

**УДК 624.014**

**РОЗРАХУНОК АРКИ З КОНСТРУКТИВНИХ ЕЛЕМЕНТІВ**

*Богданов С.І., ст. викладач*

*Миколаївський національний аграрний університет*

*У статті показані основні підходи до методики розрахунків поперечних перерізів конструктивних елементів арки, що задовольняє умові надійності та відповідає при цьому мінімальній масі конструкції арки. Розрахунок виконується при проектуванні оптимальних аркових конструкцій, який полягає в проектуванні конструкції таким чином, щоб у всіх перетинах конструктивного елемента арки надійність була заданою, а маса при цьому була мінімально можливою.*

*Застосування легких арок із заданою надійністю забезпечує економію металу і зниження вартості конструкції і визначає перспективність застосування таких конструкцій в будівлях і сільсько-господарських спорудах.*

*Максимальне здешевлення збірно-розбірних легких металевих конструкцій і робіт, зв'язаних з їх будівництвом є пріоритетним завданням на сучасному етапі розвитку будівельної галузі в Україні. Одночасно із здешевленням конструкцій при проектуванні потрібно пам'ятати про забезпечення їх доступу а точної довговічності і надійності. Одним з ефективних засобів вирішення цієї проблеми є запровадження методів теорії надійності, які дозволяють більш обгрунтовано нормувати розрахункові параметри конструкції і навантажень на ймовірнісній основі. Важливішим є перехід до ймовірнісного розрахунку та оцінки несучої здатності конструкцій за основним технічним критерієм - ймовірності відмови конструкції.*

Знаходження закону розподілу матеріалу вздовж осі конструкції для статистично невизначених систем, якими є арки ускладнюється тим, згинальний момент залежить від розмірів поперечних перерізів конструктивного елемента арки. Для вирішення цієї задачі скористаємося методом найменшого обсягу. Запишемо вираз для об'єму системи

$$V = \int_L F(x) dx. \quad (1)$$

Виразимо площа поперечного перерізу через згинальний момент так, щоб дотримувалася умова надійності. Для цього запишемо вираз для напружень, що діють в перетинах конструктивного елемента арки,

$$S(x) = \frac{M_1(x)P + \sum_{j=1}^n M_j(x)X_j Z(x)}{r^2(x)F(x)}, \quad (2)$$

де  $M_j(x)$  - згинальний момент в основній системі від  $X_j = 1$ ;

$X_j$  - зайве невідоме;

$Z(x)$  - відстань від нейтральної осі до периферії перерізу;

$r(x)$  - радіус інерції перерізу;

$F(x)$  - площа поперечного перерізу конструктивного елемента арки;

$n$  - кількість зайвих невідомих.

Уявімо зайве невідоме у вигляді:

$$X_j = K_j P, \quad (3)$$

де  $K_j$  - невідомі коефіцієнти.

Якщо при розв'язанні задачі про визначення найменшої маси в детерміністичному постановці ми шукали значення  $X_j$ , а значить, і  $F(x)$  відповідне мінімуму об'єму системи арки, то в цьому випадку доведеться шукати значення, дають мінімум об'єму системи.

Напруження, що діють в перетинах конструктивних елементів арок, можуть бути записані у вигляді:

$$S(x) = \frac{M_1(x) + \sum_{j=1}^n M_j(x)K_j Z(x)P}{r^2(x)F(x)}, \quad (4)$$

або , якщо позначити

$$\frac{M_1(x) + \sum_{j=1}^n M_j(x)K_j Z(x)}{r^2(x)F(x)} = K, \quad (5)$$

$$\text{то, } S(x) = KP. \quad (6)$$

В залежності від законів розподілу навантаження і несучої здатності арки для заданого рівня надійності можемо отримати значення  $K$ , коефіцієнта дає мінімум об'єму конструктивного елемента арки, що забезпечує цю надійність.

Тоді з (4) для  $F(x)$  маємо:

$$F(x) = \frac{M_1(x) + \sum_{j=1}^n M_j(x)K_j Z(x)}{r^2(x)K}. \quad (7)$$

Так як площа поперечного перерізу конструктивного елемента арки є величина завжди позитивна, вираження в чисельнику формули (4) треба брати за абсолютною величиною. Надалі будемо приймати що :

$$\left| M_1(x) + \sum_{j=1}^n M_j(x)K_j \right| = \quad (8)$$

$$j^* (M_1(x) + \sum_{j=1}^n M_j(x)K_j)$$

$$\text{де } j^* = +1, \left| M_1(x) + \sum_{j=1}^n M_j(x)K_j \right| > 0; \quad (9)$$

$$j^* = -1, \left| M_1(x) + \sum_{j=1}^n M_j(x)K_j \right| < 0.$$

Підставивши виражене таким чином  $F(x)$  рівняння обсягу арочної системи (1) отримаємо:

$$V = \sum \int_L \frac{j^* (M_1(x) + \sum_{j=1}^n M_j(x)K_j) Z(x) dx}{r^2(x)K}. \quad (10)$$

Межами інтегрування в кожному інтегралі, що входить в загальну суму, можуть бути координати точок опор, точок прикладання навантаження і нульових точок виразу:

$$(M_1(x) + \sum_{j=1}^n M_j(x)K_j). \quad (11)$$

Якщо за незалежні змінні прийняти коефіцієнти  $K_j$ , то об'єм буде представляти собою безперервну функцію від цих коефіцієнтів. Умовою мінімального обсягу конструктивного елемента є рівність нулю приватних похідних від функції обсягу по незалежним змінним, а саме:

$$\frac{\partial V}{\partial K_j} = 0, j = 1, 2, \dots, n, \quad (12)$$

де  $n$  - кількість невідомих.

Звідси отримаємо систему  $n$  рівнянь для визначення  $n$  невідомих коефіцієнтів надійності  $K_1, K_2, \dots, K_n$ . Визначивши за (12) значення цих коефіцієнтів і підставивши їх у (7), отримаємо шукані значення розмірів поперечних перерізів конструктивного елемента арки, при найменшій масі матеріалу. Для ілюстрації запропонованої методики розглянемо приклад розрахунку арки складається з конструктивних елементів, яка навантажена випадковою силою  $P$ , з параметрами:

$$l = 3i; L = 30i; H = 0,999,$$

Де  $l$  - довжина конструктивного елемента арки,  $L$  - проліт арки,  $H$  - задана необхідна величина надійності арки. При цьому:

$$\frac{Z(x)}{r^2(x)} = const \quad (13)$$

Розіб'ємо арку на дві ділянки:  $AC$  і  $CB$ . Тоді на ділянці  $AC$ :

$$(M_1(x) + \sum_{j=1}^n M_j(x)K_j) = K_2x - K_1; \quad (14)$$

На ділянці  $CB$ :

$$(M_1(x) + \sum_{j=1}^n M_j(x)K_j) = K_2x - K_1 - x + l \quad (15)$$

Підставивши ці вирази послідовно в (7) отримаємо:  
ділянка  $AC$

$$F(x, K_1, K_2) = \frac{(K_2x - K_1)100}{K}; \quad (16)$$

ділянка  $CB$

$$F(x, K_1, K_2) = \frac{(K_2x - K_1 - x + l)100}{K}. \quad (17)$$

Підставивши отримані значення площ в рівняння обсягу арочної системи (1) і враховуючи (8) отримаємо:

$$\begin{aligned} \frac{KV}{100} = & -\int_0^{x_1} (K_2x - K_1)dx + \\ & + \int_{x_1}^l (K_2x - K_1)dx + \\ & + \int_l^{x_2} (K_2x - K_1 - x + l)dx - \\ & - \int_{x_2}^L (K_2x - K_1 - x + l)dx \end{aligned} \quad (18)$$

У цьому рівнянні  $x_1$  і  $x_2$  – координати нульових точок. Вони визначаються з умови:

$$x_1 = \frac{K_1}{K_2}; \quad x_2 = \frac{l - K_1}{1 - K_2}; \quad (19)$$

В результаті інтегрування (18), після підстановки меж інтегрування (19), отримаємо:

$$\frac{KV}{100} = \frac{K_1^2}{K_2} + \frac{(l - K_1)^2}{1 - K_2} + K_1 L - \frac{K_2 L^2}{2} - \frac{l^2}{2} - lL + \frac{L^2}{2} \quad (20)$$

Потім, узявши приватні похідні від обсягу за коефіцієнтами  $K_1$  і  $K_2$ , отримаємо умови для їх визначення:

$$\frac{\partial V}{\partial K_1} = \frac{2K_1}{K_2} - \frac{2(l - K_1)}{1 - K_2} + L = 0; \quad (21)$$

$$\frac{\partial V}{\partial K_2} = -\frac{K_1^2}{K_2^2} + \frac{(l - K_1)^2}{(1 - K_2)^2} - \frac{L^2}{2} = 0. \quad (22)$$

Спільне рішення цих рівнянь дає  $K_1 = 0,25$ ;  $K_2 = 0,25$ . При цьому слід звернути увагу на те, що значення  $K_1$  і  $K_2$ , отримані не залежно від виду законів розподілу навантаження і несучої здатності.

Таким чином, шукані значення  $F(x)$  визначаються:  
ділянка  $AB$

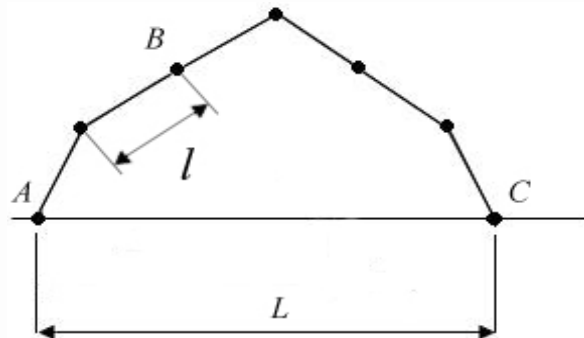


Рис. 1. Арка з конструктивних елементів

$$F(x) = \frac{25(x-1)}{K}; \quad (23)$$

ділянка  $BC$

$$F(x) = \frac{225 - 75x}{K}. \quad (24)$$

Знайдемо абсциси нульових точок:

$$x_1 = \frac{K_1}{K_2} = 1i; \quad x_2 = \frac{l - K_1}{1 - K_2} = 3i. \quad (25)$$

Таким чином, нульові точки розташовані на відстані  $\frac{1}{4}$  і  $\frac{3}{4}$  прольоту арки.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бакиев М. 1978. К вопросу о нагрузках, действующих на конструкции покрытия. / М. Бакиев, И. Кузнецов, Р. Сафин. Межвузовский сборник. Вып. 2, Казан. — 28- 31.

2. Богза В.Г 1998. Принципы создания конструктивных форм стальных каркасов облегченного типа из универсальных элементов. /В. Г. Богза // Металлические конструкции,- №1. — 61-64

3. Богза В.Г. 2005. Нові типи сільськогосподарських споруд / В.Г. Богза, С. І. Богданов Современные строительные конструкции из металла и древесины: Сборник науч. тр. – Одесса, ООО «Внешрекламасервис». – 4.2. – с. 4-8.

4. Геммерлинг А. 1974. Оптимальное проектирование металло конструкций. / А. Геммерлинг // Строительная механика и расчет сооружений, — №4. — 10-13

5. Гнітко О. 1976. Розрахунок надійності сталевих статично невизначених конструкцій. Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво) / О. Гнітко; Вип. 1 Полт. держ.техн. ун-т ім. Юрія Кондратюка; - Полтава.: ПДТУ ім. Юрія Кондратюка, 1998.

6. Гнітько О.В. 1998. Розрахунок надійності сталевих статично невизначених конструкцій. Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво) / О.В. Гнітько; Вип. 1 Полт. держ.техн. ун-т ім. Юрія Кондратюка; – Полтава : ПДТУ ім. Юрія Кондратюка.

7. Ищенко И. И, 1979. Легкие металлические конструкции одноэтажных производственных зданий. - Справ. пособие под. ред... - М.: Стро-издат,. — 200.