = 0. \quad (17)$$

Таким образом, в рассматриваемом случае $e_{ii} = \varepsilon_i$ и уравнения (16) можно представить в форме:

$$\frac{\partial \chi}{\partial x_i} + 2 \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\frac{1}{\Gamma} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) \right] + \sum_{j=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{1}{\Gamma} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] + q_i = \frac{1}{k^*} \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2};$$

$$(i, j) = \overline{(1, 3)}; \quad i \neq j. \quad (18)$$

Уравнения (18) являются квазилинейными уравнениями второго порядка относительно функций u_i . Указанные уравнения можно представить [6] в форме:

$$\frac{\partial \chi}{\partial x_i} + \frac{\nabla^2 u_i}{\Gamma} + \frac{1}{\Gamma} \sum_{j=1}^3 (1 - \psi_i \psi_j) \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_j} + q_i = \frac{1}{k^*} \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}; \quad i = (1, 3), \quad (19)$$

где $\psi_i = 2\varepsilon_i / \Gamma$ – приведенные значения главных деформаций. Величины ψ_i связаны между собой следующими очевидными соотношениями:

$$\begin{cases} \psi_1 + \psi_2 + \psi_3 = 0; \\ (\psi_1 - \psi_2)^2 + (\psi_2 - \psi_3)^2 + (\psi_3 - \psi_1)^2 = 6. \end{cases} \quad (20)$$

В [6] определены скорости распространения трехмерных волн – поверхностей слабых разрывов деформаций и напряжений (первых производных u_i и функции χ). Очевидно, что данные волны представляют собой также поверхности сильных разрывов вторых производных u_i (т.н. волны формоизменения в жестко-пластической среде).

$$\text{Введем обозначения: } n^2 = \frac{\Gamma}{k^*} N^2 = \frac{\rho \Gamma}{\tau_s} N^2.$$

Возможные значения n^2 можно получить, решив уравнение:

$$\begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{vmatrix} = 0, \quad (21)$$

$$c_{11} = \frac{\Gamma}{g^2} l_1; \quad c_{12} = \left[1 - \psi_1 (\psi_1 - \psi_2) l_1^2 - \frac{\Gamma}{k^*} N^2 \right] l_2;$$

$$c_{13} = \psi_1 (\psi_2 - \psi_3) l_1 l_2 l_3; \quad c_{21} = -\frac{\Gamma}{g^2} l_2;$$

$$c_{22} = \left[1 - \psi_2 (\psi_2 - \psi_1) l_2^2 - \frac{\Gamma}{k^*} N^2 \right] l_1;$$

$$c_{23} = \left[1 - \Psi_2 (\Psi_2 - \Psi_3) l_2^2 - \frac{\Gamma}{k^*} N^2 \right] l_3; \quad c_{31} = \frac{\Gamma}{g^2} l_3;$$

$$c_{32} = \Psi_3 (\Psi_2 - \Psi_1) l_1 l_2 l_3; \quad c_{33} = \left[1 - \Psi_3 (\Psi_3 - \Psi_2) l_3^2 - \frac{\Gamma}{k^*} N^2 \right] l_2,$$

где $g = \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2}$; $\omega_i, \omega_j, \omega_k$ – частные производные по соответствующим координатам уравнения поверхности разрывов $\omega = \omega(x_1, x_2, x_3, t) = 0$; $l_i = \omega_i / g$ – направляющие косинусы нормали к поверхности разрывов; N – скорость распространения волны по нормали.

Раскрывая определитель системы (21), получим для $n^2 = \Gamma N^2 / k^*$ следующие выражения:

$$1) \quad n^2 = 1; \quad (22)$$

$$2) \quad n^2 = 1 - \left[(\Psi_1 - \Psi_2) l_1^2 l_2^2 + (\Psi_2 - \Psi_3) l_2^2 l_3^2 + (\Psi_3 - \Psi_1) l_3^2 l_1^2 \right]. \quad (23)$$

Скорости распространения волн в обрабатываемой жесткопластической среде описываются выражениями:

$$N = n \sqrt{\frac{\tau_s}{\rho \Gamma}}. \quad (24)$$

В 1-м случае ($n^2 = 1$) векторная диаграмма скоростей распространения волн деформаций представляет собой сферу радиусом $\sqrt{\tau_s / (\rho \Gamma)}$.

Отношение τ_s / Γ является секущим модулем сдвига диаграммы $T = \tau_s = \text{const}$ для рассматриваемой точки среды, определяемым интенсивностью деформаций сдвига в последней. Очевидно, что при заданном значении τ_s увеличение Γ ведет к уменьшению скоростей распространения волн.

Во 2-м случае форма векторной диаграммы скоростей распространения волн зависит от вида напряженного состояния в рассматриваемой точке. Максимальное значение скорости волн имеют в направлении главных осей ($l_i = 1$; $l_j = l_k = 0$).

В этих направлениях векторная диаграмма N случая 2 касается сферической диаграммы случая 1. В соответствии с (20) величины Ψ_i можно представить как функции одного параметра φ известными соотношениями:

$$\Psi_1 = \frac{2}{\sqrt{3}} \cos(\varphi - \frac{\pi}{3}); \quad \Psi_2 = \frac{2}{\sqrt{3}} \cos(\varphi + \frac{\pi}{3}); \quad \Psi_3 = -\frac{2}{\sqrt{3}} \cos \varphi. \quad (25)$$

При этом зависимость (23) запишется в виде:

$$n^2 = 1 - 4 \left[l_1^2 l_2^2 \sin^2 \varphi + l_2^2 l_3^2 \sin^2 \left(\varphi - \frac{\pi}{3} \right) + l_3^2 l_1^2 \sin^2 \left(\varphi + \frac{\pi}{3} \right) \right]. \quad (26)$$

(В дальнейшем изложении будем полагать, как прежде, $l_i = k_i / \left| \frac{\mathbf{r}}{k} \right|$).

Вывод. Получено линейное дифференциальное уравнение n -го порядка, описывающее пространственно-временную эволюцию медленно меняющейся комплексной амплитуды произвольной моды с точностью порядка $(\lambda / a)^n$, где λ – длина волны излучения, a – характерный поперечный размер волнового пучка, в рамках принятой гипотезы и модели узкого волнового пучка с узким угловым спектром.

ЛИТЕРАТУРА

1. Особенности распространения нелинейных волн при взаимодействии рабочих органов машин с обрабатываемыми неупругими сплошными средами. Часть 1 / В. С. Ловейкин, Ю. В. Човнюк, Ю. О. Ромасевич и др.] // Вісник аграрної науки Причорномор'я. — Миколаїв, **2008**. — Вип. №4(47). — С. 230—238.
2. Рахматулин Х. А. Прочность при интенсивных кратковременных нагрузках / Х. А. Рахматулин, Ю. А. Демьянов. — М.: Наука, **1961**. — 350 с.
3. Гениев Г. А. Вопросы механики неупругих тел / Г. А. Гениев, В. С. Лейтес. — М.: Строиздат, **1981**. — 161 с.
4. Гениев Г. А. Некоторые вопросы статики сплошной среды / Г. А. Гениев // Строительная механика и расчет сооружений. — **1969**. — №1.
5. Ивлев Д. Д. К теории идеально-затвердевающих сред / Д. Д. Ивлев // ДАН СССР. — **1960**. — Т. 130, №4.
6. Карпман В. И. Нелинейные волны в диспергирующих средах / Карпман В. И. — М.: Наука, **1973**. — 320 с.
7. Ильюшин А. А. Пластичность / Ильюшин А. А. — М.: ОГИЗ, **1948**. — 480 с.
8. Гениев Г. А. Теория пластичности бетона и железобетона / Г. А. Гениев, В. Н. Киссюк, Г. А. Тюпин. — М.: Строиздат, **1974**. — 250 с.

ЗМІСТ

ЕКОНОМІЧНІ НАУКИ

І.І.Червен, Т.В.Порудєєва. ЕНЕРГЕТИЧНИЙ ФАКТОР В ОЦІНЦІ ЕФЕКТИВНОСТІ ВИКОРИСТАННЯ ЗЕМЕЛЬ.....	5
О.В.Шебаніна. ВАЖЛИВЕ ЗАВДАННЯ КОЖНОГО ПІДПРИЄМСТВА І РЕГІОНУ – СВОЄЧАСНА ТА ВИГІДНА РЕАЛІЗАЦІЯ ВИРОБЛЕНОЇ ПРОДУКЦІЇ.....	12
В.М.Ганганов, Н.В.Потриваєва. ОЦІНКА КОНКУРЕНТОСПРОМОЖНОСТІ ПРОДУКЦІЇ ЗЕРНОВОГО ПІДКОМПЛЕКСУ УКРАЇНИ В УМОВАХ РОЗВИТКУ ГЛОБАЛЬНОЇ ЕКОНОМІКИ	20
В.І.Гавериш. РОЗТАШУВАННЯ ПІДПРИЄМСТВ З ВИРОБНИЦТВА БІОПАЛИВА З УРАХУВАННЯМ УРОЖАЙНОСТІ РОСЛИННОЇ СИРОВИНИ.....	28
В.П.Клочан, Н.І.Костаневич. ВПЛИВ ФІНАНСОВИХ РЕЗУЛЬТАТІВ НА ФОРМУВАННЯ ВЛАСНОГО КАПІТАЛУ ПІДПРИЄМСТВ	37
Н.М.Сіренко. ЗЕМЕЛЬНІ ВІДНОСИНИ В КОНТЕКСТІ ІННОВАЦІЙНОЇ МОДЕЛІ РОЗВИТКУ АГРАРНОГО СЕКТОРА УКРАЇНИ.....	42
В.В.Клочан. СТРАТЕГІЯ РОЗВИТКУ ІНФОРМАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ УПРАВЛІННЯ В СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКИХ ПІДПРИЄМСТВАХ.....	48
О.М.Вишневська, М.Д.Бабенко, Т.Г.Олійник. ІНТЕГРАЦІЙНІ ПЕРСПЕКТИВИ РОЗВИТКУ СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКИХ ТОВАРОВИРОБНИКІВ В УМОВАХ ОНОВЛЕННЯ РЕСУРСНОГО ПОТЕНЦІАЛУ	54
О.І.Котикова. УДОСКОНАЛЕННЯ ГРОШОВОЇ ОЦІНКИ ЗЕМЕЛЬ СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКОГО ПРИЗНАЧЕННЯ....	62
А.М.Болдирєва, О.А.Бурлака, С.В.Остряніна. ЛОГІСТИЧНІ АСПЕКТИ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ КОНКУРЕНТОСПРОМОЖНОСТІ ЗЕРНОПРОДУКТОВОГО ПІДКОМПЛЕКСУ АПК.....	67

Г.М.Кулешова, О.С.Шевченко. УПРАВЛІННЯ ЯКІСТЮ ПРОДУКЦІЇ АГРАРНОГО СЕКТОРА ЕКОНОМІКИ ЯК СКЛАДОВА КОНКУРЕНТОСПРОМОЖНОСТІ ПІДПРИЄМСТВ	73
І.О.Піюренко. ЦІНИ НА ПРОДУКЦІЮ ПРОДОВОЛЬЧОГО ПІДКОМПЛЕКСУ ПОВИННІ БУТИ БІЛЬШ ОБІРУНТОВАНИМИ	78
М.І.Карєба. СУЧАСНИЙ СТАН КРЕДИТУВАННЯ СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКИХ ПІДПРИЄМСТВ І ОСНОВНІ НАПРЯМКИ ЙОГО УДОСКОНАЛЕННЯ	88
І.С.Майборода. КРЕДИТНІ ВІДНОСИНИ В АГРАРНОМУ СЕКТОРІ ЕКОНОМІКИ УКРАЇНИ	94
О.С.Карєба. КООПЕРАЦІЇ В СІЛЬСЬКОМУ ГОСПОДАРСТВІ – ЕФЕКТИВНИЙ РОЗВИТОК.....	101
О.М.Гіржева. АНАЛІЗ ВИРОБНИЦТВА МОЛОКА В ХАРКІВСЬКІЙ ОБЛАСТІ.....	107
М.В.Вацька. ЕКОНОМІЧНИЙ МЕХАНІЗМ ЗАЛУЧЕННЯ ІНОЗЕМНИХ ІНВЕСТИЦІЙ В АГРАРНИЙ СЕКТОР ПОЛТАВСЬКОГО РЕГІОНУ.....	118

СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКІ НАУКИ

В.В.Гамаюнова, А.Г.Хоненко, А.М.Гирля, Г.А.Макарова. СТАН ТА ПЕРСПЕКТИВИ ГІПСУВАННЯ ҐРУНТІВ ПІВДНЯ УКРАЇНИ.....	124
Т.М.Манушкіна, А.В.Ястремська. ОСОБЛИВОСТІ КЛОНАЛЬНОГО МІКРОРОЗМНОЖЕННЯ ТРОЯНДИ ROSA HYBRIDA L.....	131
Н.В. Маркова. ВПЛИВ СТРОКІВ СІВБИ ТА ТЕХНОЛОГІЧНИХ ОСОБЛИВОСТЕЙ ВИРОЩУВАННЯ ГІБРИДІВ СОНЯШНИКУ НА ДИНАМІКУ ЕЛЕМЕНТІВ ЖИВЛЕННЯ В ҐРУНТІ	138
О.В.Письменний. КЛАСИФІКАЦІЯ ЗА ВІТРОСТІЙКІСТЮ ҐРУНТІВ СТЕПУ УКРАЇНИ.....	143

В.О.Греков, М.І.Майстренко, Т.П.Андросович.	
СУЧАСНИЙ АГРОЕКОЛОГІЧНИЙ СТАН ЗЕМЕЛЬ СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКОГО ПРИЗНАЧЕННЯ УКРАЇНИ ..	149
А.С.Патрева. УДОСКОНАЛЕННЯ МЕТОДІВ КОМПЛЕКСНОЇ ОЦІНКИ ПРОДУКТИВНИХ І ВІДТВОРЮВАЛЬНИХ ЯКОСТЕЙ ПТИЦІ	158
М.С.Козій. ПОРІВНЯЛЬНА ГІСТОМОРФОЛОГІЯ ГЛОТКОВОГО ВІДДІЛУ КИШКОВОГО ТРАКТУ ДЕЯКИХ ВИДІВ ПРІСНОВОДНИХ РИБ	166
Е.И.Метлицкая, А.А.Гетя, К.В.Копылова ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ МЕЖПОРОДНОЙ СОЧЕТАЕМОСТИ В СВИНОВОДСТВЕ....	170
О.В.Яновська. ОПТИМІЗАЦІЯ КОРЕКЦІЇ МІКРОБНИХ БІОЦЕНОЗІВ КИШКОВИКА МОЛОДНЯКУ СВИНЕЙ НА ВИРОЩУВАННІ: МІКРОБІОЛОГІЧНІ ТА ІМУНОЛОГІЧНІ АСПЕКТИ	176
О.О.Стародубець. ГІСТОЛОГІЧНА БУДОВА М'ЯЗОВОЇ ТКАНИНИ СВИНЕЙ РІЗНИХ ГЕНОТИПІВ	182
С.І.Таран. ДИНАМІКА ПРОДУКТИВНОСТІ БДЖОЛИНИХ МАТОК	188

ТЕХНІЧНІ НАУКИ

Б.И.Бутаков. МЕТОД ПОВЫШЕНИЯ КАЧЕСТВА ДЕТАЛЕЙ МАШИН С ПОМОЩЬЮ ОБКАТЫВАНИЯ ИХ РОЛИКАМИ	194
О.В.Бондаренко, В.А.Грубань. ОБГРУНТУВАННЯ КІНЕМАТИЧНИХ ТА КОНСТРУКТИВНИХ ПАРАМЕТРІВ КАЧАНООЧИСНОГО ПРИСТРОЮ.....	206
А.В.Вахоніна. КРУТИЛЬНІ КОЛИВАННЯ НЕОБМЕЖЕНОГО ТІЛА З ТОНКИМ ПРУЖНИМ КРУГОВИМ ВІДШАРОВАНИМ ВКЛЮЧЕННЯМ	213
О.А.Горбенко, О.Я.Чебан. РЕЗУЛЬТАТИ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ ЧИННИКІВ ВПЛИВУ НА ТЕХНОЛОГІЧНИЙ ПРОЦЕС ПЕРЕРОБКИ ТОМАТІВ.....	220

В.В.Стрельцов, О.О.Катрич. ВИБІР ФАКТОРІВ ВПЛИВУ НА ТЕХНОЛОГІЧНИЙ ПРОЦЕС ПРЕСУВАННЯ ОЛІЙНОЇ СИРОВИНИ	228
В.С.Ловейкин, Ю.В.Човнюк, Ю.О.Ромасевич, К.Н.Думенко. ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЛН ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ РАБОЧИХ ОРГАНОВ МАШИН С ОБРАБАТЫВАЕМЫМИ НЕУПРУГИМИ СПЛОШНЫМИ СРЕДАМИ. ЧАСТЬ 2	234
АННОТАЦИИ	247
ABSTRACTS	253

**Редакційна колегія залишає
за собою право на редакційні виправлення.
ЗРАЗОК ОФОРМЛЕННЯ СТАТТІ**

УДК (НОМЕР УДК)

НАЗВА СТАТТІ

*Л.С.Прокопенко, кандидат біологічних наук, доцент
Л.П.Чорнолата, кандидат сільськогосподарських наук
Інститут кормів УААН*

**Текст анотації* українською мовою*

Ключові слова: **4-7** ключових слів або словосполучень

НАЗВАНИЕ СТАТЬИ

Л.С.Прокопенко

Л.П.Чорнолата

**Текст аннотации* російською мовою*

NAME OF THE ARTICLE

L.S.Prokopenko

L.P.Chornolata

****Text of annotation*** англійською мовою*

** Текст статті **

ЛІТЕРАТУРА

1. Іваненко І. І. Назва роботи / Іваненко І. І. — К.: Вища школа, 1999. — 111 с.
2. Бобров М. І. Назва статті / Бобров М. І. // Назва журналу. — 1999. — №6. — С. 23—25.

Вісник аграрної науки Причорномор'я

Випуск 3'2009 р. (50).

Технічний редактор: *О.М.Кушнарьова.*
Комп'ютерна верстка: *Ю.В.Антонович,*
К.Є.Яновський

Підписано до друку 27.10.2009 Формат 60 x 84 1/16.
Папір друк. Друк офсетний. Ум.друк.арк. 16,56.
Тираж 300 прим. Зак. № _____. Ціна договірна.

Надруковано у видавничому відділі
Миколаївського державного аграрного університету
54010, м.Миколаїв, вул.Паризької комуни, 9

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 1155 від 17.12.2002 р.