

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
МИКОЛАЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

Навчально-науковий інститут економіки та управління
Факультет менеджменту

Кафедра економічної кібернетики і математичного моделювання

Економіко-математичні моделі аналізу і аудиту

Методичні рекомендації та завдання
для практичних занять і самостійної роботи здобувачів вищої
освіти освітнього ступеня «бакалавр»
спеціальності 071 «Облік і оподаткування»
денної форми навчання

Миколаїв
2020

Друкується за рішенням науково-методичної комісії факультету менеджменту Миколаївського національного аграрного університету від 10 червня 2020 року, протокол № 11.

Укладачі:

- О. В. Шибаніна – д-р екон. наук, професор, професор кафедри економічної кібернетики і математичного моделювання, Миколаївський національний аграрний університет;
- В. П. Ключан – канд. екон. наук, доцент, завідувач кафедри економічної кібернетики і математичного моделювання, Миколаївський національний аграрний університет;
- І. В. Ключан – д-р екон. наук, доцент, доцент кафедри економічної кібернетики і математичного моделювання, Миколаївський національний аграрний університет;
- С. І. Тищенко – канд. пед. наук, доцент, доцент кафедри економічної кібернетики і математичного моделювання, Миколаївський національний аграрний університет;
- А. М. Могильницька – канд. фіз.-мат. наук, доцент кафедри економічної кібернетики і математичного моделювання, Миколаївський національний аграрний університет;
- В. О. Крайній – канд. екон. наук, доцент кафедри економічної кібернетики і математичного моделювання, Миколаївський національний аграрний університет;
- І. І. Хилько – старший викладач кафедри економічної кібернетики і математичного моделювання, Миколаївський національний аграрний університет.

Рецензенти:

- І. П. Атаманюк – д-р техн. наук, професор, професор кафедри вищої та прикладної математики, Миколаївський національний аграрний університет;
- А. В. Швед – канд. техн. наук, доцент кафедри інженерії програмного забезпечення, Чорноморський національний університет ім. Петра Могили.

ЗМІСТ

Мета, завдання курсу, вимоги до основних знань здобувачів вищої освіти.....	4
Змістовий модуль 1. Теоретичні основи застосування економіко-математичних моделей.....	5
Практична робота 1. Розв’язання економічних задач засобами оптимізації Excel	5
Практична робота 2. Побудова економіко-математичних моделей виробництва та їх розв’язання засобами оптимізації Excel.....	22
Практична робота 3. Модель міжгалузевого балансу	40
Змістовий модуль 2. Прикладні економіко-математичні моделі аналізу і аудиту.....	58
Практична робота 4. Економіко-математична модель оптимізації раціону годівлі тварин	58
Практична робота 5. Економіко-математична модель оптимізації структури посівних площ	69
Розрахунково-графічна робота. Моделювання оптимальної структури посівних площ.....	82
Питання для поточного та підсумкового контролю знань здобувачів вищої освіти.....	86
Список літературних джерел.....	88

Мета, завдання курсу, вимоги до основних знань здобувачів вищої освіти

Мета дисципліни «Економіко-математичні моделі аналізу і аудиту» – формування теоретичних знань та практичних навичок і вмінь побудови адекватних економіко-математичних моделей та їх використання для прийняття раціональних та ефективних рішень в аналізі і аудиті.

Завдання дисципліни – набуття здобувачами вищої освіти знань з методології побудови та використання економіко-математичних моделей аналізу та аудиту, формування практичних вмінь та навиків:

- дослідження кількісних взаємозв'язків та закономірностей розвитку економічних процесів в аналізі та аудиті;
- дослідження точності та адекватності моделей аналізу і аудиту;
- практичної роботи з моделями аналізу і аудиту;
- застосування відповідного інформаційного та програмного забезпечення для реалізації практичних завдань на персональних комп'ютерах;
- застосування математичного апарату для обґрунтування управлінських рішень у економічній сфері.

Предмет дисципліни – математичні властивості та закономірності побудови економіко-математичних моделей аналізу і аудиту.

Об'єкт дисципліни – закономірності побудови та дослідження економіко-математичних моделей аналізу і аудиту.

У результаті вивчення навчальної дисципліни здобувач вищої освіти повинен

знати: визначення основних економіко-математичних понять моделювання; методологію побудови та використання економіко-математичних моделей аналізу і аудиту;

вміти: проводити логіко-математичний аналіз та узагальнення наукової інформації; застосовувати математичну теорію та методи для дослідження реальних економічних процесів, побудови економіко-математичних моделей та прийняття оптимальних управлінських рішень.

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 1

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЗАСТОСУВАННЯ ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ

Практична робота № 1

«Розв’язання економічних задач засобами оптимізації Excel»

Мета роботи. Засвоїти методи розв’язання економічних задач засобами оптимізації Excel.

Порядок виконання роботи. Завдання вибирати згідно свого варіанту N – порядкового номеру здобувача вищої освіти у групі.

Задача 1. Розв’язання рівнянь

Економіко-математична модель деякого економічного процесу представлена нелінійним рівнянням $f(x)=0$ (табл. 1). Знайти корінь цього рівняння за допомогою надбудови «ПОДБОР ПАРЕМЕТРА» та надбудови «ПОИСК РЕШЕНИЙ».

Таблиця 1

№ варіанта	Рівняння	№ варіанта	Рівняння
1	$3^x + 2x - 4 = 0$	16	$x^2 \cos 2x = -1$
2	$\arctg x - 1 / (3x^3) = 0$	17	$x \lg(x+1) = 1$
3	$\sin(x + \pi / 3) - 0,5x = 0$	18	$\cos(x + 0,5) = x^3$
4	$3^{x-1} - 2 - x = 0$	19	$\lg^3 x = x + 1$
5	$2e^x = 5x + 2$	20	$0,5^x - 3 = -(x+1)^2$
6	$e^{-2x} - 2x + 1 = 0$	21	$2 \lg x - x/2 + 1 = 0$
7	$5^x - 6x - 3 = 0$	22	$5 \sin x = x - 0,5$
8	$\arctg(x-1) + 2x = 0$	23	$x^2 - 2 + 0,5^x = 0$
9	$(x-3)^2 \log_{0,5}(x-2) = -1$	24	$e^{-2x} - 2x + 10 = 0$
10	$2 \operatorname{arccctg} x - x + 3 = 0$	25	$x^2 - 20 \sin(x+2) + 1 = 0$
11	$e^x + x + 1 = 0$	26	$\operatorname{ctg} 1,05x - x^2 - 1 = 0$

12	$2x - \lg x - 7 = 0$	27	$2\sin(x - 0,6) = 1,5 - x$
13	$x + \lg(1+x) = 1,5$	28	$3x + \cos x + 1 = 0$
14	$2 - x = \ln x$	29	$2,2x - 2^x = 0$
15	$4 - x = -\ln(x+1)$	30	$\frac{1}{e^{x+2}} - 3x = 0$

Примітка

При виконанні роботи необхідно врахувати, що $\operatorname{ctgx} = \frac{1}{\operatorname{tgx}}$, $\arccos x = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arcsin} x$, $\operatorname{arcctgx} = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctgx}$.

Задача 2. Розв'язання системи рівнянь

Економіко-математична модель деякого економічного процесу представлена системою рівнянь $AX=B$ (табл. 2). Розв'язати систему за допомогою надбудови «ПОИСК РЕШЕНИЙ».

Таблиця 2

Номер варіанта	Матриця системи А				Стовпчик В
1	-0,77	-0,44	0,21	-0,18	-1,24
	0,45	1,23	0,06	0,00	0,88
	0,26	0,34	-1,11	0,00	-0,62
	0,05	-0,26	0,34	-1,12	1,17
2	-0,79	0,12	-0,34	-0,16	0,64
	0,34	-1,08	0,17	-0,18	-1,42
	0,16	0,34	-1,15	-0,31	0,42
	0,12	-0,26	-0,08	-0,75	-0,83
3	-0,68	-0,18	0,02	0,21	-1,83
	0,16	-0,88	-0,14	0,27	0,65
	0,37	0,27	-1,02	-0,24	-2,23
	0,12	0,21	-0,18	-0,75	1,13
4	-0,58	-0,52	0,03	0,00	-0,44
	0,31	-1,26	-0,36	0,00	-1,42
	0,12	0,08	-1,14	-0,24	0,83
	0,15	-0,35	-0,18	-1,00	1,42

5	-0,82	-0,34	-0,12	0,15	1,33
	0,11	-0,77	-0,45	0,32	-0,84
	0,05	-0,12	-0,86	-0,18	1,16
	0,12	0,08	0,06	-1,00	-0,57
6	-0,87	0,23	-0,44	-0,05	-2,13
	0,24	-1,00	-0,31	0,15	0,18
	0,06	0,15	-1,00	-0,23	-1,44
	0,72	-0,08	-0,05	-1,00	-2,42
7	-0,83	0,31	-0,18	0,22	1,71
	-0,21	-1,00	0,33	0,22	-0,62
	0,32	-0,18	-0,95	-0,19	0,89
	0,12	0,28	-0,14	-1,00	-0,94
8	-0,87	0,27	-0,22	-0,18	-1,21
	-0,21	-1,00	-0,45	0,18	0,33
	0,12	0,13	-1,33	0,18	0,48
	0,33	-0,05	0,06	-1,28	0,17
9	-0,81	-0,07	0,38	-0,21	0,81
	-0,22	-0,92	0,11	0,33	0,64
	0,51	-0,07	-0,91	-0,11	-1,71
	0,33	-0,41	0,00	-1,00	1,21
10	-1,00	0,22	-0,11	0,34	-2,7
	0,38	-1,00	-0,12	0,22	1,5
	0,11	0,23	-1,00	0,51	-1,2
	0,17	-0,21	0,31	-1,00	0,17
11	-0,93	-0,08	0,11	-0,18	0,51
	0,18	-0,48	0,00	0,21	-1,17
	0,13	0,31	-1,00	-0,21	1,02
	0,08	0,00	-0,33	-0,72	0,28
12	-0,95	-0,06	-0,12	0,14	2,17
	0,04	-1,12	0,68	0,11	-1,40
	0,34	0,08	-1,06	0,44	2,10
	0,11	0,12	0,00	-1,03	0,80
13	-0,92	-0,03	0,00	-0,04	1,20
	0,51	-1,00	0,27	-0,08	-0,81
	0,33	0,00	-1,37	0,21	0,92
	0,11	0,00	0,03	-0,42	-0,17

14	-0,88	-0,23	0,25	-0,16	-1,24
	0,14	-0,66	-0,18	0,24	0,89
	0,33	0,03	-0,54	-0,32	-1,15
	0,12	-0,05	0,00	-0,85	0,57
15	-0,77	-0,14	0,06	-0,12	-1,21
	0,12	-1,00	0,32	-0,18	0,72
	0,08	-0,12	-0,77	0,32	0,58
	0,25	0,22	0,14	-1,00	-1,56
16	-0,86	0,23	0,18	0,17	1,42
	0,12	-1,14	0,08	0,09	0,83
	0,16	0,24	-1,00	-0,35	-1,21
	0,23	-0,08	0,55	-0,75	-0,65
17	-0,76	0,21	0,06	-0,34	-1,42
	0,05	-1,00	0,32	0,12	0,57
	0,35	-0,27	-1,00	-0,05	-0,68
	0,12	-0,43	0,34	-1,21	2,14
18	0,83	0,27	-0,13	-0,11	1,42
	0,13	-1,12	0,09	-0,06	-0,48
	0,11	0,05	-1,02	0,12	2,34
	0,13	0,18	0,24	-0,57	-0,72
19	0,93	0,17	-0,23	-0,14	2,12
	0,14	1,10	0,08	0,16	0,43
	0,21	0,03	-1,00	0,32	5,31
	0,33	-0,18	-0,14	0,88	4,75
20	1,02	0,27	0,17	0,11	-3,43
	0,13	-1,00	0,29	0,04	1,48
	0,11	0,05	-1,02	0,12	2,34
	0,13	0,18	0,24	-0,57	-0,72
21	-0,85	0,05	-0,08	0,14	0,48
	0,32	-1,43	0,12	0,11	-1,24
	0,17	0,06	-1,08	0,12	-1,15
	0,21	-0,16	0,36	-1,00	0,88
22	-1,00	0,28	-0,17	0,06	-0,21
	0,52	-1,00	0,12	0,17	1,17
	0,17	-0,18	-0,79	0,00	0,81
	0,11	0,22	0,03	-0,95	-0,72

23	-1,00	0,52	0,08	0,13	0,22
	0,07	-1,38	-0,05	0,41	-1,80
	0,04	0,42	-0,89	-0,07	1,3
	0,17	0,18	-0,13	-0,81	-0,33
24	-0,99	0,02	-0,62	0,08	1,3
	0,03	-0,72	0,33	-0,07	-1,10
	0,09	0,13	-0,58	0,28	1,70
	0,19	-0,23	0,08	-0,63	-1,50
25	-1,00	0,17	-0,33	0,18	1,20
	0,00	-0,82	0,43	-0,08	-0,33
	0,22	0,18	-0,79	0,07	-0,48
	0,08	0,07	0,71	-0,96	1,20
26	-0,97	-0,05	0,22	-0,33	-0,43
	0,22	-0,45	-0,88	0,07	1,80
	0,33	0,13	-1,08	-0,05	0,80
	0,08	0,17	0,29	-0,67	-1,70
27	-0,87	0,22	-0,33	0,07	-0,11
	0,00	-0,55	-0,23	0,07	0,33
	0,11	0,00	-1,08	0,78	-0,85
	0,08	0,09	0,33	-0,79	1,70
28	-0,68	-0,16	-0,08	0,15	-2,42
	0,16	-1,23	0,11	-0,21	-1,43
	0,05	-0,08	-1,00	0,34	0,16
	0,12	0,14	-0,18	-0,94	-1,62
29	-1,00	0,08	-0,23	0,32	-1,34
	0,16	-1,23	0,18	0,16	2,33
	0,15	0,12	-0,68	-0,18	-0,34
	0,25	0,21	-0,16	-0,97	-0,63
30	-0,94	0,18	0,33	0,16	-2,43
	0,32	-1,00	0,23	-0,35	1,12
	0,16	-0,08	-1,00	-0,12	-0,43
	0,09	0,22	-0,13	-1,00	-0,83

Задача 3. Моделі і методи аналізу ефективності інвестицій

Використовуючи фінансову функцію ЧПС редактору *Excel* побудувати фінансову модель та визначити ефективність інвестицій (табл. 3). За допомогою надбудови «ПОДБОР ПАРАМЕТРА» розрахувати річну облікову ставку за умови, що перший грошовий внесок припадає на початок першого періоду.

Таблица 3

№ варіанту	Розмір позики, тис. грн	Дохід, тис. грн			
		1-й рік	2-й рік	3-й рік	4-й рік
1	5	1	2	3	4
2	6	1	3	4	5
3	7	2	3	4	5
4	8	2	4	5	7
5	9	3	4	6	8
6	10	2	5	8	9
7	11	3	5	8	9
8	12	3	5	9	11
9	13	4	6	7	10
10	14	4	7	9	11
11	15	5	7	9	11
12	16	5	8	11	12
13	17	6	8	10	12
14	18	6	7	9	11
15	19	7	9	11	12
16	20	7	10	11	13
17	21	8	10	11	12
18	22	8	9	11	13
19	23	9	10	11	12
20	24	10	11	13	13
21	25	10	12	13	14
22	26	11	12	14	14
23	27	11	13	14	15
24	28	12	13	15	15
25	29	12	14	15	16
26	30	13	14	16	16
27	31	13	15	16	17
28	32	14	15	17	17
29	33	14	16	17	18
30	34	15	16	18	18

Методичні рекомендації до виконання роботи

Задача 1. Розв'язання рівнянь

Економіко-математична модель деякого економічного процесу представлена нелінійним рівнянням $f(x)=0$. Знайти корінь цього рівняння за допомогою надбудови «ПОДБОР ПАРЕМЕТРА» та надбудови «ПОИСК РЕШЕНИЙ».

ЗАДАЧА 1.1. Розв'язання рівняння за допомогою надбудови «ПОДБОР ПАРЕМЕТРА»

Економіко-математична модель деякого економічного процесу представлена нелінійним рівнянням $x^2 = -2x + 3$. Знайти корінь цього рівняння за допомогою надбудови «ПОДБОР ПАРЕМЕТРА».

Розв'язання

1. Задане рівняння зводимо до виду $f(x)=0$, тобто запишемо у вигляді $x^2 + 2x - 3 = 0$.

2. Нехай значення шуканого кореня рівняння буде знаходитися в клітинці D15. В іншу клітинку, наприклад D17, вводимо формулу лівої частини рівняння (рис. 1):

	A	B	C	D	E
13	1.1.	ПОДБОР ПАРЕМЕТРА			
14					
15	Корінь рівняння x =				
16					
17	Ліва частина рівняння				-3

Рис. 1. Початкові дані для розв'язання задачі

3. Відкриваємо діалогове вікно *Данные – Анализ «что если» – Подбор параметра* і вводимо необхідні дані (рис. 2):

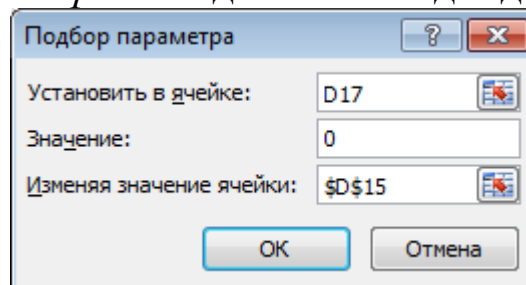


Рис. 2. Діалогове вікно «Подбор параметра»

4. Нажимаємо *OK* і отримуємо в клітинці D15 значення кореня рівняння $x = 0,999917$ (рис. 3):

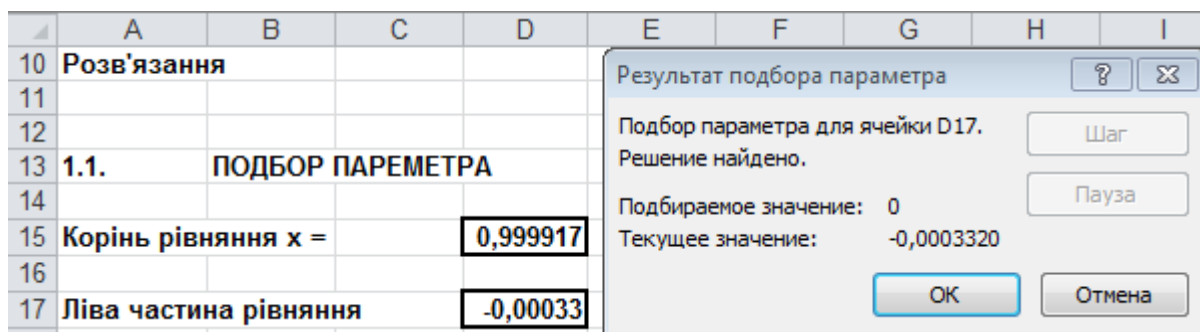


Рис. 3. Результати роботи команди «Подбор параметра»

5. Нажимаємо *OK* і закриваємо панель *Подбор параметра* (рис. 4):

	A	B	C	D
13	1.1.	ПОДБОР ПАРЕМЕТРА		
14				
15	Корінь рівняння x =			0,999917
16				
17	Ліва частина рівняння			-0,00033

Рис. 4. Знаходження кореня рівняння

6. Перевірка знайденого розв'язку виконується автоматично у клітинці D17. Оскільки рівняння має вигляд $f(x)=0$, то розв'язок буде правильний, якщо у цій клітинці число наближено дорівнює 0. Якщо у клітинці D17 була задана експоненціальна форма запису числа, то відповідно маємо (рис. 5):

	A	B	C	D
13	1.1.	ПОДБОР ПАРЕМЕТРА		
14				
15	Корінь рівняння x =			0,999917
16				
17	Ліва частина рівняння			-3,32E-04

Рис. 5. Знаходження кореня рівняння

Для переходу від експоненціальної форми запису числа (рис. 5) до числової форми (рис. 4) необхідно у відповідній клітинці D17 за допомогою правої клавіші мишки вибрати з контекстного меню *Формат ячеек – Числовой – OK*.

Відповідь: $x = 0,999917$.

ЗАДАЧА 1.2. Розв'язання рівняння за допомогою надбудови «ПОИСК РЕШЕНИЙ»

Економіко-математична модель деякого економічного процесу представлена нелінійним рівнянням $x^2 = -2x + 3$. Знайти корінь цього рівняння за допомогою надбудови «ПОИСК РЕШЕНИЙ».

Розв'язання

1. Задане рівняння зводимо до виду $f(x) = 0$, тобто запишемо у вигляді $x^2 + 2x - 3 = 0$.

2. Нехай значення шуканого кореня рівняння буде знаходитися в клітинці D22. В іншу клітинку, наприклад D24, вводимо формулу лівої частини рівняння (рис. 1):

D24		fx =D22^2+2*D22-3			
	A	B	C	D	E
20	1.2.	ПОИСК РЕШЕНИЙ			
21					
22	Корінь рівняння x =				
23					
24	Ліва частина рівняння				-3

Рис. 1. Початкові дані для розв'язання задачі

3. Відкриваємо діалогове вікно *Данные – Поиск решения* і вводимо дані (рис. 2):

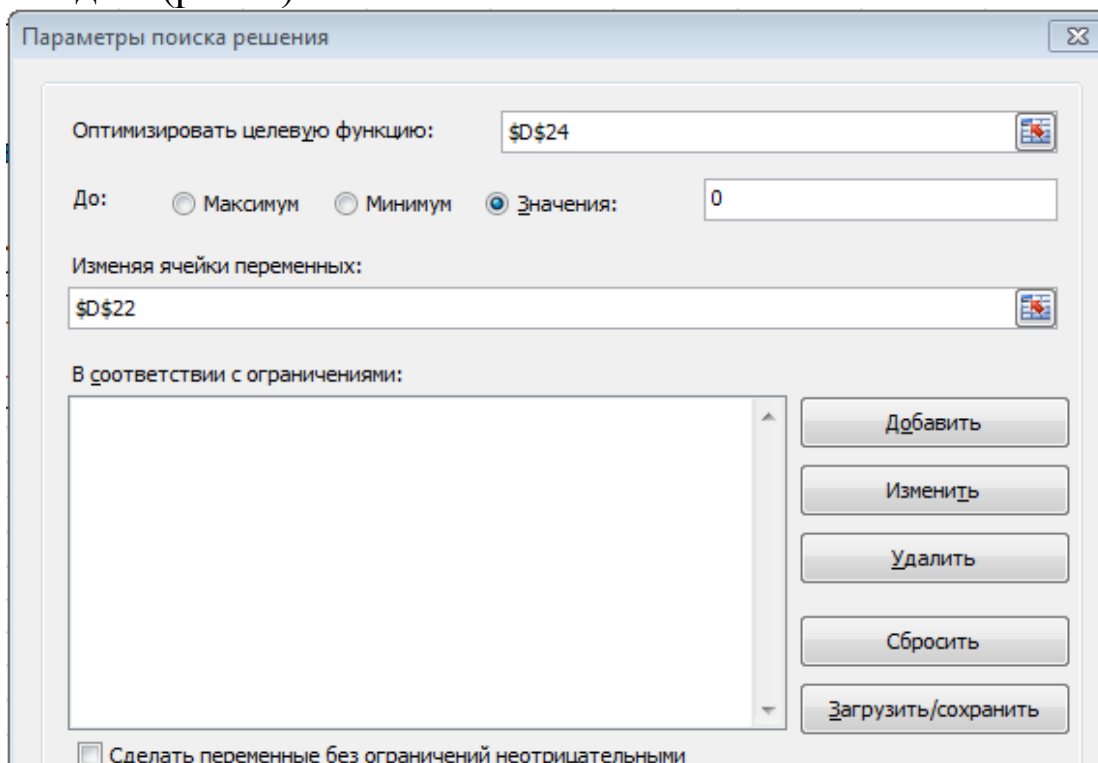


Рис. 2. Діалогове вікно «Поиск решения»

4. Нажимаємо *Найти решение* та отримуємо в клітинці D22 значення кореня рівняння $x = 1$ (рис. 3):

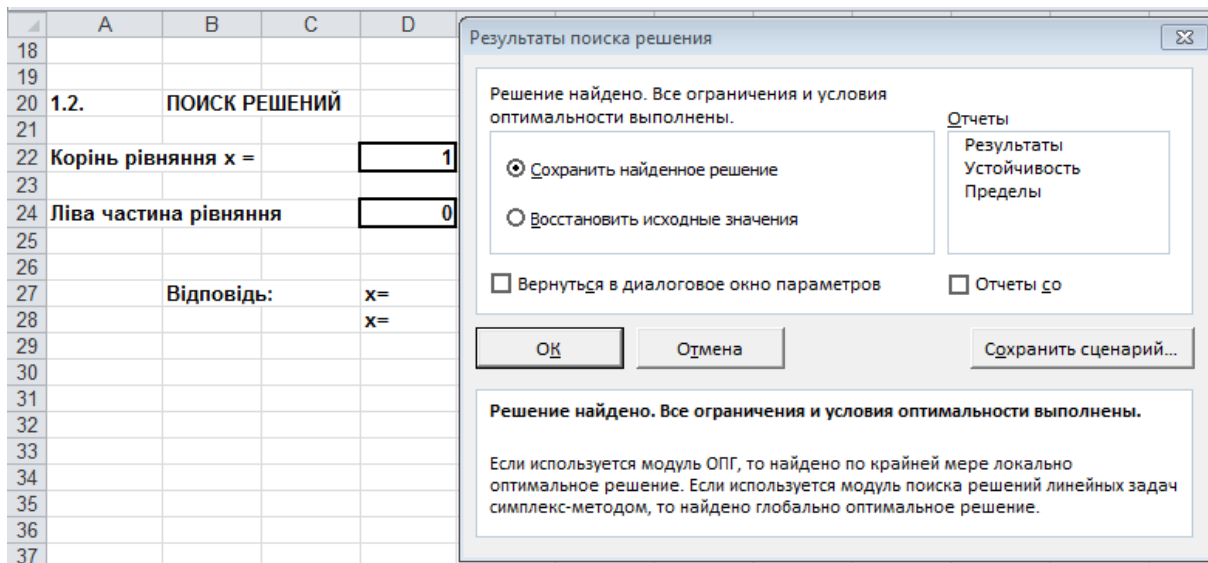


Рис. 3. Результати роботи команди «Поиск решения»

5. Нажимаємо *OK* і закриваємо панель *Поиск решения* (рис. 4):

	A	B	C	D
20	1.2.	ПОИСК РЕШЕНИЙ		
21				
22		Корень рівняння x =		1
23				
24		Ліва частина рівняння		0

Рис. 4. Знаходження кореня рівняння

6. Перевірка знайденого розв'язку виконується автоматично у клітинці D24. Оскільки рівняння має вигляд $f(x) = 0$, то розв'язок буде правильний, якщо у цій клітинці число наближено дорівнює 0. Якщо у клітинці D24 була задана експоненціальна форма запису числа, то відповідно маємо (рис. 6):

	A	B	C	D
20	1.2.	ПОИСК РЕШЕНИЙ		
21				
22		Корень рівняння x =		1
23				
24		Ліва частина рівняння		0,00E+00

Рис. 5. Знаходження кореня рівняння

Для переходу від експоненціальної форми запису числа (рис. 5) до числової (рис. 4) необхідно у відповідній клітинці D24 за допомогою правої клавіші мишки вибрати з контекстного меню

Формат ячеек – Числовой – ОК.

Відповідь: $x = 1$.

Приклад оформлення завдання в Excel

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2	Задача 1. Розв'язання рівнянь								
3									
4	Економіко-математична модель деякого економічного								
5	процесу представлена нелінійним рівнянням $f(x)=0$. Знайти								
6	корінь цього рівняння за допомогою надбудови «ПОДБОР								
7	ПАРЕМЕТРА» та надбудови «ПОИСК РЕШЕНИЙ».								
8									
9									
10	Розв'язання							Варіант № 0	
11									
12									
13	1.1.	ПОДБОР ПАРЕМЕТРА							
14									
15	Корінь рівняння $x =$			0,999917					
16									
17	Ліва частина рівняння			-0,00033					
18									
19									
20	1.2.	ПОИСК РЕШЕНИЙ							
21									
22	Корінь рівняння $x =$			1					
23									
24	Ліва частина рівняння			0,00E+00					
25									
26									
27		Відповідь:	$x=$	0,999917				ПОДБОР ПАРЕМЕТРА	
28			$x=$	1				ПОИСК РЕШЕНИЙ	

Рис. 6. Приклад оформлення завдання в Excel

Задача 2. Розв'язання системи рівнянь

Економіко-математична модель деякого економічного процесу представлена системою рівнянь:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 9 \end{cases}$$

Розв'язати систему за допомогою надбудови «ПОИСК РЕШЕНИЙ».

Розв'язання

1. Нехай значення невідомих x_1, x_2, x_3 будуть знаходитися в клітинках B16:D16, матриця коефіцієнтів системи рівнянь у клітинках B19:D21, стовпчик вільних членів у клітинках H19:H21.

Використовуючи функцію «СУММПРОИЗВ» занесемо формули по розрахунку лівих частин рівнянь у клітинки F19:F21. Заповнимо відповідні дані (рис. 1):

F21		fx =СУММПРОИЗВ(\$B\$16:\$D\$16;B21:D21)						
	A	B	C	D	E	F	G	H
15	Змінні	X1	X2	X3				
16	Значення							
17								
18	Рівняння	Матриця коефіцієнтів системи				Ліва частина	Знак	Права частина
19	1	2	1	1		=СУММПРОИЗВ(\$B\$16:\$D\$16;B19:D19)	=	7
20	2	1	2	1		=СУММПРОИЗВ(\$B\$16:\$D\$16;B20:D20)	=	8
21	3	1	1	2		=СУММПРОИЗВ(\$B\$16:\$D\$16;B21:D21)	=	9

Рис. 1. Вихідні дані та розрахункові формули

2. Отримаємо наступну розрахункову таблицю (рис. 2):

	A	B	C	D	E	F	G	H
15	Змінні	X1	X2	X3				
16	Значення							
17								
18	Рівняння	Матриця коефіцієнтів системи				Ліва частина	Знак	Права частина
19	1	2	1	1		0	=	7
20	2	1	2	1		0	=	8
21	3	1	1	2		0	=	9

Рис. 2. Розрахункова таблиця для розв'язання системи рівнянь

3. Виберемо цільову клітинку F21 (ліва частина останнього рівняння). Відкриємо діалогове вікно *Данные – Поиск решения* та введемо відповідні дані: значення правої частини останнього рівняння 9, клітинки B16:D16 в яких буде міститися розв’язок системи рівнянь, відповідні обмеження для рівнянь системи крім останнього. Оскільки змінні приймають довільні значення, то обов’язково вказуємо це

(Сделать переменные без ограничений неотрицательными) (рис. 3):

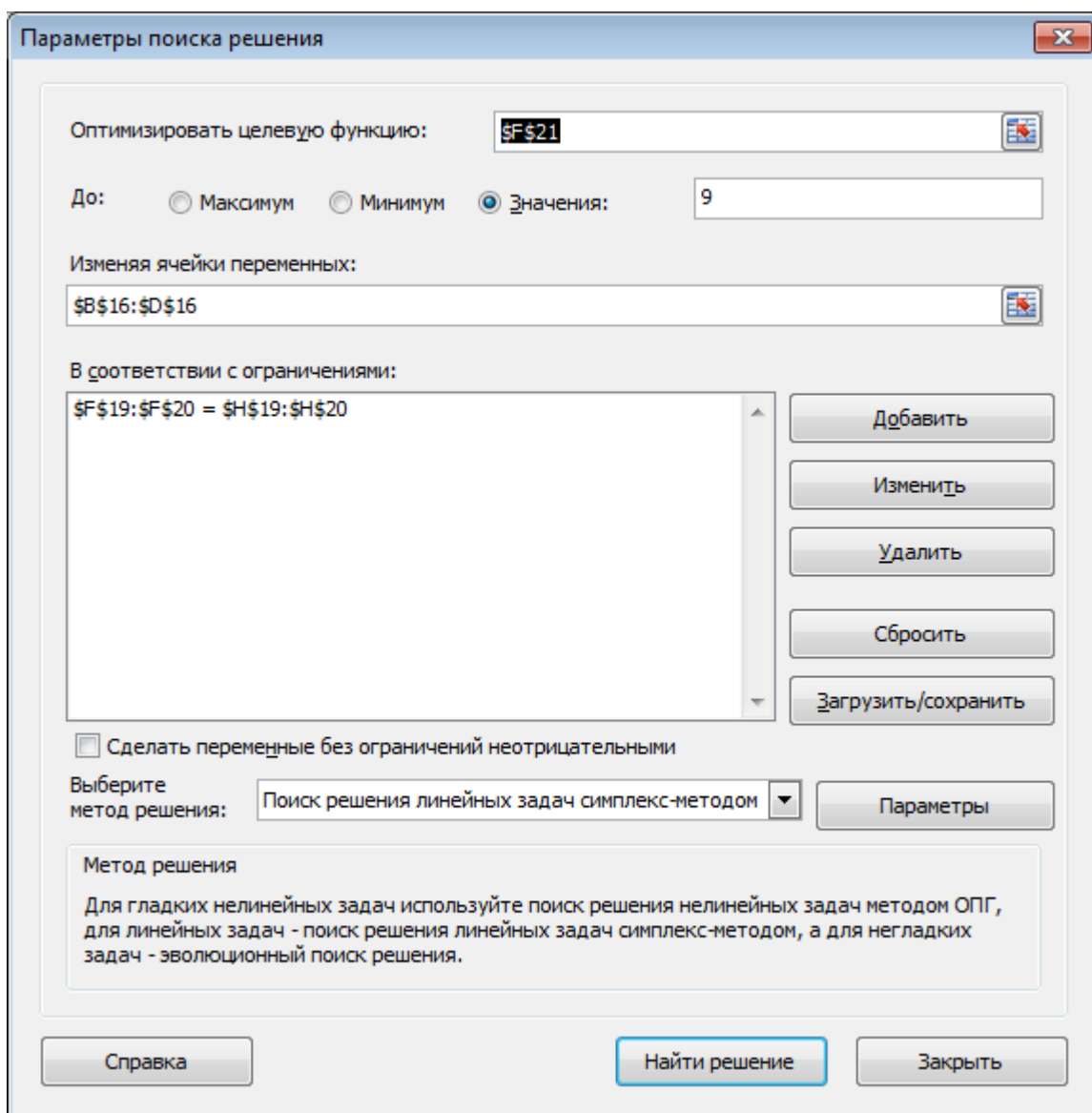


Рис. 3. Діалогове вікно «Поиск решения»

4. Нажимаємо *Найти решение* та отримуємо в клітинках B16:D16 розв’язки системи рівнянь $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3$ (рис. 4):

	A	B	C	D	E	F	G	H
15	Змінні	X1	X2	X3				
16	Значення	1	2	3				
17								
18	Рівняння	Матриця коефіцієнтів системи				Ліва частина	Знак	Права частина
19	1	2	1	1		7	=	7
20	2	1	2	1		8	=	8
21	3	1	1	2		9	=	9
22	<div style="border: 1px solid gray; padding: 5px;"> <p>Результаты поиска решения</p> <p>Решение найдено. Все ограничения и условия оптимальности выполнены.</p> <p><input checked="" type="radio"/> Сохранить найденное решение</p> <p><input type="radio"/> Восстановить исходные значения</p> <p>Отчеты</p> <ul style="list-style-type: none"> Результаты Устойчивость Пределы </div>							
23								
24								
25								
26								
27								
28								
29								

Рис. 4. Розв'язок системи рівнянь

Оскільки значення лівої та правої частин кожного із рівнянь системи співпадають, то знайдений розв'язок правильний.

Відповідь: $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3$.

Приклад оформлення завдання в Excel

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Задача 2. Розв'язання системи рівнянь									
2	Економіко-математична модель деякого економічного процесу									
3	представлена системою рівнянь $AX=B$ (табл. 2). Розв'язати систему за									
4	допомогою надбудови «ПОИСК РЕШЕНИЙ».									
5										
6										
7	Розв'язання							Варіант № 0		
8										
9										
10										
11										
12										
13										
14										
15	Змінні	X1	X2	X3						
16	Значення	1	2	3						
17										
18	Рівняння	Матриця коефіцієнтів системи				Ліва частина	Знак	Права частина		
19	1	2	1	1		7	=	7		
20	2	1	2	1		8	=	8		
21	3	1	1	2		9	=	9		
22										
23		Відповідь:	x1=	1						
24			x2=	2						
25			x3=	3						

Рис. 5. Приклад оформлення завдання в Excel

Задача 3. Моделі і методи аналізу ефективності інвестицій

Теоретичні відомості

У фінансовому аналізі для визначення ефективності інвестицій розраховують чистий поточний об'єм внеску, що обчислюється на основі ряду послідовних надходжень готівки і норми амортизації.

Чистий поточний об'єм внеску – це сьогоднішній об'єм майбутніх платежів (негативні значення) і надходжень (позитивні значення). Наприклад, нам пропонують наступну операцію. У нас беруть у борг деяку суму грошей і пропонують через k_1 років повернути суму, рівну P_{k_1} , через k_2 років – P_{k_2} і так далі і, нарешті, через k_n років – P_{k_n} .

Окрім даної операції, у нас є альтернативний спосіб використання ваших грошей, наприклад, покласти їх в банк під i відсотків річних. Тоді чистим поточним об'ємом внеску є та сума грошей, яку ми хочемо мати в початковий рік, щоб поклавши їх в банк під i відсотків річних, ми отримали запропонований прибуток. В цьому випадку чистий поточний об'єм внеску

визначається як
$$V = \sum_{j=1}^n \frac{P_{k_j}}{(1+i)^{K_j}}$$

Задача

Нехай нас просять дати у борг 10000 грн і обіцяють повернути через рік 2000 грн, через два роки – 4000 грн, через 3 роки – 7000 грн. Визначити, при якій річній процентній ставці ця операція є вигідною.

Розв'язання

Для розв'язання завдання побудуємо в *Excel* фінансову модель за допомогою фінансової функції ЧПС.

Функція ЧПС (ставка; значення 1; значення 2; ...) повертає величину чистої приведеної вартості інвестицій, де ставка – процентна ставка за період; значення 1; значення 2; ... – доходи і витрати. Значення 1; значення 2; ... мають бути рівномірно розподілені в часі, а виплати мають здійснюватися в кінці кожного періоду.

1. Заповнюємо вихідні дані задачі.

В клітинці В19 встановлюємо «Формат ячеек» – «Процентный» і вводимо довільний відсоток, наприклад 5%.

	A	B	C
14	Розмір позики	10000	
15	1 рік	2000	
16	2 рік	4000	
17	3 рік	7000	
18	Строк	3	=ЕСЛИ(В18=1;"рік";ЕСЛИ(И(В18>=2;В18<=4);"роки";"років"))
19	Річна облікова ставка	0,05	
20	Чистий поточний об'єм вкладу	=ЧПС(В19;В15:В17)	

Рис. 1. Початкові дані для розв'язання задачі

2. Після цього вибираємо команду «ПОДБОР ПАРАМЕТРОВ» і заповнюємо відповідне діалогове вікно:

	A	B	C	D	E	F	G
14	Розмір позики	10000					
15	1 рік	2000					
16	2 рік	4000					
17	3 рік	7000					
18	Строк	3 роки					
19	Річна облікова ставка	5,00%					
20	Чистий поточний об'єм вкладу	11 579,74р.					

Подбор параметра

Установить в ячейке: B20

Значение: 10000

Изменяя значение ячейки: \$B\$19

OK Отмена

Рис. 2. Діалогове вікно «Подбор параметра»

3. Після натиснення кнопки *OK* визначимо при якій річній ставці чистий поточний об'єм внеску дорівнює 10000 грн. Результат обчислень виводиться в клітинку В19:

	A	B	C	D	E	F	G
14	Розмір позики	10000					
15	1 рік	2000					
16	2 рік	4000					
17	3 рік	7000					
18	Строк	3					
19	Річна облікова ставка	11,79%					
20	Чистий поточний об'єм вкладу	10 000,00р.					

Результат подбора параметра

Подбор параметра для ячейки B20.

Решение найдено.

Подбираемое значение: 10000

Текущее значение: 10 000,00р.

Шаг Пауза

OK Отмена

Рис. 3. Результати роботи команди «Подбор параметра»

Для нашої задачі річна облікова ставка становить 11,79%.

Отже, якщо банки пропонують річну процентну ставку більше 11,79%, то запропонована нам операція не вигідна.

Зауважимо, що у нашому прикладі вважається, що інвестиція, значення якої обчислює функція $ЧПС(...)$, починається за один період до дати грошового внеску 1-го значення і закінчується з останнім грошовим внеском у списку. Тобто, обчислення функції $ЧПС(...)$ базується на майбутніх грошових внесках.

Якщо ж перший грошовий внесок припадає на початок першого періоду, то перше значення внеску слід просто додати до результату функції $ЧПС(...)$, але не включати в перелік її аргументів.

Відповідь: 11,79%.

Приклад оформлення завдання в Excel

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Задача 3. Моделі і методи аналізу ефективності							
2	інвестицій							
3	Використовуючи фінансову функцію $ЧПС$ редактору <i>Excel</i>							
4	побудувати фінансову модель та визначити ефективність							
5	інвестицій (табл. 3). За допомогою надбудови «ПОДБОР							
6	ПАРАМЕТРА» розрахувати річну облікову ставку за умови, що							
7	перший грошовий внесок припадає на початок першого періоду.							
8								
9								
10								
11								
12	<i>Розв'язання</i>							
13								
14	Розмір позики	10000						
15	1 рік	2000						
16	2 рік	4000						
17	3 рік	7000						
18	Строк	3 роки						
19	Річна облікова ставка	11,79%						
20	Чистий поточний об'єм вкладу	10 000,00р.						
21								
22	Відповідь:	11,79%						

Рис. 4. Приклад оформлення завдання в Excel

Практична робота № 2
«Побудова економіко-математичних моделей
виробництва та їх розв’язання засобами оптимізації Excel»

Мета роботи. Засвоїти методи побудови економіко-математичних моделей виробництва засобами оптимізації EXCEL.

Порядок виконання роботи. Завдання вибирати згідно свого варіанту N – порядкового номеру студента у групі, $A = \lfloor \sqrt{N} \rfloor$ – ціла частина \sqrt{N} .

Задача 1. Задача планування виробництва (використання ресурсів)

Побудувати економіко-математичну модель задачі та використовуючи надбудову «ПОИСК РЕШЕНИЙ», визначити максимальний прибуток цеху від реалізації продукції P_1, P_2, P_3 . Ресурси (листи металу, пластмаса, деревина, гроші), норми витрат і прибуток від одиниці продукції задано в таблиці 1.

Таблиця 1

№ п/п	Показники	Норми витрат на одиницю продукції			Запаси ресурсів
		P_1	P_2	P_3	
1.	Листи металу, куб. м	$0,08 - 0,003A$	$0,08A$	$0,03A$	$4N$
2.	Пластмаса, кг	$0,9 - 0,03A$	$0,8 - 0,02A$	$0,7 - 0,01A$	$7N$
3.	Деревина, куб. м	$0,05$	$0,08$	$0,06$	$2,5N$
4.	Гроші, грн	$0,42 + 0,01A$	$0,2 + 0,01A$	$0,4 + 0,01A$	$8N$
	Кількість продукції, шт.	X_1	X_2	X_3	
	Прибуток, грн/шт.	$1,2A$	$1,4A$	$1,6A$	

Задача 2. Задача структурної оптимізації (складання раціону)

Побудувати економіко-математичну модель задачі та використовуючи надбудову «ПОИСК РЕШЕНИЙ», розрахувати, скільки сім'ї потрібно для споживання продуктів P_1 та P_2 , якщо відомо щодо кожного з продуктів: скільки в одному кілограмі міститься білка, вітаміну A , вітаміну B , вітаміну C та вартість одного кілограму продуктів (табл. 2).

Отримати мінімальну загальну вагу та кількість продуктів P_1 та P_2 у суміші, при умові, що у сукупності всі продукти повинні містити не менше заданої потрібної кількості компонентів (білка, вітаміну A , вітаміну B , вітаміну C).

Таблиця 2

Поживні речовини, у.о.	Види продуктів		Щоденна потреба, у.о.
	P_1	P_2	
Білок	$16 + A$	$1 - 0,1A$	$10N$
A	0,09	12	$4N$
B	$4 + 0,1A$	A	N
C	–	$7 + 0,1A$	N
Кількість продуктів, кг	X_1	X_2	
Вартість 1 кг продукту, грн/кг	$2,5N$	$1,6N$	

Задача 3. Транспортна задача

Побудувати економіко-математичну модель транспортної задачі (табл. 3) та використовуючи надбудову «ПОИСК РЕШЕНИЙ», визначити її оптимальний план.

Таблиця 3

Постачальники	Споживачі			
	$B_1 = 4N$	$B_2 = 9N$	$B_3 = 7N$	$B_4 = 10N$
$A_1 = 2N$	$7 + A$	3	2	4
$A_2 = 15N$	4	$3 + A$	5	2
$A_3 = 10N$	1	5	$6 + A$	3
$A_4 = 3N$	3	6	8	$5 + A$

Методичні рекомендації до виконання роботи

Задача 1. Задача планування виробництва (використання ресурсів)

Побудувати економіко-математичну модель задачі та використовуючи надбудову «ПОИСК РЕШЕНИЙ», визначити максимальний прибуток від реалізації продукції P_1, P_2, P_3 . Ресурси (листи металу, пластмаса, деревина, гроші), норми витрат і прибуток від одиниці продукції задано в таблиці 1.

Таблиця 1

№ п/п	Показники	Норми витрат на одиницю продукції			Запаси ресурсів
		P_1	P_2	P_3	
1.	Листи металу, куб. м	0,038	1,12	0,42	800
2.	Пластмаса, кг	0,48	0,52	0,56	1400
3.	Деревина, куб. м	0,05	0,08	0,06	500
4.	Гроші, грн	0,56	0,34	0,54	1600
	Кількість продукції, шт.	X_1	X_2	X_3	
	Прибуток, грн/шт.	16,8	19,6	22,4	

Розв'язання

1. Побудуємо економіко-математичну модель виробництва.

Нехай x_1 – кількість продукції виду P_1 , x_2 – кількість продукції виду P_2 , x_3 – кількість продукції виду P_3 , тоді загальний прибуток від реалізації всієї продукції P_1, P_2 і P_3 буде дорівнювати $Z = 16,8x_1 + 19,6x_2 + 22,4x_3$.

За умовою задачі необхідно отримати максимальний прибуток від реалізації продукції P_1, P_2, P_3 , тому цільова функція матиме вигляд $Z = 16,8x_1 + 19,6x_2 + 22,4x_3 \rightarrow \max$.

Виразимо математично умови, що обмежують використання ресурсів. Виходячи з нормативів використання кожного з ресурсів на одиницю продукції, запишемо сумарні витрати ресурсів 1 виду: $0,038x_1 + 1,12x_2 + 0,42x_3$. За умовою задачі ця величина не може перевищувати загальний запас даного ресурсу, тобто 800. Ця вимога описується такою нерівністю:

$$0,038x_1 + 1,12x_2 + 0,42x_3 \leq 800.$$

Аналогічно запишемо умови щодо використання інших видів ресурсів:

$$0,48x_1 + 0,52x_2 + 0,56x_3 \leq 1400,$$

$$0,05x_1 + 0,08x_2 + 0,06x_3 \leq 500,$$

$$0,56x_1 + 0,34x_2 + 0,54x_3 \leq 1600.$$

Оскільки кількість виготовленої продукції задана поштучно, то маємо задачу цілочислового програмування, тому x_1, x_2, x_3 – цілі. Крім цього за умовою задачі вони повинні бути невід’ємними, тобто $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$.

Отже, економіко-математична модель задачі має вигляд:

$$Z = 16,8x_1 + 19,6x_2 + 22,4x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 0,038x_1 + 1,12x_2 + 0,42x_3 \leq 800, \\ 0,48x_1 + 0,52x_2 + 0,56x_3 \leq 1400, \\ 0,05x_1 + 0,08x_2 + 0,06x_3 \leq 500, \\ 0,56x_1 + 0,34x_2 + 0,54x_3 \leq 1600, \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0,$$

$$x_1, x_2, x_3 \text{ – цілі.}$$

2. Використовуючи надбудову «ПОИСК РЕШЕНИЙ» визначимо оптимальний план побудованої задачі та максимальний прибуток від реалізації всієї продукції.

Вводимо вихідні дані задачі, формули лівої частини кожного обмеження та формулу цільової функції (рис. 1):

F29		fx		=СУММПРОИЗВ(C21:E21;C29:E29)				
A	B	C	D	E	F	G	H	
19		Виріб P1	Виріб P2	Виріб P3				
20	Змінні	x1	x2	x3				
21	Розв'язок							
22		Формули обмежень						
23	Обмеження	Матриця коефіцієнтів системи обмежень			Ліва частина	Знак	Права частина	
24	1 ресурс	0,038	1,12	0,42	=СУММПРОИЗВ(SCS21:SES21;C24:E24)	<=	800	
25	2 ресурс	0,48	0,52	0,56	=СУММПРОИЗВ(SCS21:SES21;C25:E25)	<=	1400	
26	3 ресурс	0,05	0,08	0,06	=СУММПРОИЗВ(SCS21:SES21;C26:E26)	<=	500	
27	4 ресурс	0,56	0,34	0,54	=СУММПРОИЗВ(SCS21:SES21;C27:E27)	<=	1600	
28		ЦФ				Напрямок		
29	Цільова функція	16,8	19,6	22,4	=СУММПРОИЗВ(C21:E21;C29:E29)	max		

Рис. 1. Початкові дані для розв'язання задачі

3. Відкриваємо діалогове вікно *Данные – Поиск решения* і вводим необхідні дані, обмеження та параметри розрахунку (рис. 2):

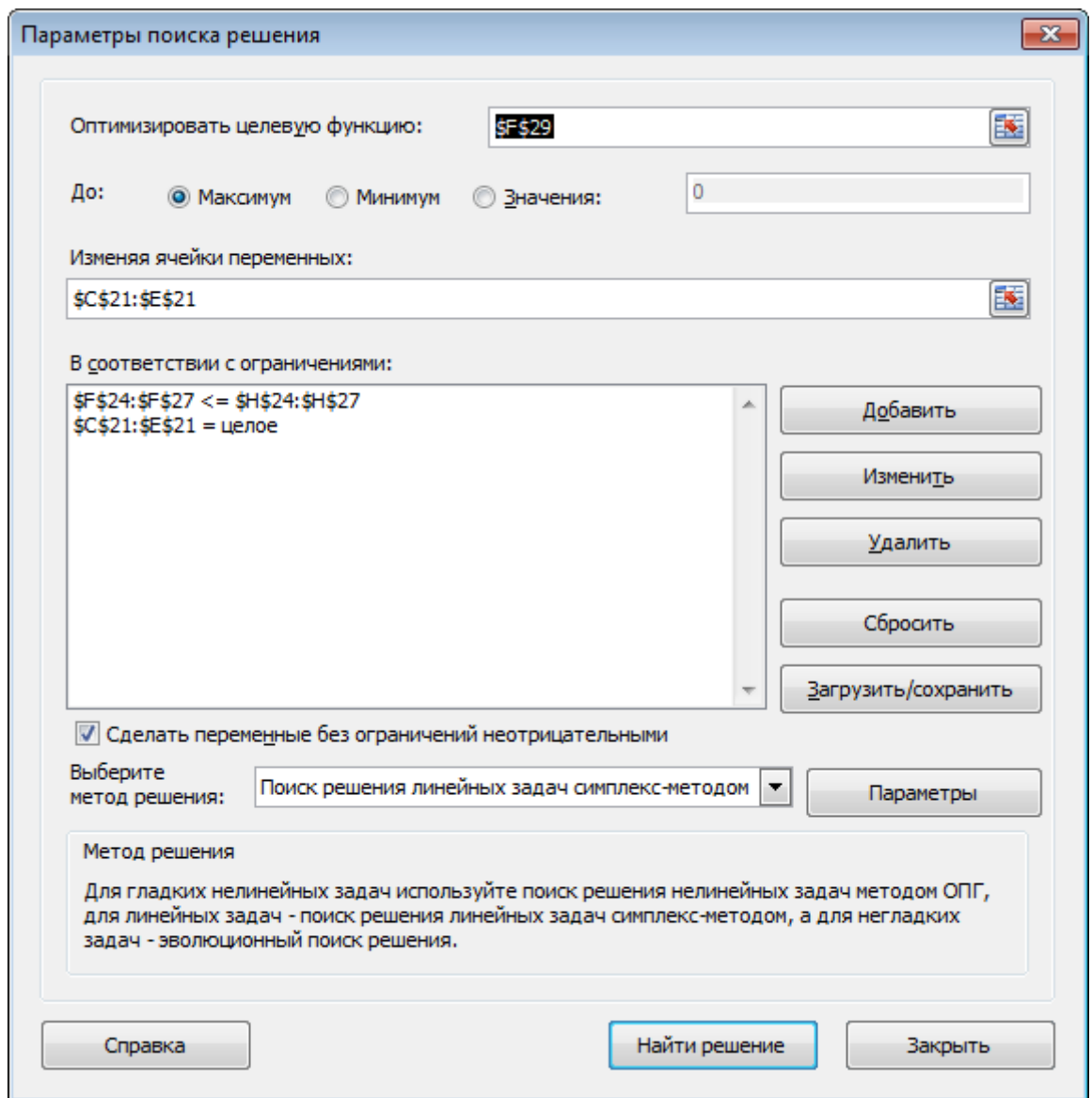


Рис. 2. Діалогове вікно «Поиск решения»

3. Нажимаємо *Найти решение* і отримуємо в клітинках C21:E21 значення оптимального розв'язку, а в клітинці F29 оптимальне значення цільової функції (рис. 3):

	A	B	C	D	E	F	G	H
19			Виріб P1	Виріб P2	Виріб P3			
20		Змінні	x1	x2	x3			
21		Розв'язок	776	0	1835			
22						Формули обмежень		
23		Обмеження	Матриця коефіцієнтів системи обмежень			Ліва частина	Знак	Права частина
24		1 ресурс	0,038	1,12	0,42	800	<=	800
25		2 ресурс	0,48	0,52	0,56	1400	<=	1400
26		3 ресурс	0,05	0,08	0,06	148,89086	<=	500
27		4 ресурс	0,56	0,34	0,54	1425,4215	<=	1600
28						ЦФ	Напрямок	
29		Цільова функція	16,8	19,6	22,4	54136,646	max	
30								
31		Відповідь						

Результаты поиска решения

Решение найдено. Все ограничения и условия оптимальности выполнены.

Сохранить найденное решение
 Восстановить исходные значения

Вернуться в диалоговое окно параметров

Отчеты
 Результаты
 Устойчивость
 Пределы
 Отчеты со

ОК Отмена Сохранить сценарий...

Решение найдено. Все ограничения и условия оптимальности выполнены.

Если используется модуль ОПГ, то найдено по крайней мере локально оптимальное решение. Если используется модуль поиска решений линейных задач симплекс-методом, то найдено глобально оптимальное решение.

Рис. 3. Результати роботи надбудови «Поиск решения»

Відповідь. Для отримання максимального прибутку 54135,20 грн підприємству необхідно виготовляти продукції P_1 –776 одиниць, продукції P_3 –1835 одиниць, а продукцію P_2 виготовляти не вигідно.

Приклад оформлення завдання в Excel

№	А	В	С	D	E	F	G	H	I	J	K	L																																													
1	Задача 1. Задача планування виробництва (використання ресурсів)																																																								
2	Побудувати економіко-математичну модель задачі та використовуючи надбудову																																																								
3	«ПОИСК РЕШЕНИЙ», визначити максимальний прибуток цеху від реалізації продукції																																																								
4	P_1, P_2, P_3 . Ресурси (листи металу, пластмаса, деревина, гроші), норми витрат і прибуток																																																								
5	від одиниці продукції задано в таблиці 1.																																																								
6	Таблиця 1																																																								
7	Економіко-математична модель задачі має вигляд:																																																								
8	$Z = 16,8x_1 + 19,6x_2 + 22,4x_3 \rightarrow \max$																																																								
9	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th rowspan="2">№ п/п</th> <th rowspan="2">Показники</th> <th colspan="3">Норма витрат на одиницю продукції</th> <th rowspan="2">Запаси ресурсів</th> </tr> <tr> <th>P1</th> <th>P2</th> <th>P3</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>Листи металу, куб.м</td> <td>0,038</td> <td>1,12</td> <td>0,42</td> <td>800</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>Пластмаса, кг</td> <td>0,48</td> <td>0,52</td> <td>0,56</td> <td>1400</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>Деревина, куб.м</td> <td>0,05</td> <td>0,08</td> <td>0,06</td> <td>500</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>Гроші, грн</td> <td>0,56</td> <td>0,34</td> <td>0,54</td> <td>1600</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>Кількість продукції, шт.</td> <td>X1</td> <td>X2</td> <td>X3</td> <td></td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>Прибуток, грн/шт.</td> <td>16,8</td> <td>19,6</td> <td>22,4</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>												№ п/п	Показники	Норма витрат на одиницю продукції			Запаси ресурсів	P1	P2	P3	1	Листи металу, куб.м	0,038	1,12	0,42	800	2	Пластмаса, кг	0,48	0,52	0,56	1400	3	Деревина, куб.м	0,05	0,08	0,06	500	4	Гроші, грн	0,56	0,34	0,54	1600	5	Кількість продукції, шт.	X1	X2	X3		6	Прибуток, грн/шт.	16,8	19,6	22,4	
№ п/п	Показники	Норма витрат на одиницю продукції			Запаси ресурсів																																																				
		P1	P2	P3																																																					
1	Листи металу, куб.м	0,038	1,12	0,42	800																																																				
2	Пластмаса, кг	0,48	0,52	0,56	1400																																																				
3	Деревина, куб.м	0,05	0,08	0,06	500																																																				
4	Гроші, грн	0,56	0,34	0,54	1600																																																				
5	Кількість продукції, шт.	X1	X2	X3																																																					
6	Прибуток, грн/шт.	16,8	19,6	22,4																																																					
10	$\begin{cases} 0,038x_1 + 1,12x_2 + 0,42x_3 \leq 800, \\ 0,48x_1 + 0,52x_2 + 0,56x_3 \leq 1400, \\ 0,05x_1 + 0,08x_2 + 0,06x_3 \leq 500, \\ 0,56x_1 + 0,34x_2 + 0,54x_3 \leq 1600, \end{cases}$																																																								
11	$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0,$																																																								
12	x_1, x_2, x_3 – Цілі.																																																								
13	Розв'язок цілочислової задачі лінійного програмування.....																																																								
14		Виріб P1	Виріб P2	Виріб P3																																																					
15	Змінні	x1	x2	x3																																																					
16	Розв'язок	776	0	1835																																																					
17	Формули обмежень																																																								
18	Обмеження	Матриця коефіцієнтів системи обмежень			Ліва частина	Знак	Права частина																																																		
19	1 ресурс	0,038	1,12	0,42	800	<=	800																																																		
20	2 ресурс	0,48	0,52	0,56	1400	<=	1400																																																		
21	3 ресурс	0,05	0,08	0,06	148,89086	<=	500																																																		
22	4 ресурс	0,56	0,34	0,54	1425,4215	<=	1600																																																		
23	ЦФ Напрям																																																								
24	Цільова функція	16,8	19,6	22,4	54136,646	max																																																			
25	Відповідь	Для отримання максимального прибутку необхідно виготовляти продукцію:			P1 =		776 штук																																																		
26					P2 =		0 штук																																																		
27					P3 =		1835 штук																																																		

Рис. 4. Приклад оформлення завдання в Excel

Задача 2. Задача структурної оптимізації (складання раціону)

Побудувати економіко-математичну модель задачі та використовувати надбудову «ПОИСК РЕШЕНИЙ», розрахувати, скільки сім'ї потрібно для споживання продуктів P_1 та P_2 , якщо відомо щодо кожного з продуктів: скільки в одному кілограмі міститься білка, вітаміну A , вітаміну B , вітаміну C та вартість одного кілограму продуктів (табл. 2).

Отримати мінімальну загальну вагу та кількість продуктів P_1 та P_2 у суміші, при умові, що у сукупності всі продукти повинні містити не менше заданої потрібної кількості компонентів (білка, вітаміну A , вітаміну B , вітаміну C).

Таблиця 2

Поживні речовини, у.о.	Види продуктів		Щоденна потреба, у.о.
	P_1	P_2	
Білок	21	0,5	310
A	0,09	12	124
B	4,5	5	4
C	0	7,5	31
Кількість продуктів, кг	X_1	X_2	
Вартість 1 кг продукту, грн/кг	77,5	49,6	

Розв'язання

1. Побудуємо економіко-математичну модель задачі.

Нехай x_1 – кількість продуктів P_1 , x_2 – кількість продуктів P_2 , тоді загальна вага всіх продуктів P_1 і P_2 буде дорівнювати

$$Z = 77,5x_1 + 49,6x_2.$$

За умовою задачі необхідно отримати мінімальну загальну вагу, тому цільова функція матиме вигляд

$$Z = 77,5x_1 + 49,6x_2 \rightarrow \min.$$

Виразимо математично умови, що забезпечують необхідну кількість поживних речовин у раціоні. Виходячи з кількості поживних речовин в одиниці продуктів P_1 і P_2 , запишемо сумарну кількість білка: $21x_1 + 0,5x_2$. За умовою ця величина

повинна бути не менше заданої щоденної потреби білка, тобто 310. Ця вимога описується такою нерівністю $21x_1 + 0,5x_2 \geq 310$.

Аналогічно запишемо умови щодо використання інших поживних речовин:

$$0,09x_1 + 12x_2 \geq 124,$$

$$4,5x_1 + 5x_2 \geq 4.$$

$$0x_1 + 7,5x_2 \geq 31.$$

Оскільки змінні x_1, x_2 – шукана кількість продуктів, то вони повинні бути невід’ємними, тобто $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$.

Отже, економіко-математична модель задачі має вигляд:

$$Z = 77,5x_1 + 49,6x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 21x_1 + 0,5x_2 \geq 310, \\ 0,09x_1 + 12x_2 \geq 124, \\ 4,5x_1 + 5x_2 \geq 4, \\ 0x_1 + 7,5x_2 \geq 31, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

2. Використовуючи надбудову «ПОИСК РЕШЕНИЙ» визначимо оптимальний план побудованої задачі та мінімальну загальну вагу всіх продуктів для щоденного раціону.

Вводимо вихідні дані задачі, формули лівої частини кожного обмеження та формулу цільової функції (рис. 1):

E33		fx		=СУММПРОИЗВ(C25:D25;C33:D33)		
A	B	C	D	E	F	G
23		Продукт P1	Продукт P2			
24	Змінні	x1	x2			
25	Розв'язок					
26				Формули обмежень		
27	Обмеження	Матриця коефіцієнтів системи обмежень		Ліва частина	Знак	Права частина
28	Білок	21	0,5	=СУММПРОИЗВ(SCS25:SDS25;C28:D28)	>=	310
29	A	0,09	12	=СУММПРОИЗВ(SCS25:SDS25;C29:D29)	>=	124
30	B	4,5	5	=СУММПРОИЗВ(SCS25:SDS25;C30:D30)	>=	4
31	C	0	7,5	=СУММПРОИЗВ(SCS25:SDS25;C31:D31)	>=	31
32				ЦФ	Напрямок	
33	Цільова функція	77,5	49,6	=СУММПРОИЗВ(C25:D25;C33:D33)	min	

Рис. 1. Початкові дані для розв'язання задачі

3. Відкриваємо діалогове вікно *Данные – Поиск решения* і вводимо необхідні дані, обмеження (рис. 2) та параметри розрахунку (рис. 2):

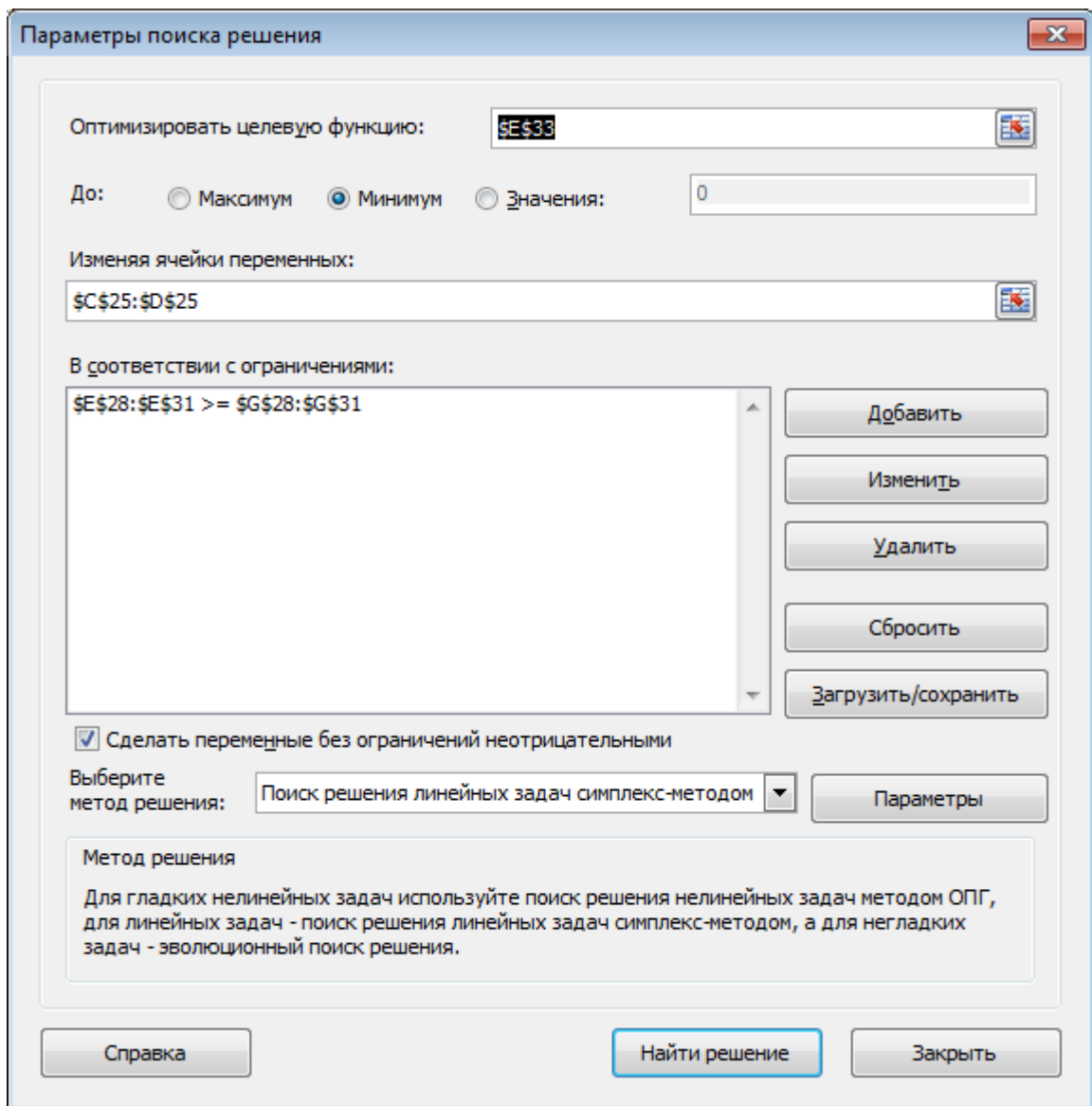


Рис. 2. Діалогове вікно «Поиск решения»

4. Нажимаємо *Найти решение* і отримуємо в клітинках C25:D25 значення оптимального розв'язку, а в клітинці E33 оптимальне значення цільової функції (рис. 3):

	A	B	C	D	E	F	G
23			Продукт P1	Продукт P2			
24		Змінні	x1	x2			
25		Розв'язок	14,5184656	10,2244448			
26					Формули обмежень		
27		Обмеження	Матриця коефіцієнтів системи обмежень		Ліва частина	Знак	Права частина
28		Блок	21	0,5	310	>=	310
29		A	0,09	12	124	>=	124
30		B	4,5	5	116,455319	>=	4
31		C	0	7,5	76,6833363	>=	31
32					ЦФ	Напрямок	
33		Цільова функція	77,5	49,6	1632,31355	min	

Результаты поиска решения

Решение найдено. Все ограничения и условия оптимальности выполнены.

Сохранить найденное решение
 Восстановить исходные значения

Вернуться в диалоговое окно параметров

Отчеты со

Решение найдено. Все ограничения и условия оптимальности выполнены.
 Если используется модуль ОПГ, то найдено по крайней мере локально оптимальное решение. Если используется модуль поиска решений линейных задач симплекс-методом, то найдено глобально оптимальное решение.

Рис. 3. Результати роботи надбудови «Поиск решения»

Відповідь. Для отримання мінімальної загальної ваги щоденного раціону 1632,21 кг потрібно для споживання продуктів P_1 – 14,52 кг, P_2 –10,22 кг.

Приклад оформлення завдання в Excel

1	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
2	Задача 2. Задача структурної оптимізації (складання раціону)										
3	Побудувати економіко-математичну модель задачі та використовуючи надбудову «ПЛОЙСК										
4	РЕШЕНИЙ», розрахувати, скільки сім'ї потрібно для споживання продуктів P_1 та P_2 , якщо										
5	відомо щодо кожного з продуктів: скільки в одному кілограмі міститься білка, вітаміну A ,										
6	вітаміну B , вітаміну C та вартість одного кілограму продуктів (табл. 2).										
7	Отримати мінімальну загальну вагу та кількість продуктів P_1 та P_2 у суміші, при умові, що у										
8	сукупності всі продукти повинні містити не менше заданої потрібної кількості компонентів (білка,										
9	вітаміну A , вітаміну B , вітаміну C).										
10											
11											
12	Таблиця 2										
13			Види продуктів		Щоденна	Економіко-математична модель задачі має вигляд: $Z = 77,5x_1 + 49,6x_2 \rightarrow \min$ $\begin{cases} 21x_1 + 0,5x_2 \geq 310, \\ 0,09x_1 + 12x_2 \geq 124, \\ 4,5x_1 + 5x_2 \geq 4, \\ 0x_1 + 7,5x_2 \geq 31, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$					
14	№ п/п	Поживні речовини, у.о.	P1	P2	потреба,						
15	1	Білок	21	0,5	310						
16	2	A	0,09	12	124						
17	3	B	4,5	5	4						
18	4	C	0	7,5	31						
19	Кількість продуктів, кг		X1	X2							
20	Вартість 1 кг продукту, грн/кг		77,5	49,6							
21											
22	Розв'язок задачі лінійного програмування										
23			Продукт P1	Продукт P2							
24	Змінні		x1	x2							
25	Розв'язок		14,5184656	10,2244448							
26					Формули обмежень						
27	Обмеження		Матриця коефіцієнтів системи обмежень		Ліва частина	Знак	Права частина				
28	Білок		21	0,5	310	>=	310				
29	A		0,09	12	124	>=	124				
30	B		4,5	5	116,455319	>=	4				
31	C		0	7,5	76,6833363	>=	31				
32					ЦФ		Напрямок				
33	Цільова функція		77,5	49,6	1632,31355	min					
34	Відповідь		Для отримання мінімальної загальної ваги раціону			1632,31 кг					
35			потрібно для споживання продуктів			P1 = 14,52 кг					
36						P2 = 10,22 кг					

Рис. 4. Приклад оформлення завдання в Excel

Задача 3. Транспортна задача

Побудувати економіко-математичну модель транспортної задачі (табл. 3) та використовуючи надбудову «ПОИСК РЕШЕНИЙ» визначити її оптимальний план.

Таблиця 3

Постачальники, A_i	Споживачі, B_j				Запаси, a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	12	3	7	4	62
A_2	4	8	5	7	465
A_3	6	5	11	3	310
A_4	3	11	8	10	93
Попит, b_j	124	279	217	310	

Розв'язання

1. Побудуємо економіко-математичну модель транспортної задачі. Нехай x_{ij} – кількість продукції, що перевозиться від i – го постачальника до j – го споживача ($i = \overline{1,4}$; $j = \overline{1,4}$); c_{ij} – вартість (тарифи) перевезення одиниці продукції від i – го постачальника до j – го споживача задані у таблиці 3; a_i – запаси продукції i – го постачальника; b_j – попит на продукцію j – го споживача.

Оскільки

$$\sum_{i=1}^4 a_i = 62 + 465 + 310 + 93 = 930,$$

а

$$\sum_{j=1}^4 b_j = 124 + 279 + 217 + 310 = 930,$$

то транспортна задача є збалансованою.

Якщо задача незбалансована, то необхідно ввести додатково фіктивного споживача B_5 (постачальника A_5) з відповідним попитом b_5 (запасом a_5). Вартість перевезення 1 ум. од. продукції до фіктивного споживача (постачальника) беремо рівну нулю.

Таким чином, транспортна таблиця матиме вигляд:

Транспортна таблиця

Постачальники, A_i	Споживачі, B_j				Запаси, a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	62
A_2	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	465
A_3	x_{31}	x_{32}	x_{33}	x_{34}	310
A_4	x_{41}	x_{42}	x_{43}	x_{44}	93
Попит, b_j	124	279	217	310	

Тоді, економіко-математична модель транспортної задачі запишеться таким чином:

$$Z = 12x_{11} + 3x_{12} + 7x_{13} + 4x_{14} + 4x_{21} + 8x_{22} + 5x_{23} + 7x_{24} + 6x_{31} + 5x_{32} + 11x_{33} + 3x_{34} + 3x_{41} + 11x_{42} + 8x_{43} + 10x_{44} \rightarrow \min;$$

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 62, \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 465, \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 310, \\ x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} = 93, \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} = 124, \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} = 279, \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} = 217, \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} = 310, \end{cases}$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = \overline{1,4}, \quad j = \overline{1,4}.$$

2. Використовуючи надбудову «ПОИСК РЕШЕНИЙ» визначимо оптимальний план побудованої транспортної задачі та мінімальні затрати на перевезення продукції.

Вводимо вихідні дані задачі, формули лівої частини кожного обмеження та формулу цільової функції (рис. 1):

H24										
f _c =СУММПРОИЗВ(C21:F24;C28:F31)										
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	
19	МАТРИЦЯ ВАРТОСТІ									
20	Тарифи	Xi1	Xi2	Xi3	Xi4					
21	X1j	12	3	7	4					
22	X2j	4	8	5	7					
23	X3j	6	5	11	3		ЦФ	Напрям		
24	X4j	3	11	8	10		=СУММПРОИЗВ(C21:F24;C28:F31)	min		
25	МАТРИЦЯ РОЗВ'ЯЗК						Формули обмежень		Запаси	
27	Змінні	Xi1	Xi2	Xi3	Xi4		Ліва частина	Знак	Права частина	
28	X1j						=СУММ(C28:F28)	=	62	
29	X2j						=СУММ(C29:F29)	=	465	
30	X3j						=СУММ(C30:F30)	=	310	
31	X4j						=СУММ(C31:F31)	=	93	
32										
33	Формули обмежень	Ліва частина	=СУММ(C28:C31)	=СУММ(D28:D31)	=СУММ(E28:E31)	=СУММ(F28:F31)				
34		Знак	=	=	=	=			=СУММ(J28:J31)	
35	Попит	Права частина	124	279	217	310			=СУММ(C35:G35)	Баланс

Рис. 1. Введення вихідних даних та розрахункових формул

В результаті отримуємо початкові дані для розв'язання транспортної задачі (рис. 2):

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	
19	МАТРИЦЯ ВАРТОСТІ									
20	Тарифи	Xi1	Xi2	Xi3	Xi4					
21	X1j	12	3	7	4					
22	X2j	4	8	5	7					
23	X3j	6	5	11	3		ЦФ	Напрям		
24	X4j	3	11	8	10		0	min		
25	МАТРИЦЯ РОЗВ'ЯЗКУ						Формули обмежень		Запаси	
27	Змінні	Xi1	Xi2	Xi3	Xi4		Ліва частина	Знак	Права частина	
28	X1j						0	=	62	
29	X2j						0	=	465	
30	X3j						0	=	310	
31	X4j						0	=	93	
32										
33	Формули обмежень	Ліва частина	0	0	0	0				
34		Знак	=	=	=	=			930	
35	Попит	Права частина	124	279	217	310			930	Баланс

Рис. 2. Початкові дані для розв'язання транспортної задачі

3. Відкриваємо діалогове вікно *Данные – Поиск решения* і вводимо необхідні дані, обмеження та параметри розрахунку (рис. 3):

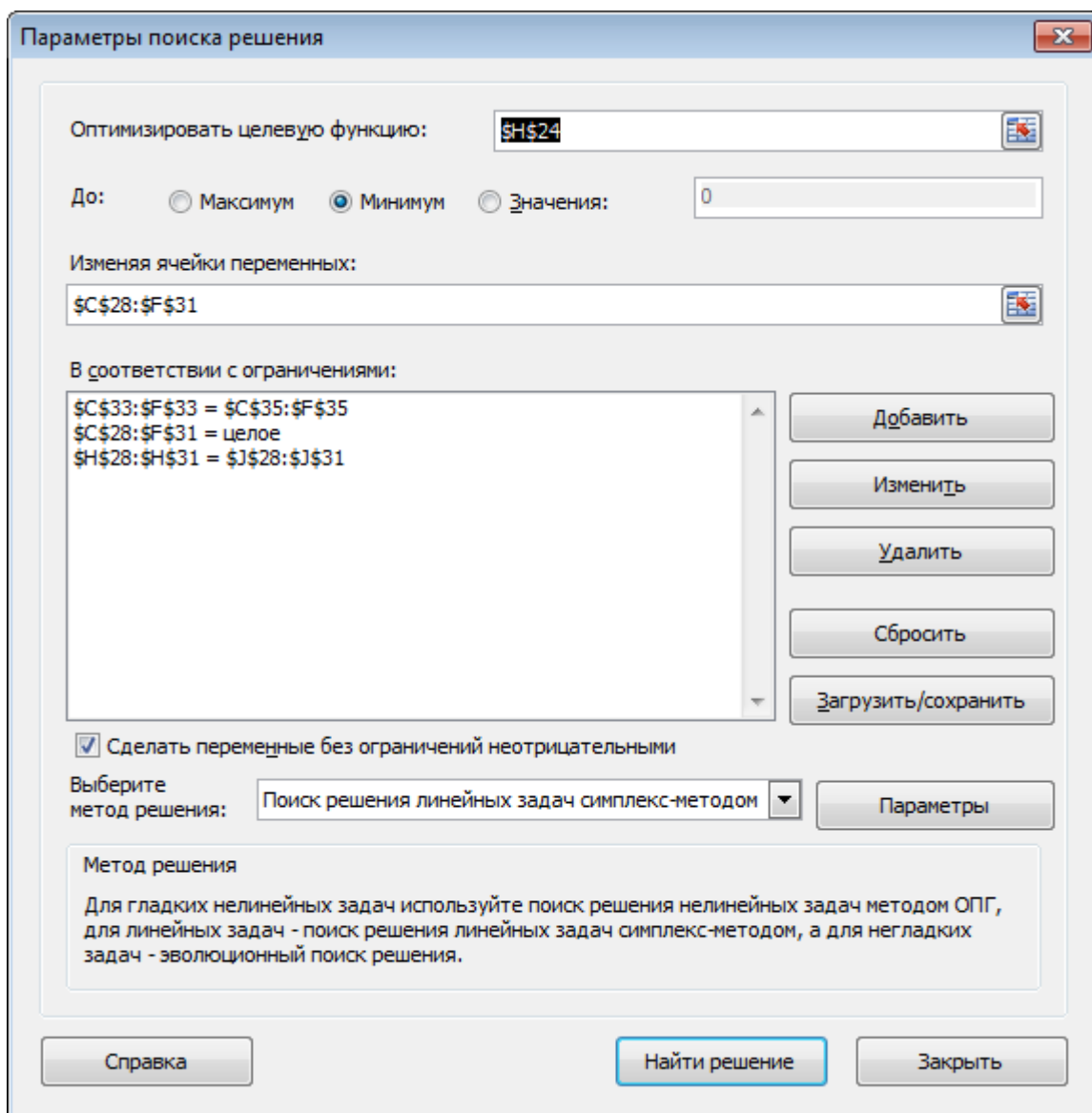


Рис. 3. Діалогове вікно «Поиск решения»

4. Нажимаємо *Найти решение* і отримуємо в клітинках C28:F31 значення оптимального розв'язку, а в клітинці H24 оптимальне значення цільової функції (рис. 4):

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	
19		МАТРИЦЯ ВАРТОСТІ									
20		Тарифи	Xi1	Xi2	Xi3	Xi4					
21		X1j	12	3	7	4					
22		X2j	4	8	5	7					
23		X3j	6	5	11	3		ЦФ	Напрям		
24		X4j	3	11	8	10		4340	min		
25								Формули			
26		МАТРИЦЯ РОЗВ'ЯЗКУ						обмежень		Запаси	
27		Змінні	Xi1	Xi2	Xi3	Xi4		Ліва частина	Знак	Права частина	
28		X1j	0	62	0	0		62	=	62	
29		X2j	31	217	217	0		465	=	465	
30		X3j	0	0	0	310		310	=	310	
31		X4j	93	0	0	0		93	=	93	
32											
33	Формули обмежень	Ліва частина	124	279	217	310					
34		Знак	=	=	=	=				930	
35	Попит	Права частина	124	279	217	310			930	Баланс	
36		Відповідь	<div style="border: 1px solid gray; padding: 5px;"> <p>Результаты поиска решения</p> <p>Решение найдено. Все ограничения и условия оптимальности выполнены.</p> <p> <input checked="" type="radio"/> Сохранить найденное решение <input type="radio"/> Восстановить исходные значения </p> <p> <input type="checkbox"/> Вернуться в диалоговое окно параметров </p> <p> Отчеты <input type="checkbox"/> Результаты <input type="checkbox"/> Устойчивость <input type="checkbox"/> Пределы </p> <p> <input type="checkbox"/> Отчеты со </p> <p>ОК Отмена Сохранить сценарий...</p> <p>Решение найдено. Все ограничения и условия оптимальности выполнены.</p> <p>Если используется модуль ОПГ, то найдено по крайней мере локально оптимальное решение. Если используется модуль поиска решений линейных задач симплекс-методом, то найдено глобально оптимальное решение.</p> </div>								

Рис. 4. Результати роботи надбудови «Поиск решения»

Відповідь. Оптимальний план транспортної задачі має

вигляд $X_{min} = \begin{pmatrix} 0 & 62 & 0 & 0 \\ 31 & 217 & 217 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 310 \\ 93 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. При цьому транспортні

затрати будуть мінімальними і складуть $Z_{min} = 4340$.

Приклад оформлення завдання в Excel

1	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N			
2	Задача 3. Транспортна задача																
3	Побудувати економіко-математичну модель транспортної																
4	задачі (табл. 3) та використовуючи надбудову «ПОИСК																
5	РЕШЕНИЙ» визначити її оптимальний план.																
6																	
7												Економіко-математична модель задачі має вигляд:					
8												Таблиця 3					
9	Постачальники		Споживачі В _j				Запаси		$Z = 12x_{11} + 3x_{12} + 7x_{13} + 4x_{14} + 4x_{21} + 8x_{22} + 5x_{23} + 7x_{24} + 6x_{31} + 5x_{32} + 11x_{33} + 3x_{34} + 3x_{41} + 11x_{42} + 8x_{43} + 10x_{44} \rightarrow \min;$ $\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 62, \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 465, \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 310, \\ x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} = 93, \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} = 124, \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} = 279, \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} = 217, \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} = 310, \\ x_{ij} \geq 0, i = \overline{1,4}, j = \overline{1,4}. \end{cases}$								
10	(A _i)	B1	B2	B3	B4												
11	A1	12	3	7	4	62											
12	A2	4	8	5	7	465											
13	A3	6	5	11	3	310											
14	A4	3	11	8	10	93											
15																	
16	Попит	124	279	217	310												
17																	
18	Розв'язок транспортної задачі																
19	МАТРИЦЯ ВАРТОСТІ																
20	Тарифи	X ₁₁	X ₁₂	X ₁₃	X ₁₄												
21	X _{1j}	12	3	7	4												
22	X _{2j}	4	8	5	7												
23	X _{3j}	6	5	11	3			ЦФ	Напрям								
24	X _{4j}	3	11	8	10			4340	min								
25												Формули					
26	МАТРИЦЯ РОЗВ'ЯЗКУ											обмежень		Запаси			
27	Змінні	X ₁₁	X ₁₂	X ₁₃	X ₁₄	Ліва частина	Знак			Права частина							
28	X _{1j}	0	62	0	0	62	=			62							
29	X _{2j}	31	217	217	0	465	=			465							
30	X _{3j}	0	0	0	310	310	=			310							
31	X _{4j}	93	0	0	0	93	=			93							
32																	
33	Формули обмежень	Ліва частина	124	279	217	310											
34		Знак	=	=	=	=					930						
35	Попит	Права частина	124	279	217	310			930	Баланс							
36	Відповідь		Визначений оптимальний план має														
37			мінімальні транспортні затрати				Z	min	=			4340					

Рис. 5. Приклад оформлення завдання в Excel

Практична робота № 3 «Модель міжгалузевого балансу»

Мета роботи. Засвоїти методи побудови та дослідження моделі міжгалузевого балансу.

Порядок виконання роботи. Завдання вибирати згідно свого варіанту N – порядкового номеру студента у групі.

Задача

Для тригалузевої економічної системи на плановий період задані матриця коефіцієнтів прямих матеріальних затрат A , вектор кінцевої продукції Y та матриця затрат живої праці (трудоих ресурсів) L (табл. 1).

Необхідно:

- 1) визначити матрицю коефіцієнтів повних матеріальних затрат двома способами;
- 2) перевірити на продуктивність матрицю A трьома способами;
- 3) обчислити планові обсяги валової продукції двома способами;
- 4) визначити значення міжгалузевих потоків, умовно чисту продукцію галузей і подати результати у формі міжгалузевого балансу;
- 5) обчислити коефіцієнти прямої та повної трудомісткості й скласти міжгалузевий баланс затрат праці.

Таблиця 1

№ варіанту	Матриця коефіцієнтів прямих матеріальних затрат, A	Вектор кінцевої продукції, Y	Матриця затрат трудових ресурсів, L
1	$\begin{pmatrix} 0,1 & 0,4 & 0 \\ 0,2 & 0,3 & 0,1 \\ 0,3 & 0,2 & 0,2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 310 \\ 230 \\ 300 \end{pmatrix}$	$(850 \quad 750 \quad 650)$
2	$\begin{pmatrix} 0,1 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,3 & 0,1 \\ 0,3 & 0,2 & 0,2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 110 \\ 90 \\ 150 \end{pmatrix}$	$(950 \quad 750 \quad 550)$

3	$\begin{pmatrix} 0,4 & 0,2 & 0,2 \\ 0,2 & 0,6 & 0,1 \\ 0,3 & 0,2 & 0,2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 66 \\ 45 \\ 84 \end{pmatrix}$	(900 800 680)
4	$\begin{pmatrix} 0,4 & 0,2 & 0,1 \\ 0,1 & 0,4 & 0,1 \\ 0 & 0,2 & 0,2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 100 \\ 120 \\ 150 \end{pmatrix}$	(910 750 640)
5	$\begin{pmatrix} 0,3 & 0,3 & 0,1 \\ 0,2 & 0,4 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0,3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 56 \\ 98 \\ 74 \end{pmatrix}$	(850 720 630)
6	$\begin{pmatrix} 0,1 & 0,2 & 0,2 \\ 0 & 0,5 & 0,1 \\ 0,4 & 0,2 & 0,4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 200 \\ 230 \\ 245 \end{pmatrix}$	(920 740 650)
7	$\begin{pmatrix} 0,1 & 0,5 & 0,2 \\ 0,2 & 0,7 & 0,2 \\ 0,3 & 0 & 0,2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 310 \\ 230 \\ 300 \end{pmatrix}$	(890 750 630)
8	$\begin{pmatrix} 0,4 & 0,2 & 0,4 \\ 0,1 & 0,2 & 0,3 \\ 0,2 & 0,4 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 310 \\ 230 \\ 300 \end{pmatrix}$	(930 770 650)
9	$\begin{pmatrix} 0,6 & 0,5 & 0,3 \\ 0,1 & 0,2 & 0,3 \\ 0 & 0,2 & 0,4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 420 \\ 320 \\ 300 \end{pmatrix}$	(910 720 620)
10	$\begin{pmatrix} 0,3 & 0,1 & 0,1 \\ 0 & 0,3 & 0,2 \\ 0,1 & 0,1 & 0,2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 120 \\ 200 \\ 140 \end{pmatrix}$	(940 760 630)
11	$\begin{pmatrix} 0,4 & 0 & 0,1 \\ 0,2 & 0,2 & 0,1 \\ 0,1 & 0,1 & 0,2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 410 \\ 230 \\ 300 \end{pmatrix}$	(970 780 650)

12	$\begin{pmatrix} 0,4 & 0,2 & 0,2 \\ 0,1 & 0,2 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 210 \\ 130 \\ 190 \end{pmatrix}$	$(880 \quad 710 \quad 620)$
13	$\begin{pmatrix} 0,3 & 0,1 & 0 \\ 0,1 & 0,3 & 0,1 \\ 0,1 & 0,2 & 0,5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 120 \\ 200 \\ 140 \end{pmatrix}$	$(700 \quad 650 \quad 550)$
14	$\begin{pmatrix} 0,5 & 0,1 & 0 \\ 0,2 & 0,2 & 0,1 \\ 0,3 & 0,1 & 0,1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 410 \\ 320 \\ 300 \end{pmatrix}$	$(900 \quad 780 \quad 650)$
15	$\begin{pmatrix} 0,4 & 0,2 & 0,1 \\ 0,2 & 0,2 & 0,1 \\ 0 & 0,1 & 0,2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 310 \\ 330 \\ 290 \end{pmatrix}$	$(920 \quad 770 \quad 650)$
16	$\begin{pmatrix} 0,1 & 0,2 & 0 \\ 0,2 & 0,6 & 0,1 \\ 0,3 & 0,2 & 0,1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 210 \\ 130 \\ 200 \end{pmatrix}$	$(850 \quad 710 \quad 610)$
17	$\begin{pmatrix} 0,3 & 0,6 & 0,2 \\ 0,5 & 0,1 & 0,4 \\ 0 & 0,3 & 0,2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 110 \\ 190 \\ 150 \end{pmatrix}$	$(900 \quad 720 \quad 653)$
18	$\begin{pmatrix} 0,3 & 0,5 & 0,7 \\ 0,2 & 0,4 & 0,1 \\ 0,3 & 0 & 0,2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 115 \\ 145 \\ 180 \end{pmatrix}$	$(870 \quad 640 \quad 540)$
19	$\begin{pmatrix} 0,2 & 0,3 & 0,2 \\ 0,5 & 0,6 & 0,2 \\ 0 & 0 & 0,3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 310 \\ 230 \\ 300 \end{pmatrix}$	$(960 \quad 750 \quad 650)$
20	$\begin{pmatrix} 0,2 & 0,6 & 0,2 \\ 0,2 & 0,1 & 0,3 \\ 0 & 0,2 & 0,5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 110 \\ 170 \\ 150 \end{pmatrix}$	$(880 \quad 710 \quad 630)$

21	$\begin{pmatrix} 0,2 & 0,5 & 0,4 \\ 0,2 & 0,3 & 0 \\ 0,2 & 0 & 0,5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 160 \\ 155 \\ 180 \end{pmatrix}$	(700 550 450)
22	$\begin{pmatrix} 0,3 & 0,2 & 0,1 \\ 0,5 & 0,6 & 0,2 \\ 0,3 & 0 & 0,2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 310 \\ 230 \\ 320 \end{pmatrix}$	(960 750 650)
23	$\begin{pmatrix} 0,3 & 0,2 & 0,2 \\ 0,1 & 0,3 & 0,5 \\ 0,3 & 0,2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 110 \\ 190 \\ 150 \end{pmatrix}$	(900 730 640)
24	$\begin{pmatrix} 0 & 0,2 & 0,9 \\ 0,2 & 0,3 & 0,1 \\ 0,3 & 0,1 & 0,2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 450 \\ 450 \\ 380 \end{pmatrix}$	(950 750 670)
25	$\begin{pmatrix} 0,1 & 0,4 & 0,7 \\ 0,3 & 0,2 & 0,5 \\ 0,6 & 0,1 & 0,9 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 300 \\ 250 \\ 450 \end{pmatrix}$	(880 740 650)
26	$\begin{pmatrix} 0,1 & 0,2 & 0,1 \\ 0,2 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0,2 & 0,1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 200 \\ 150 \\ 250 \end{pmatrix}$	(910 750 660)
27	$\begin{pmatrix} 0,3 & 0,4 & 0,1 \\ 0,5 & 0,2 & 0,4 \\ 0,2 & 0,1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 200 \\ 300 \\ 260 \end{pmatrix}$	(920 740 650)
28	$\begin{pmatrix} 0,1 & 0,2 & 0,6 \\ 0,1 & 0,4 & 0,2 \\ 0,1 & 0,3 & 0,4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 270 \\ 90 \\ 100 \end{pmatrix}$	(870 720 620)
29	$\begin{pmatrix} 0,2 & 0,1 & 0,2 \\ 0 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0 & 0,1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 150 \\ 180 \\ 100 \end{pmatrix}$	(910 710 620)

30	$\begin{pmatrix} 0 & 0,4 & 0,7 \\ 0,4 & 0,1 & 0,2 \\ 0,3 & 0,1 & 0,8 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 180 \\ 150 \\ 160 \end{pmatrix}$	$(800 \quad 650 \quad 550)$
----	---	---	-----------------------------

Методичні рекомендації до виконання роботи

Задача

Для тригалузевої економічної системи на плановий період задані матриця коефіцієнтів прямих матеріальних затрат A , вектор кінцевої продукції Y та матриця затрат живої праці (трудових ресурсів) L (дані умовні):

$$A = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,2 & 0,25 \\ 0,1 & 0,4 & 0,1 \\ 0,2 & 0,15 & 0,3 \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} 150 \\ 200 \\ 300 \end{pmatrix}; \quad L = (900 \quad 750 \quad 650).$$

Необхідно:

- 1) визначити матрицю коефіцієнтів повних матеріальних затрат двома способами;
- 2) перевірити на продуктивність матрицю A трьома способами;
- 3) обчислити планові обсяги валової продукції двома способами;
- 4) визначити значення міжгалузевих потоків, умовно чисту продукцію галузей і подати результати у формі міжгалузевого балансу;
- 5) обчислити коефіцієнти прямої та повної трудомісткості й скласти міжгалузевий баланс затрат праці.

Розв'язання

1. Визначення матриці коефіцієнтів повних матеріальних витрат

Перший спосіб

Визначимо матрицю коефіцієнтів повних матеріальних затрат згідно з наближеним способом, урахувуючи опосереднені матеріальні витрати до 2-го порядку включно.

Запишемо матрицю коефіцієнтів опосередкованих витрат 1-го порядку $A^{(1)}$. За допомогою функції МУМНОЖ виконаємо множення матриці A , що задана у клітинках B10:D12 (рис. 1) на матрицю A ($A^{(1)}=A^2=A*A$).

	A	B	C	D
9				
10		0,3	0,2	0,25
11	A=	0,1	0,4	0,1
12		0,2	0,15	0,3

Рис. 1. Вихідна матриця A

Для цього виділимо область в якій міститиметься результат множення матриць B22:D24, виберемо функцію МУМНОЖ та вкажемо матриці які потрібно перемножити (рис. 2).

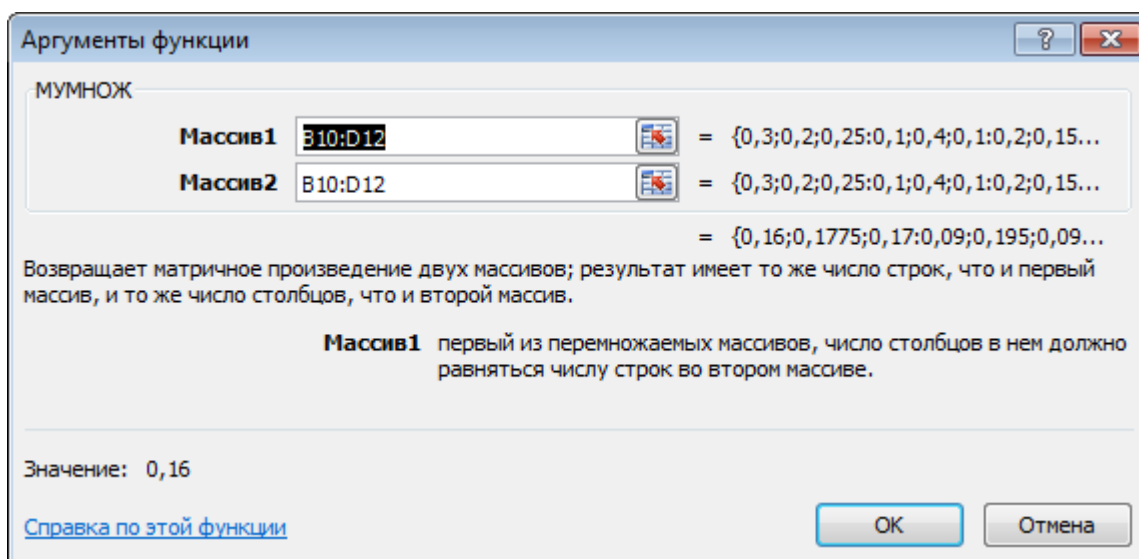


Рис. 2. Параметры функції МУМНОЖ

Нажимаємо *OK* і отримаємо перший елемент матриці-добутку (рис. 3).

B22		fx =МУМНОЖ(В10:Д12;В10:Д12)			
	A	B	C	D	E
21	Матриця коефіцієнтів опосередкованих витрат 1-го порядку				
22		0,16			
23	$A^{(1)}=A^2=A*A=$				
24					

Рис. 3. Перший елемент множення матриць

Для появи інших елементів натиснемо спочатку клавішу *F2*, а потім одночасно клавіші *Ctrl+Shift+Enter*. Ці дії слід виконувати завжди, коли знаходиться результат в операціях з матрицями.

Таким чином, отримуємо матрицю коефіцієнтів опосередкованих витрат 1-го порядку (рис. 4).

B22		fx {=МУМНОЖ(В10:Д12;В10:Д12)}			
	A	B	C	D	E
21	Матриця коефіцієнтів опосередкованих витрат 1-го порядку				
22		0,16	0,1775	0,17	
23	$A^{(1)}=A^2=A*A=$				
24		0,09	0,195	0,095	
		0,135	0,145	0,155	

Рис. 4. Матриця коефіцієнтів опосередкованій витрат 1 порядку

$$A^{(1)} = A^2 = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,2 & 0,25 \\ 0,1 & 0,4 & 0,1 \\ 0,2 & 0,15 & 0,3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,3 & 0,2 & 0,25 \\ 0,1 & 0,4 & 0,1 \\ 0,2 & 0,15 & 0,3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,16 & 0,1775 & 0,17 \\ 0,09 & 0,195 & 0,095 \\ 0,135 & 0,145 & 0,155 \end{pmatrix}$$

Аналогічно знаходимо матрицю коефіцієнтів опосередкованих витрат 2-го порядку (рис. 5).

B27		fx {=МУМНОЖ(В10:Д12;В22:Д24)}			
	A	B	C	D	E
26	Матриця коефіцієнтів опосередкованих витрат 2-го порядку				
27		0,09975	0,1285	0,10875	
28	$A^{(2)}=AA^{(1)}=A^3=$				
29		0,0655	0,11025	0,0705	
		0,086	0,10825	0,09475	

Рис. 5. Матриця коефіцієнтів опосередкованій витрат 2 порядку

$$A^{(2)} = AA^{(1)} = A^3 = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,2 & 0,25 \\ 0,1 & 0,4 & 0,1 \\ 0,2 & 0,15 & 0,3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,16 & 0,1775 & 0,17 \\ 0,09 & 0,195 & 0,095 \\ 0,135 & 0,145 & 0,155 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0,09975 & 0,1285 & 0,10875 \\ 0,0655 & 0,11025 & 0,0705 \\ 0,086 & 0,10825 & 0,09475 \end{pmatrix}.$$

Враховуючи одиничну матрицю E (рис. 6), обчислюємо перший елемент матриці $B \approx E + A + A^2 + A^3$, та продовжуємо його автозаповненням на всі інші її елементи (рис. 7).

	A	B	C	D
31	Одинична матриця			
32		1	0	0
33	E=	0	1	0
34		0	0	1

Рис. 6. Одинична матриця E

B37		fx =B32+B10+B22+B27		
	A	B	C	D
37		1,55975	0,506	0,52875
38	$B=E+A+A^2+A^3=$	0,2555	1,70525	0,2655
39		0,421	0,40325	1,54975

Рис. 7. Матриця коефіцієнтів повних матеріальних витрат

Тоді, матриця коефіцієнтів повних матеріальних витрат наближено дорівнюватиме:

$$B \approx E + A + A^2 + A^3 = \begin{pmatrix} 1,55975 & 0,506 & 0,52875 \\ 0,2555 & 1,70525 & 0,2655 \\ 0,421 & 0,40325 & 1,54975 \end{pmatrix}.$$

Зауважимо, що чим більша кількість матриць-коефіцієнтів опосередкованих витрат $A^{(k)}$ підсумовується, тим точніше значення матриці B .

Другий спосіб

Визначимо матрицю коефіцієнтів повних матеріальних витрат за допомогою формул обернення невироджених матриць згідно формули $B = (E - A)^{-1} = \frac{(E - A)}{|E - A|}$.

а) знаходимо матрицю $(E - A)$ (рис. 8).

B43		fx =B32-B10		
	A	B	C	D
42	а) Матриця (E-A)			
43		0,7	-0,2	-0,25
44	(E-A)=	-0,1	0,6	-0,1
45		-0,2	-0,15	0,7

Рис. 8. Матриця $(E - A)$

$$(E - A) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0,3 & 0,2 & 0,25 \\ 0,1 & 0,4 & 0,1 \\ 0,2 & 0,15 & 0,3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,7 & -0,2 & -0,25 \\ -0,1 & 0,6 & -0,1 \\ -0,2 & -0,15 & -0,7 \end{pmatrix}$$

б) обчислимо визначник цієї матриці за допомогою функції МОПРЕД (рис. 9).

F49		fx =МОПРЕД(B48:D50)				
	A	B	C	D	E	F
47	б) Визначник матриці (E-A)					
48		0,7	-0,2	-0,25		
49	E-A =	-0,1	0,6	-0,1	=	0,23175
50		-0,2	-0,15	0,7		

Рис. 9. Обчислення визначника $|E - A|$

$$|E - A| = \begin{vmatrix} 0,7 & -0,2 & -0,25 \\ -0,1 & 0,6 & -0,1 \\ -0,2 & -0,15 & -0,7 \end{vmatrix} = 0,232;$$

в) транспонуємо матрицю $(E - A)$ за допомогою функції ТРАНСП (рис. 10).

B53		fx {=ТРАНСП(B43:D45)}			
	A	B	C	D	
52	в) Транспонуємо матрицю (E-A)				
53		0,7	-0,1	-0,2	
54	(E-A)^T=	-0,2	0,6	-0,15	
55		-0,25	-0,1	0,7	

Рис. 9. Транспонування матриці $(E - A)$

$$(E - A)^T = \begin{pmatrix} 0,7 & -0,1 & -0,2 \\ -0,2 & 0,6 & -0,15 \\ -0,25 & -0,1 & -0,7 \end{pmatrix};$$

г) за допомогою функції МОПРЕД знаходимо алгебраїчні доповнення для елементів матриці $(E - A)^T$, які обчислюють як добуток $(-1)^{i+j}$ на мінор, який отримано після викреслення з матриці $(E - A)^T$ i -го рядка та j -го стовпчика (рис. 10).

:

E58		fx =МОПРЕД(B58:C59)			
	A	B	C	D	
58	A11=	0,6	-0,15	=	0,405
59		-0,1	0,7		
60					
61	A21= (-1)	-0,1	-0,2	=	0,09
62		-0,1	0,7		
63					
64	A31=	-0,1	-0,2	=	0,135
65		0,6	-0,15		

E67		fx =-МОПРЕД(B67:C68)			
	A	B	C	D	
67	A12= (-1)	-0,2	-0,15	=	0,1775
68		-0,25	0,7		
69					
70	A22=	0,7	-0,2	=	0,44
71		-0,25	0,7		
72					
73	A32= (-1)	0,7	-0,2	=	0,145
74		-0,2	-0,15		

E76		fx		=МОПРЕД(B76:C77)	
	A	B	C	D	
76	A13=	-0,2	0,6	=	0,17
77		-0,25	-0,1		
78					
79	A23= (-1)	0,7	-0,1	=	0,095
80		-0,25	-0,1		
81					
82	A33=	0,7	-0,1	=	0,4
83		-0,2	0,6		

Рис. 10. Алгебраїчні доповнення елементів матриці $(E - A)^T$

Звідси матриця приєднана до матриці $(E - A)$ (рис. 11).

B86		fx		=E58	
	A	B	C	D	
85	Матриця приєднана до матриці (E-A)				
86		0,405	0,1775	0,17	
87	пр(E-A)	0,09	0,44	0,095	
88		0,135	0,145	0,4	

Рис. 11. Матриця приєднана до матриці $(E - A)$

$$\overline{(E - A)} = \begin{pmatrix} 0,405 & 0,1775 & 0,170 \\ 0,090 & 0,440 & 0,095 \\ 0,135 & 0,145 & 0,400 \end{pmatrix};$$

д) за формулою $B = (E - A)^{-1}$ знаходимо матрицю коефіцієнтів повних матеріальних витрат і результати перевіримо функцією $МОБР(E - A)$ (рис. 12):

B91		fx		=B86/\$F\$49				
	A	B	C	D	E	F	G	H
90	д) Матриця коефіцієнтів повних матеріальних витрат				Функція МОБР(E-A)			
91		1,74757282	0,765912	0,733549		1,747572816	0,76591154	0,733549083
92	$B=(E-A)^{-1}=$	0,38834951	1,898598	0,409924		0,388349515	1,89859763	0,409924488
93		0,58252427	0,625674	1,725998		0,582524272	0,62567422	1,725997843

Рис. 12. Матриця коефіцієнтів повних матеріальних витрат

$$B = \begin{pmatrix} 1,748 & 0,766 & 0,734 \\ 0,388 & 1,899 & 0,410 \\ 0,583 & 0,626 & 1,728 \end{pmatrix}.$$

Як відомо, елементи матриці B , що обчислені згідно з другим способом, є дещо більшими, ніж відповідні елементи матриці, обчисленої згідно з першим (наближеним) способом.

2. Перевіримо на продуктивність матрицю A .

Перший спосіб

Оскільки матриця $(E - A)$ – невід’ємно обернена, то матриця A – продуктивна.

Другий спосіб

Обчислимо головні мінори матриці $(E - A)$:

$$\Delta_1 = |0,7| = 0,7 > 0;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 0,7 & -0,2 \\ -0,1 & 0,6 \end{vmatrix} = 0,4 > 0;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 0,7 & -0,2 & -0,25 \\ -0,1 & 0,6 & -0,1 \\ -0,2 & -0,15 & -0,7 \end{vmatrix} = 0,232 > 0.$$

Оскільки усі вони додатні, то за теоремою Хокінса-Саймона матриця A – продуктивна.

Третій спосіб

Знайдемо власні значення матриці A з характеристичного рівняння $|\lambda E - A| = 0$. Нехай в клітинці G115 знаходиться початкове значення параметру λ ($\lambda = 0$), елементи визначника $|\lambda E - A|$ містяться в клітинках B116:D118, в клітинці F117 значення визначника (=МОПРЕД(\$B\$116:\$D\$118)) (рис. 13).

	B116	C	D	E	F	G
	fx = \$G\$115*\$B\$116-\$B\$10					
114	Знайдемо власні значення матриці A з характеристичного рівняння				$ \lambda E - A = 0$	
115					$\lambda =$	0
116		-0,3	-0,2	-0,25		
117		-0,1	-0,4	-0,1	=	-0,01325
118		-0,2	-0,15	-0,3		

Рис. 13. Характеристичне рівняння $|\lambda E - A| = 0$

$$\begin{pmatrix} \lambda - 0,3 & -0,2 & -0,25 \\ -0,1 & \lambda - 0,4 & -0,1 \\ -0,2 & -0,15 & \lambda - 0,3 \end{pmatrix} = 0;$$

Використовуючи надбудову «ПОДБОР ПАРАМЕТРА» визначимо корені рівняння.

Відкриваємо діалогове вікно *Данные – Анализ «что если» – Подбор параметра* і вводимо необхідні дані (рис. 14).

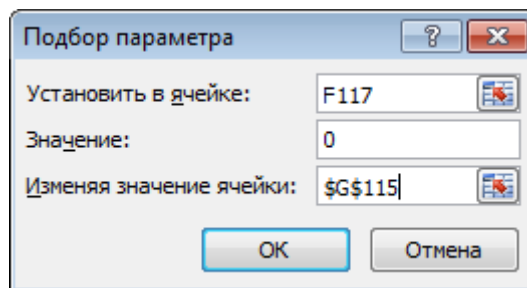


Рис. 14. Діалогове вікно «Подбор параметра»

Нажимаємо *OK* і отримаємо в клітинці G115 перший корінь рівняння. Його значення $\lambda_1 = 0,06973$ заносимо в клітинку B121, в клітинку G115 заносимо 0, визначник ділимо на вираз $(\lambda - \lambda_1)$:
 $=\text{МОПРЕД}(\$B\$116:\$D\$118)/(\text{G115}-\text{B121})$.

Аналогічно, за допомогою «ПОДБОР ПАРАМЕТРА» в клітинці G115 визначаємо другий корінь рівняння. Його значення $\lambda_2 = 0,26496$ заносимо в клітинку B122, в клітинку G115 заносимо 0, визначник ділимо ще на вираз $(\lambda - \lambda_2)$:
 $=\text{МОПРЕД}(\$B\$116:\$D\$118)/(\text{G115}-\text{B121})/(\text{G115}-\text{B122})$.

Аналогічно, за допомогою «ПОДБОР ПАРАМЕТРА» в клітинці G115 визначаємо третій корінь рівняння. Його значення $\lambda_3 = 0,65762$ заносимо в клітинку B123.

Таким чином отримаємо, власні значення матриці *A*:

$$\lambda_1 = 0,06973 ; \lambda_2 = 0,26496 ; \lambda_3 = 0,65762.$$

Оскільки найбільше за модулем власне число (число Перрона-Фробеніуса) характеристичного рівняння строго менше від одиниці ($|\lambda_3| = |0,65762| < 1$), то матриця *A* – продуктивна.

3. Обчислимо планові обсяги валової продукції.

Перший спосіб

Для розрахунку обсягів валової продукції за заданою кінцевою продукцією скористаємось формулою $X = BY = (E - A)^{-1}Y$ (рис. 15).

	A	B	C	D	E
132					
133		635,382956			
134	$X=BY=(E-A)^{-1}Y=$	560,949299			
135		730,312837			

Рис. 15. Визначення обсягу валової продукції

$$X = BY = (E - A)^{-1}Y = \begin{pmatrix} 1,748 & 0,766 & 0,734 \\ 0,388 & 1,899 & 0,410 \\ 0,583 & 0,626 & 1,728 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 150 \\ 200 \\ 300 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 635,383 \\ 560,949 \\ 730,313 \end{pmatrix}.$$

Другий спосіб

Для розрахунку обсягів валової продукції за заданою кінцевою продукцією побудуємо *модель Леонтьєва*, тобто складемо систему рівнянь вигляду $X = AX + Y$:

$$\begin{cases} X_1 = 0,3X_1 + 0,2X_2 + 0,25X_3 + 150, \\ X_2 = 0,1X_1 + 0,4X_2 + 0,1X_3 + 200, \\ X_3 = 0,2X_1 + 0,15X_2 + 0,3X_3 + 300. \end{cases}$$

Перетворимо систему до вигляду:

$$\begin{cases} 0,7X_1 - 0,2X_2 - 0,25X_3 = 150, \\ -0,1X_1 + 0,6X_2 - 0,1X_3 = 200, \\ -0,2X_1 - 0,15X_2 + 0,7X_3 = 300 \end{cases}$$

Розв'яжемо систему рівнянь за допомогою надбудови «ПОИСК РЕШЕНИЙ». Нехай значення невідомих x_1, x_2, x_3 будуть знаходитися в клітинках С153:Е153, матриця коефіцієнтів системи рівнянь у клітинках С156:Е158, стовпчик вільних членів у клітинках Н156:Н158. Використовуючи функцію «СУММПРОИЗВ» занесемо формули по розрахунку лівих частин рівнянь у клітинки F156:F158. Відкриємо діалогове вікно *Данные – Поиск решения*, введемо необхідні дані (рис. 16).

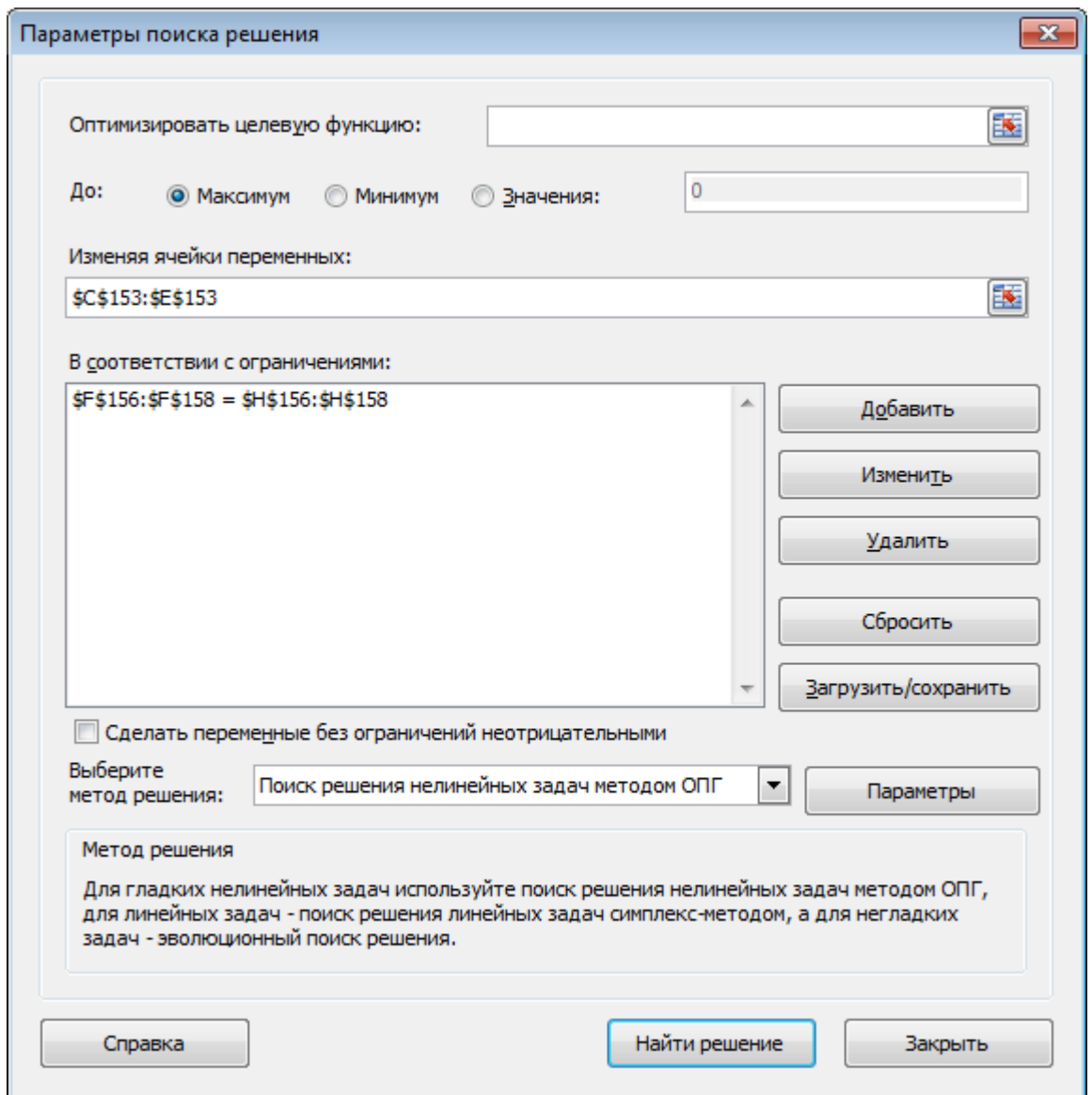


Рис. 16. Діалогове вікно «Поиск решения»

Нажимаємо *Найти решение* та отримуємо в клітинках C153:E153 розв’язки системи рівнянь (рис. 17):

$$X_1 = 635,383; \quad X_2 = 560,949; \quad X_3 = 730,313.$$

	F156	fx = СУММПРОИЗВ(\$C\$153:\$E\$153;C156:E156)						
	A	B	C	D	E	F	G	H
152		Змінні	X1	X2	X3			
153		Значення	635,383	560,9493	730,31284			
154								
155		Рівняння	Матриця системи			Ліва частина	Знак	Права частина
156		1	0,7	-0,2	-0,25	150,00	=	150
157		2	-0,1	0,6	-0,1	200,00	=	200
158		3	-0,2	-0,15	0,7	300,00	=	300

Рис. 17. Розв’язання системи рівнянь

Як бачимо обсяги валової продукції, обчислені обома методами повністю збігаються.

4. Визначимо значення міжгалузевих потоків, умовно чисту продукцію галузей і подамо результати у формі міжгалузевого балансу:

а) для обчислення елементів першого квадранта міжгалузевого балансу – значення міжгалузевих потоків – скористаємося формулою $x_{ij} = a_{ij} X_j$, $i, j=1, \dots, n$, тобто елементи першого стовпчика матриці A перемножимо на величину $X_1 = 635,383$, елементи другого стовпчика матриці A – на $X_2 = 560,949$, елементи третього стовпчика матриці A – на $X_3 = 730,313$.

б) складові третього квадранта (умовно чиста продукція) знаходимо з урахуванням формули $X_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} X_j + Y_i$, $i=1, \dots, n$, як різницю між обсягом валової продукції галузі та суми її виробничих витрат за своєю продукцією і продукцією інших галузей (вони подані у відповідному стовпчику першого квадранта таблиці).

Наприклад, для першої галузі:

$$635,383 - (190,6149 + 63,5383 + 127,0766) = 254,1532 \text{ і т.д.}$$

в) четвертий квадрант складається лише з одного показника й використовується, зокрема, для контролю правильності обчислень.

Сума елементів другого квадранта повинна збігатися (у вартісному матеріальному балансі) із сумою елементів третього квадранта.

У результаті отримаємо таблицю міжгалузевого балансу (рис. 17, табл. 1).

	A	B	C	D	E	F	G
176							
177		Галузі-	Галузі-споживачі			Кінцева	Валова
178		виробники	1	2	3	продукція	продукція
179	1	=B10*\$B\$133	=C10*\$B\$134	=D10*\$B\$135	=F10	=СУММ(C179:F179)	
180	2	=B11*\$B\$133	=C11*\$B\$134	=D11*\$B\$135	=F11	=СУММ(C180:F180)	
181	3	=B12*\$B\$133	=C12*\$B\$134	=D12*\$B\$135	=F12	=СУММ(C181:F181)	
182		Умовна чиста продукція	=C183-СУММ(C179:C181)	=D183-СУММ(D179:D181)	=E183-СУММ(E179:E181)	=СУММ(C182:E182)	
183		Валова продукція	=B133	=B134	=B135		=СУММ(G179:G181)

Рис. 17. Формули для розрахунку міжгалузевого балансу

Таблиця 1

Міжгалузевий баланс виробництва й розподілу продукції

Галузі-виробники	Галузі-споживачі			Кінцева продукція	Валова продукція
	1	2	3		
1	190,615	112,190	182,578	150,0	635,383
2	63,538	224,380	73,031	200,0	560,949
3	127,077	84,142	219,094	300,0	730,313
Умовно чиста продукція	254,153	140,237	255,610	650	
Валова продукція	635,383	560,949	730,313		1926,645

5. Обчислимо коефіцієнти прямої та повної трудомісткості й складемо міжгалузевий баланс затрат праці, якщо матриця затрат живої праці $L = (900 \ 750 \ 650)$:

а) скориставшись формулою $t_j = \frac{L_j}{X_j}$, $j=1, \dots, n$ та

попередніми результатами, знайдемо коефіцієнти прямої трудомісткості (рис. 18).

C193		fx		=C187/C183		
A	B	C	D	E	F	G
183	Валова продукція	635,383	560,9493	730,31284		1926,64509
184						
185						
186	5. Для матриці затрат живої праці					
187	L=	900	750	650		
188	обчислимо					
189						
190	а) коефіцієнти прямої трудомісткості: $t_j = \frac{L_j}{X_j}$, $j=1, \dots, n$					
191						
192		t1=	t2=	t3=		
193	t =	1,416469	1,337019	0,8900295		

Рис. 18. Розрахунок коефіцієнтів прямої трудомісткості

$$t_1 = \frac{900}{635,383} = 1,416; \quad t_2 = \frac{750}{560,949} = 1,337; \quad t_3 = \frac{650}{730,313} = 0,890;$$

б) за формулою $T=tB$ знайдемо коефіцієнти повної трудомісткості.

За допомогою функції МУМНОЖ виконаємо множення матриці t на матрицю B (рис. 19).

C196		fx {=МУМНОЖ(C193:E193;F91:H93)}				
	A	B	C	D	E	
195	б) коефіцієнти повної трудомісткості:					
196		T=tB=	3,513077	4,18022	3,1233152	

Рис. 19. Розрахунок коефіцієнтів повної трудомісткості

$$T = (1,416; 1,337; 0,890) \begin{pmatrix} 1,748 & 0,766 & 0,734 \\ 0,388 & 1,899 & 0,410 \\ 0,583 & 0,626 & 1,728 \end{pmatrix} = (3,513; 4,180; 3,123).$$

в) перемноживши відповідно перший, другий і третій рядки першого та другого квадрантів міжгалузевого матеріального балансу (табл.1), на відповідні коефіцієнти прямої трудомісткості (перший рядок помножимо на t_1 , другий – на t_2 , третій на – t_3), отримаємо схему міжгалузевого балансу праці (рис. 20, табл. 2).

C204		fx {=C179*\$C\$193}					
	A	B	C	D	E	F	G
200	Міжгалузовий баланс затрат праці						
201							
202	Галузі-виробники	Галузі-споживачі			Затрати праці на кінцеву продукцію	Затрати праці в галузях (трудові ресурси)	
203		1	2	3			
204	1	=C179*\$C\$193	=D179*\$C\$193	=E179*\$C\$193	=F179*\$C\$193	=СУММ(C204:F204)	
205	2	=C180*\$D\$193	=D180*\$D\$193	=E180*\$D\$193	=F180*\$D\$193	=СУММ(C205:F205)	
206	3	=C181*\$E\$193	=D181*\$E\$193	=E181*\$E\$193	=F181*\$E\$193	=СУММ(C206:F206)	

Рис. 20. Формули для розрахунку міжгалузевого балансу затрат праці

Таблиця 2

Міжгалузовий баланс затрат праці

Галузі-виробники	Галузі-споживачі			Затрати праці на кінцеву продукцію	Затрати праці в галузях
	1	2	3		
1	270	158,913	258,616	212,470	900
2	84,952	300,0	97,644	267,404	750
3	113,102	74,889	195	267,009	650

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 2 ПРИКЛАДНІ ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ АНАЛІЗУ І АУДИТУ

Практична робота № 4 «Економіко-математична модель оптимізації раціону годівлі тварин»

Мета роботи. Засвоїти методи побудови економіко-математичних моделей оптимізації раціону годівлі тварин засобами оптимізації Excel.

Порядок виконання роботи. Завдання вибирати згідно свого варіанту N – порядкового номеру студента у групі.

Задача

Скласти добовий кормовий раціон для корови живою масою 500 кг та надоем 16 л за добу на стійловий період. В раціоні повинно міститися не менше: кормових одиниць – 12,6, обмінної енергії – 148 МДж, сухої речовини – 15,8 кг, перетравного протеїну – 1260 г, сирової клітковини – 4110 г, крохмалю – 1705 г, цукрів – 1135 г, кальцію – 89 г, фосфору – 63 г, магнію – 25 г, калію – 96 г, сірки – 31 г, заліза – 1010 мг, каротину – 565 мг. В раціоні повинно бути не менше (в натуральному виразі): концентрованих кормів – 1,5 кг, соковитих кормів – 14 кг, грубих кормів – 10 кг.

Для забезпечення збалансованості раціону слід врахувати співвідношення між окремими кормами: кількість ячменю повинна бути в 3 рази більша кількості інших концентрованих кормів; кількість силосу повинна бути в 2 рази більша кількості інших соковитих кормів; кількість сіна повинна бути в 3 рази більша кількості соломи; кількість сіна співвідноситься до кількості сінажу як 2:1. Скласти раціон, який буде мати мінімальну вартість.

Корми для розробки економіко-математичної моделі вибрати згідно варіанту N з таблиці 1, числові дані для розрахунків наведено в таблиці 2.

Розробити економіко-математичну модель, змінними в якій будуть корми в натуральному виразі, кг (x_1, x_2, \dots) .

Таблиця 1

Варіант	Корми, які є в господарстві для годівлі																				
	Концентровані					Соковиті					Грубі										
	зерно вівса	зерно ячменю	зерно	зерно кукурудзи	зерно пшениці	зерно гороху	мануха	буряки кормові	буряки лукові	морква	сирец	кукурудзяний жом	сінаж різотравний	сінаж віско-вівсяний	сіно луцнчу Х	сіно луцнчу Х	сіно посівне конюшинове	сіно посівне люцернове	сінома пшеничне	сінома ячмінне	сінома просяна
1	1	1	1					1	1		1	1	1		1						1
2	1	1			1				1		1		1	1			1				1
3	1	1				1	1		1		1	1	1					1			1
4	1	1	1						1		1			1				1			1
5	1	1	1						1		1	1	1				1				1
6	1	1			1		1		1		1			1							1
7	1	1							1		1	1	1				1				1
8	1	1	1						1		1	1	1								1
9	1	1				1	1		1		1	1	1				1	1			1
10	1	1			1				1		1			1			1	1			1
11	1	1	1						1	1				1			1				1
12	1	1				1			1		1	1	1				1				1
13	1	1	1						1		1	1	1								1
14	1	1	1				1		1		1	1	1								1
15	1	1	1						1		1	1	1								1
16	1	1	1						1		1	1	1								1
17	1	1	1				1		1		1	1	1								1
18	1	1			1				1	1		1	1								1
19	1	1				1			1		1	1	1								1
20	1	1	1				1		1		1	1	1					1			1
21	1	1	1				1		1		1	1	1								1
22	1	1			1				1		1	1	1								1
23	1	1				1			1		1	1	1								1
24	1	1	1						1	1				1							1
25	1	1	1				1		1		1	1	1								1
26	1	1			1				1		1	1	1								1
27	1	1				1			1		1	1	1								1
28	1	1	1				1		1		1	1	1								1
29	1	1				1			1		1	1	1								1
30	1	1				1			1		1	1	1								1

Вихідні дана для розробки моделі (вміст поживних речовин в 1 кг корма)

Таблиця 2

Показник	Буряки кормові	Буряки цукрові	Морква	Сінаж		Сило с кукурудзяний	Жом буряковий свіжий	Сіно лучне у фазі		Сіно посьвєне		Согома			Зерно					Макуха соняшникова
				різнотравний	віко-вівсяний			коло сіння	цвітіння	конюшинове	люцернове	пшенична	ячмінна	просяна	овес	ячмінь	кукурудза біла	пшениця м'яка	горох	
Кормові одиниці	0,12	0,24	0,14	0,29	0,32	0,20	0,12	0,51	0,46	0,52	0,44	0,20	0,34	0,40	1,00	1,15	1,33	1,28	1,18	1,08
Обмінна енергія, МДж	1,65	2,84	2,20	3,44	3,68	2,30	1,13	6,55	6,59	7,23	6,72	4,76	5,71	5,23	9,02	10,5	12,8	10,8	11,1	10,44
Суха речовина, г	120	230	120	450	450	250	112	800	828	830	830	846	830	845	850	850	850	850	850	900
Перетравлений протеїн, г	9	7	8	23	38	14	6	60	49	78	101	5	13	23	79	85	67	106	192	281
Сира клітковина, г	9	14	11	157	148	75	33	184	254	244	253	364	331	286	97	49	43	17	54	129
Крохмаль, г	3	6	7	15	14	8	0	0	0	8	9	0	0	0	320	485	560	515	455	25
Цукри, г	40	120	35	23	22	6	2,5	25	20	25	20	3	2,4	2,5	25	2	20	20	55	63
Кальцій, г	0,4	0,5	0,9	4,9	2,8	1,4	1,5	6,8	7,2	9,2	17	2,8	3,3	5,4	1,5	2	0,4	0,8	2,0	5,9
Фосфор, г	0,5	0,5	0,6	1,3	1,4	0,4	0,14	2,2	2,1	2,2	2,2	0,8	0,8	1,0	3,4	3,9	2,7	3,6	4,3	12,9
Магній, г	0,2	0,4	0,3	1,3	0,8	0,5	0,5	2,0	1,7	1,6	3,0	0,8	1,1	3,4	1,2	1,0	1,5	1,0	1,2	4,8
Калій, г	4,0	2,6	5,1	11,7	9,6	2,9	0,8	19,6	17	27,8	15,6	7,6	12,4	25,0	5,4	5,0	3,7	3,4	10,7	9,5
Сірка, г	0,2	0,3	0,2	0,9	0,7	0,4	0,4	1,5	1,7	1,7	1,8	0,8	1,6	1,3	1,3	1,3	1,4	1,2	1,6	5,5
Запізо, мг	8	31	10	208	119	61	24	250	287	185	168	360	373	790	41	50	42	40	60	215
Каротин, мг	0,1	0,3	54	25	30	20	0	15	15	25	49	4	4	8	1,3	0,3	0,4	1,0	0,2	2,0
Ціна 1 кг корма, у.о.	0,2	0,3	0,5	0,16	0,15	0,06	0,04	0,19	0,18	0,18	0,17	0,05	0,05	0,05	0,22	0,26	0,31	0,29	0,32	0,17

Методичні рекомендації до виконання роботи

Задача

Скласти добовий кормовий раціон для корови живою масою 500 кг та надосм 16 л за добу на стійловий період. В раціоні повинно міститися не менше: кормових одиниць – 12,6, обмінної енергії – 148 МДж, сухої речовини – 15,8 кг, перетравного протеїну – 1260 г, сирової клітковини – 4110 г, крохмалю – 1705 г, цукрів – 1135 г, кальцію – 89 г, фосфору – 63 г, магнію – 25 г, калію – 96 г, сірки – 31 г, заліза – 1010 мг, каротину – 565 мг. В раціоні повинно бути не менше (в натуральному виразі): концентрованих кормів – 1,5 кг, соковитих кормів – 14 кг, грубих кормів – 10 кг.

Для забезпечення збалансованості раціону слід врахувати співвідношення між окремими кормами: кількість ячменю повинна бути в 3 рази більша кількості інших концентрованих кормів; кількість силосу повинна бути в 2 рази більша кількості інших соковитих кормів; кількість сіна повинна бути в 3 рази більша кількості соломи; кількість сіна співвідноситься до кількості сінажу як 2:1. Скласти раціон, який буде мати мінімальну вартість.

Корми для розробки економіко-математичної моделі вибрані згідно свого варіанту з таблиці 1 (табл. 1.1), числові дані для розрахунків наведено в таблиці 2.

Таблиця 1.1

Корми, які є в господарстві для годівлі

<i>Концентровані</i>	<i>Соковиті</i>	<i>Грубі</i>
зерно ячменю	буряки цукрові	сінаж різнотравний
зерно вівса	морква	сіно лучне у фазі цвітіння
зерно гороху	силос кукурудзяний	солома пшенична
	жом буряковий	

Розробити економіко-математичну модель, змінними в якій будуть корми в натуральному виразі, кг (x_1, x_2, \dots) .

Розв'язання

1. Згідно умови задачі із таблиці 2 залишимо тільки ті корми що задані (табл. 3).

Таблиця 3

Вміст поживних речовин в 1 кг корму

Показник	Буряки цукрові	Морква	Сінаж різногравний	Силос кукурудзяний	Жом буряковий свіжий	Сіно лучне у фазі цвітіння	Солома пшенична	Зерно овес	Зерно ячмінь	Зерно горох
Кормові одиниці	0,24	0,14	0,29	0,20	0,12	0,46	0,20	1,00	1,15	1,18
Обмінна енергія, МДЖ	2,84	2,20	3,44	2,30	1,13	6,59	4,76	9,02	10,5	11,1
Суша речовина, г	230	120	450	250	112	828	846	850	850	850
Перетравлен. протеїн, г	7	8	23	14	6	49	5	79	85	192
Сира клітковина, г	14	11	157	75	33	254	364	97	49	54
Крохмаль, г	6	7	15	8	0	0	0	320	485	455
Цукри, г	120	35	23	6	2,5	20	3	25	2	55
Кальцій, г	0,5	0,9	4,9	1,4	1,5	7,2	2,8	1,5	2	2,0
Фосфор, г	0,5	0,6	1,3	0,4	0,14	2,1	0,8	3,4	3,9	4,3
Магній, г	0,4	0,3	1,3	0,5	0,5	1,7	0,8	1,2	1,0	1,2
Калій, г	2,6	5,1	11,7	2,9	0,8	17	7,6	5,4	5,0	10,7
Сірка, г	0,3	0,2	0,9	0,4	0,4	1,7	0,8	1,3	1,3	1,6
Залізо, мг	31	10	208	61	24	287	360	41	50	60
Каротин, мг	0,3	54	25	20	0	15	4	1,3	0,3	0,2
Ціна 1 кг корма, у. о.	0,3	0,5	0,16	0,06	0,04	0,18	0,05	0,22	0,26	0,32

Змінними величинами є кількість кормів в раціоні, (кг):

x_1 – кількість цукрових буряків;

x_2 – кількість моркви;

x_3 – кількість сінажу;

x_4 – кількість силосу;

x_5 – кількість жому;

x_6 – кількість сіна;

x_7 – кількість соломи;

x_8 – кількість зерна вівса;

x_9 – кількість зерна ячменю;

x_{10} – кількість зерна гороху.

2. Побудуємо економіко-математичну модель задачі.

В якості критерію оптимальності виступає мінімальна вартість раціону:

$$Z_{min} = 0,3x_1 + 0,5x_2 + 0,16x_3 + 0,06x_4 - 0,04x_5 + 0,18x_6 + 0,05x_7 + 0,22x_8 + 0,26x_9 + 0,32x_{10}$$

На змінні моделі накладено 20 обмежень, які можна поділити на три групи:

1) обмеження (з 1 по 14), які забезпечують необхідну мінімальну кількість відповідної поживної речовини в раціоні;

Наприклад, 1 обмеження стосується вмісту кормових одиниць в раціоні:

$$0,24x_1 + 0,14x_2 + 0,29x_3 + 0,2x_4 + 0,12x_5 + 0,46x_6 + 0,2x_7 + 1x_8 + 1,15x_9 - 1,18x_{10} \geq 12,6,$$

де x_1, x_2, \dots, x_{10} – кількість кормів в раціоні по видам (коефіцієнти при цих змінних – це вміст кормових одиниць в 1 кг відповідного корма); 12,6 – біологічна норма вмісту кормових одиниць в раціоні.

Аналогічний структурний вигляд мають обмеження по вмісту інших поживних речовин в раціоні (обмінної енергії, сухої речовини, перетравного протеїну і т.д.).

2) обмеження (з 15 по 18), які характеризують співвідношення між окремими кормами;

Наприклад, 15 обмеження задає співвідношення кількості ячменю до інших концентрованих кормів:

$$1x_9 \geq 3(x_8 + x_{10}) \Rightarrow 1x_9 - 3x_8 - 3x_{10} \geq 0,$$

де x_9 – кількість зерна ячменю в раціоні;

x_8, x_{10} – кількість зерна вівса та гороху в раціоні;

1 та 3 – коефіцієнти пропорційності.

3) обмеження (з 19 по 21), які задають нижню межу входу в раціон одного корму або групи кормів;

Наприклад, 19 – обмеження забезпечує мінімальну кількість концентрованих кормів в раціоні:

$$1x_9 + 1x_8 + 1x_{10} \geq 1,5,$$

де x_9, x_8, x_{10} – кількість вівсу, ячменю та гороху в раціоні.

Економіко-математична модель оптимізації кормового раціону в матричному вигляді приведена в таблиці 4 (рис. 1, 2).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
2	Числова економіко-математична модель оптимізації раціону годівлі корів у стійловий період														Таблиця 4
3	(жива маса скотардас 500 кг, добовий наїд 16 кг)														
4	Показник	Буряки цукрові	Морква	Сінаж різнотравний	Силос кукурудзяний	Жов буряковий свіжий	Сіно лучне у фазі цвітіння	Солома пшенична	Зерно вівса	Зерно ячменю	Зерно гороху	Ліва частина обмеження		обмеження	Обсяг обмеження
5	Змінні	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10				
6	Значення														
7	Кормові одиниці	0.24	0.14	0.29	0.2	0.12	0.46	0.2	1	1.15	1.18	=СУММПРОИЗВ(\$C\$6:\$L\$6:\$C7:\$L7)		>=	12,6
8	Обмінна енергія, МДж	2.84	2.2	3.44	2.3	1.13	6.59	4.76	9.02	10.5	11.1	=СУММПРОИЗВ(\$C\$6:\$L\$6:\$C8:\$L8)		>=	148
9	Суха речовина, г	230	120	450	250	112	828	846	850	850	850	=СУММПРОИЗВ(\$C\$6:\$L\$6:\$C9:\$L9)		>=	15800
10	Перетравлений протеїн, г	7	8	23	14	6	49	5	79	85	192	=СУММПРОИЗВ(\$C\$6:\$L\$6:\$C10:\$L10)		>=	1260
11	Сира клітковина, г	14	11	157	75	33	254	364	97	49	54	=СУММПРОИЗВ(\$C\$6:\$L\$6:\$C11:\$L11)		>=	4110
12	Крохмаль, г	6	7	15	8	0	0	0	320	485	455	=СУММПРОИЗВ(\$C\$6:\$L\$6:\$C12:\$L12)		>=	1705
13	Цукор, г	120	35	23	6	2.5	20	3	25	2	55	=СУММПРОИЗВ(\$C\$6:\$L\$6:\$C13:\$L13)		>=	1135
14	Кальцій, г	0.5	0.9	4.9	1.4	1.5	7.2	2.8	1.5	2	2	=СУММПРОИЗВ(\$C\$6:\$L\$6:\$C14:\$L14)		>=	89
15	Фосфор, г	0.5	0.6	1.3	0.4	0.14	2.1	0.8	3.4	3.9	4.3	=СУММПРОИЗВ(\$C\$6:\$L\$6:\$C15:\$L15)		>=	63
16	Магній, г	0.4	0.3	1.3	0.5	0.5	1.7	0.8	1.2	1	1.2	=СУММПРОИЗВ(\$C\$6:\$L\$6:\$C16:\$L16)		>=	25
17	Калій, г	2.6	5.1	111.7	2.9	0.8	17	7.6	5.4	5	10.7	=СУММПРОИЗВ(\$C\$6:\$L\$6:\$C17:\$L17)		>=	96
18	Сірка, г	0.3	0.2	0.9	0.4	0.4	1.7	0.8	1.3	1.3	1.6	=СУММПРОИЗВ(\$C\$6:\$L\$6:\$C18:\$L18)		>=	31
19	Залізо, мг	31	10	208	61	24	287	360	41	50	60	=СУММПРОИЗВ(\$C\$6:\$L\$6:\$C19:\$L19)		>=	1010
20	Каротин, мг	0.3	54	25	20	0	15	4	1.3	0.3	0.2	=СУММПРОИЗВ(\$C\$6:\$L\$6:\$C20:\$L20)		>=	565
21	Співвідношення кількості ячменю до інших концентрованих								-3	1	-3	=СУММПРОИЗВ(\$C\$6:\$L\$6:\$C21:\$L21)		>=	0
22	Співвідношення кількості силосу до інших соковитих	-2	-2		1	-2						=СУММПРОИЗВ(\$C\$6:\$L\$6:\$C22:\$L22)		>=	0
23	Співвідношення кількості сіна до силосу						1	-3				=СУММПРОИЗВ(\$C\$6:\$L\$6:\$C23:\$L23)		>=	0
24	Співвідношення кількості сіна до сінажу			-2			1					=СУММПРОИЗВ(\$C\$6:\$L\$6:\$C24:\$L24)		=	0
25	Концентрованих кормів (mln)						1		1	1	1	=СУММПРОИЗВ(\$C\$6:\$L\$6:\$C25:\$L25)		>=	1.5
26	Грубих кормів (mln)						1		1			=СУММПРОИЗВ(\$C\$6:\$L\$6:\$C26:\$L26)		>=	10
27	Соковитих кормів (mln)	1	1		1	1						=СУММПРОИЗВ(\$C\$6:\$L\$6:\$C27:\$L27)		>=	14
28	Цільова функція (собівартість раціону), у.о.	0.3	0.5	0.16	0.06	0.04	0.18	0.05	0.22	0.26	0.32	=СУММПРОИЗВ(\$C\$6:\$L\$6:\$C28:\$L28)		MIN	

Рис. 1. Початкові дані та розрахункові формули для розв'язання задачі

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
2	Числова економіко-математична модель оптимізації раціону годівлі корів у стійловий період													
3	(жива маса складає 500 кг, добовий надій 16 кг)													
4	Показник	Буяки цукрові	Морква	Сінаж різноетрапний	Сінос кукурдзний	Жов буряковий свіжий	Сіно лучне у Фаті цвітній	Солона пшенична	Зерно вівса	Зерно ячне	Зерно гороху	Ліва частина обмеження	Вінне жерно	Обсяг обмеження
5	Змінні	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10			
6	Значення													
7	1	0,24	0,14	0,29	0,2	0,12	0,46	0,2	1	1,15	1,18	0,00	>=	12,6
8	2	2,84	2,2	3,44	2,3	1,13	6,59	4,76	9,02	10,5	11,1	0,00	>=	148
9	3	230	120	450	250	112	828	846	850	850	850	0,00	>=	15800
10	4	7	8	23	14	6	49	5	79	85	192	0,00	>=	1260
11	5	14	11	157	75	33	254	364	97	49	54	0,00	>=	4110
12	6	6	7	15	8	0	0	0	320	485	455	0,00	>=	1705
13	7	120	35	23	6	2,5	20	3	25	2	55	0,00	>=	1135
14	8	0,5	0,9	4,9	1,4	1,5	7,2	2,8	1,5	2	2	0,00	>=	89
15	9	0,5	0,6	1,3	0,4	0,14	2,1	0,8	3,4	3,9	4,3	0,00	>=	63
16	10	0,4	0,3	1,3	0,5	0,5	1,7	0,8	1,2	1	1,2	0,00	>=	25
17	11	2,6	5,1	111,7	2,9	0,8	17	7,6	5,4	5	10,7	0,00	>=	96
18	12	0,3	0,2	0,9	0,4	0,4	1,7	0,8	1,3	1,3	1,6	0,00	>=	31
19	13	31	10	208	61	24	287	360	41	50	60	0,00	>=	1010
20	14	0,3	54	25	20	0	15	4	1,3	0,3	0,2	0,00	>=	565
21	Співвідношення кількості ячменю до інших концентрованих								-3	1	-3	0,00	>=	0
22	Співвідношення кількості силосу до інших соковитих	-2	-2		1	-2						0,00	>=	0
23	Співвідношення кількості сіна до солосу						1	-3				0,00	>=	0
24	Співвідношення кількості сіна до сінажу			-2			1					0,00	=	0
25	Концентрованих кормів (min)						1		1	1	1	0,00	>=	1,5
26	Грубих кормів (min)			1			1					0,00	>=	10
27	Соковитих кормів (min)	1	1		1	1						0,00	>=	14
28	Цільова функція (собівартість раціону), у.о.	0,3	0,5	0,16	0,06	0,04	0,18	0,05	0,22	0,26	0,32	0,00		МІН

Рис. 2. Початкові дані для розв'язання задачі

Використовуючи надбудову «ПОИСК РЕШЕНИЙ» визначимо оптимальний план побудованої задачі та мінімальну вартість щоденного кормового раціону.

Вихідні дані задачі, формули лівої частини кожного обмеження та формула цільової функції приведені в таблиці 4 (рис. 1, 2).

3. Відкриваємо діалогове вікно *Данные – Поиск решения* і вводимо необхідні дані, обмеження та параметри розрахунку (рис. 3):

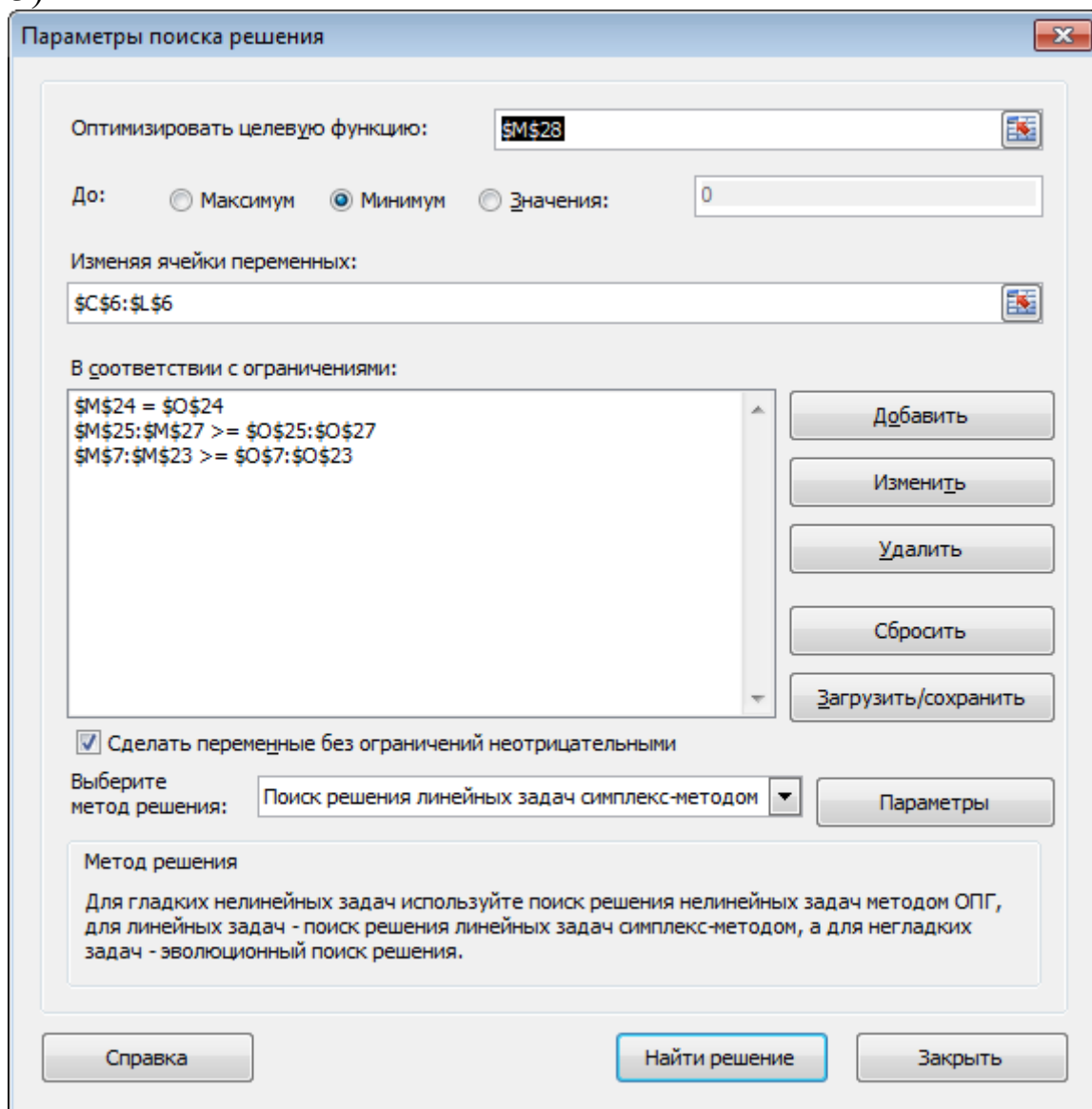


Рис. 3. Діалогове вікно «Поиск решения»

4. Нажимаємо *Найти решение* і отримаємо в клітинках С6:Л6 значення оптимального розв'язку, а в клітинці М28 оптимальне значення цільової функції (рис. 4):

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
2	Числова економіко-математична модель оптимізації раціону годівлі корів у стійловий період													
3	(жива маса складає 500 кг, добовий надій 16 кг)													
4	Показник	Буяки X1	Морква X2	Снаж X3	Силос X4	Жов X5	Сіно X6	Солона X7	Зерно X8	Зерно X9	Зерно X10	Ліва частина обмеження	Обсяг обмеження	
5	Змінні	4,957	0	6,3116	9,9137	0	12,623	4,21	0	3,464	1,15			
6	Значення	0,24	0,14	0,29	0,2	0,12	0,46	0,2	1	1,15	1,18	17,00	>=	12,6
7	1 Кормові одиниці	2,84	2,2	3,44	2,3	1,13	6,59	4,76	9,02	10,5	11,1	211,00	>=	148
8	2 Обмінна енергія, МДж	230	120	450	250	112	828	846	850	850	850	24396,63	>=	15800
9	3 Суха речовина, г	7	8	23	14	6	49	5	79	85	192	1474,41	>=	1260
10	4 Перетравлений протеїн, г	14	11	157	75	33	254	364	97	49	54	6773,85	>=	4110
11	5 Сира клітковина, г	6	7	15	8	0	0	0	320	485	455	2409,32	>=	1705
12	6 Крохмаль, г	120	35	23	6	2,5	20	3	25	2	55	1135,00	>=	1135
13	7 Цукри, г	0,5	0,9	4,9	1,4	1,5	7,2	2,8	1,5	2	2	159,19	>=	89
14	8 Кальцій, г	0,5	0,6	1,3	0,4	0,14	2,1	0,8	3,4	3,9	4,3	63,00	>=	63
15	9 Фосфор, г	0,4	0,3	1,3	0,5	0,5	1,7	0,8	1,2	1	1,2	44,82	>=	25
16	10 Магній, г	2,6	5,1	111,7	2,9	0,8	17	7,6	5,4	5	10,7	1022,89	>=	96
17	11 Калій, г	0,3	0,2	0,9	0,4	0,4	1,7	0,8	1,3	1,3	1,6	42,31	>=	31
18	12 Сірка, г	31	10	208	61	24	287	360	41	50	60	7451,34	>=	1010
19	13 Залізо, мг	0,3	54	25	20	0	15	4	1,3	0,3	0,2	565,00	>=	565
20	14 Каротин, мг													0
21	Співвідношення кількості ячменю до інших концентрованих								-3	1	-3	0,00	>=	0
22	Співвідношення кількості силосу до інших соковитих	-2	-2		1	-2						0,00	>=	0
23	Співвідношення кількості сіна до силосу						1	-3				0,00	>=	0
24	Співвідношення кількості сіна до сінажу			-2								0,00	=	0
25	Концентрованих кормів (min)								1	1	1	4,62	>=	1,5
26	Грубих кормів (min)			1			1	1				23,14	>=	10
27	Соковитих кормів (min)	1	1		1	1						14,87	>=	14
28	Цільова функція (собівартість раціону), у.о.	0,3	0,5	0,16	0,06	0,04	0,18	0,05	0,22	0,26	0,32	6,84		МІН

Рис. 4. Економіко-математична модель оптимізації кормового раціону в матричному вигляді

ВИСНОВОК

Отриманий оптимальний розв'язок означає, що мінімальна вартість добового раціону 6,84 грн забезпечить отримання добового надою молока від корови 16 кг.

При цьому раціон включатиме 4,96 кг цукрових буряків, 6,31 кг сінажу різнотравного, 9,91 кг силосу кукурудзяного, 12,62 кг сіна лучного у фазі цвітіння, 4,21 кг соломи пшеничної, 3,46 кг зерна ячменю, 1,16 кг зерна гороху і не включатиме зовсім моркви, жому бурякового свіжого, зерна вівса. Раціон за поживністю відповідає нормі годівлі тварин.

Практична робота № 5

«Економіко-математична модель оптимізації структури посівних площ»

Мета роботи. Засвоїти методи побудови економіко-математичних моделей оптимізації структури посівних площ засобами Excel.

Порядок виконання роботи. Завдання вибирати згідно свого варіанту N – порядкового номеру студента у групі.

Задача

Господарство має 1200 га оранки, на яких може вирощувати зернові та просапні культури. Площа зернових у структурі посівних площ повинна бути від 40 до 60%, площа цукрових буряків не повинна перевищувати 15%, а площа соняшника або картоплі – не більше 10%. Площа озимих повинна бути не більше 50% максимальної площі зернових. Площа ярої пшениці співвідноситься до озимої пшениці як 1:10. Підприємство повинно виробити не менше: 15600 ц зерна (в тому числі 7050 ц пшениці), 10500 ц цукрового буряку, 1050 ц соняшника або 8720 ц картоплі, 530 ц проса або гречки. Крім цього для галузі тваринництва необхідно: соломи – 17400 ц, кукурудзи на силос (зелений корм) – 15570 ц.

В якості критерію оптимальності виступає прибуток від товарної продукції рослинництва.

Культури для розробки економіко-математичної моделі вибрати згідно варіанту N (табл. 1), числові дані взяти довільно з заданого діапазону (табл. 2).

Розробити економіко-математичну модель, змінними в якій будуть площі під кожен культуру (x_1, x_2, \dots, x_8) , валові збори культур $(x_9, x_{10}, \dots, x_{16})$, загальні витрати на виробництво продукції (x_{17}) , виручка від реалізації товарної продукції рослинництва (x_{19}) .

Таблиця 1

Культури, що будуть висіватися в господарстві

Варіант	Зернові								Просапні				
	озима пшениця	яра пшениця	горох	гречка	овес	жито	ячмінь	просо	цукровий бурак	соняшник	кукурудза на з/к	кукурудза на силос	картопля
1	1	1	1	1	1				1	1	1		
2	1	1	1		1			1	1			1	1
3	1	1		1			1	1	1	1	1		
4	1	1	1	1	1				1			1	1
5	1	1	1				1	1	1		1		1
6	1	1	1			1		1	1		1		1
7	1	1				1	1	1	1	1	1		
8	1	1	1	1	1				1			1	1
9	1	1	1	1		1			1			1	1
10	1	1	1				1	1	1	1	1		
11	1	1				1	1	1	1		1		1
12	1	1	1	1		1			1	1		1	
13	1	1	1	1			1		1	1		1	
14	1	1			1	1		1	1	1	1		
15	1	1		1		1		1	1			1	1
16	1	1	1				1	1	1		1		1
17	1	1		1		1		1	1		1		1
18	1	1	1	1		1			1	1		1	
19	1	1	1		1			1	1	1		1	
20	1	1	1	1		1			1		1		1
21	1	1	1		1			1	1		1		1
22	1	1		1	1			1	1	1		1	
23	1	1			1		1	1	1			1	1
24	1	1	1	1	1				1	1		1	
25	1	1	1				1	1	1			1	1
26	1	1				1	1	1	1	1		1	
27	1	1	1	1			1		1			1	1
28	1	1	1			1		1	1		1		1
29	1	1				1	1	1	1	1		1	
30	1	1	1	1	1				1	1		1	

Таблиця 2

Вихідні дані для розробки економіко-математичної моделі

Культура	Урожайність, ц/га				Затрати на 1 га, грн		Ціна реалізації 1 ц, грн
	основна продукція		побічна продукція		min	max	
	min	max	min	max			min
Озима пшениця	32	49	40	60	170	620	40
Яра пшениця	27	36	27	36	320	500	40
Ячмінь	22	37	22	37	320	450	38
Овес	19	32	19	32	320	450	30
Гречка	7	15			320	490	44
Просо	16	26	16	26	320	480	29
Жито	25	35	25	35	320	480	28
Горох	16	24	16	24	320	520	45
Цукровий буряк	131	300			985	2650	16
Соняшник	17	24			520	750	90
Картопля	140	300			1200	2980	50
Кукурудза на з/к	160	260			300	400	
Кукурудза на силос	165	260			300	400	

Методичні рекомендації до виконання роботи

Задача

Господарство має 1200 га оранки, на яких може вирощувати зернові та просапні культури. Площа зернових у структурі посівних площ повинна бути від 40 до 60%, площа цукрових буряків не повинна перевищувати 15%, а площа соняшника або картоплі – не більше 10%. Площа озимих повинна бути не більше 50% максимальної площі зернових. Площа ярої пшениці співвідноситься до озимої пшениці як 1:10.

Підприємство повинно виробити не менше: 15600 ц зерна (в тому числі 7050 ц пшениці), 10500 ц цукрового буряку, 1050 ц соняшника або 8720 ц картоплі, 530 ц проса або гречки.

Крім цього для галузі тваринництва необхідно: соломи – 17400 ц, кукурудзи на силос (зелений корм) – 15570 ц.

В якості критерію оптимальності виступає прибуток від товарної продукції рослинництва.

Культури для розробки економіко-математичної моделі вибрані згідно свого варіанту з таблиці 1 (табл. 1.1), числові дані для розрахунків наведено в таблиці 2.

Таблиця 1.1

Культури, що будуть висіватися в господарстві	
Зернові	Просапні
озима пшениця	цукровий буряк
яра пшениця	картопля
гречка	кукурудза на силос
жито	
горох	

Розробити економіко-математичну модель, змінними в якій будуть площі під кожен культуру (x_1, x_2, \dots, x_8) , валові збори культур $(x_9, x_{10}, \dots, x_{16})$, загальні витрати на виробництво продукції (x_{17}) , виручка від реалізації товарної продукції рослинництва (x_{19}) .

Розв'язання

1. Згідно умови задачі числові дані візьмемо довільно з заданого діапазону із таблиці 2 (табл. 3).

Таблиця 3

Вихідні дані для розробки економіко-математичної моделі

Культура	Урожайність, ц/га		Затрати на 1 га, грн	Ціна реалізації 1 ц, грн
	основна продукція	побічна продукція		
Озима пшениця	32	40	540	40
Яра пшениця	30	30	320	40
Гречка	9		380	44
Жито	25	25	356	28
Горох	16	16	397	45
Цукровий буряк	226		1865	16
Картопля	190		1921	50
Кукурудза на силос	178		302	

2. Побудуємо економіко-математичну модель задачі.

Згідно умови на 19-ть змінних задачі $(x_1, x_2, \dots, x_{19})$ накладено наступні обмеження:

1-ше обмеження стосується використання наявної площі:

$$1x_1 + 1x_2 + 1x_3 + 1x_4 + 1x_5 + 1x_6 + 1x_7 + 1x_8 \leq 1200,$$

де x_1, x_2, \dots, x_8 – площі сільськогосподарських культур.

2-ге та 3-тє обмеження задають верхню та нижню межу насиченості сівозміни зерновими культурами, питома вага яких повинна бути від 40% до 60%:

$$1x_1 + 1x_2 + 1x_3 + 1x_4 + 1x_5 \leq 0,60 \cdot 1200, \quad (60\%);$$

$$1x_1 + 1x_2 + 1x_3 + 1x_4 + 1x_5 \leq 720;$$

$$1x_1 + 1x_2 + 1x_3 + 1x_4 + 1x_5 \geq 0,40 \cdot 1200, \quad (40\%);$$

$$1x_1 + 1x_2 + 1x_3 + 1x_4 + 1x_5 \geq 480,$$

де x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 – площі зернових культур.

Обмеження з 4-го по 6-те описують максимальну площу цукрових буряків, озимих та картоплі відповідно:

4-те стосується площі цукрових буряків, яка не перевищує 15%:

$$1x_6 \leq 0,15 \cdot 1200 \Rightarrow 1x_6 \leq 180,$$

де x_6 – площа цукрових буряків;

5-те стосується площі озимих, яка не перевищує 50% максимальної площі зернових:

$$1x_1 \leq 0,50 \cdot 720 \Rightarrow 1x_1 \leq 360,$$

де x_1 – площа озимих;

6-те стосується площі картоплі, яка не перевищує 10%:

$$1x_7 \leq 0,10 \cdot 1200 \Rightarrow 1x_7 \leq 120,$$

де x_8 – площа картоплі.

7-ме обмеження характеризує співвідношення між площею посіву ярої та озимої пшениці:

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{1}{10} \Rightarrow x_1 = 10x_2 \Rightarrow 1x_1 - 10x_2 = 0,$$

де x_1 – площа озимої пшениці; x_2 – площа ярої пшениці.

Група обмежень з 8-го по 12-те задають нижню межу виробництва певної продукції.

8-ме обмеження забезпечує валовий збір зерна не менше 15600 ц:

$$1x_9 + 1x_{10} + 1x_{11} + 1x_{12} + 1x_{13} \geq 15600,$$

де $x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}, x_{13}$ – валові збори озимої пшениці, ярої пшениці, гречки, жита та гороху відповідно;

9-те обмеження забезпечує валовий збір пшениці не менше 7050 ц:

$$1x_9 + 1x_{10} \geq 7050,$$

де x_9, x_{10} – валові збори озимої та ярої пшениці;

10-те обмеження забезпечує валовий збір цукрових буряків не менше 10500 ц:

$$1x_{14} \geq 10500,$$

де x_{14} – валові збір цукрових буряків;

11-те обмеження забезпечує валовий збір гречки не менше 530 ц:

$$1x_{11} \geq 530,$$

де x_{11} – валові збір гречки;

12-те обмеження забезпечує валовий збір картоплі не менше 8720 ц:

$$1x_{15} \geq 8720,$$

де x_{15} – валові збір картоплі.

Обмеження 13-е та 14-е забезпечують потреби тваринництва.

13-те обмеження забезпечує задоволення потреб тваринництва в соломі:

$$40x_1 + 30x_2 + 25x_4 + 16x_5 \geq 17400,$$

де: x_1, x_2, x_4, x_5 – площі зернових культур: озимої пшениці, ярої пшениці, жита та гороху відповідно (коефіцієнти при цих змінних – урожайність соломи відповідних культур);

14-те обмеження забезпечує задоволення потреб тваринництва в силосі:

$$178x_8 \geq 15570,$$

де x_8 – площа кукурудзи на силос.

Обмеження з 15-го по 22-ге забезпечують зв'язок між площею посіву та валовим збором по кожній сільськогосподарській культурі:

15-те обмеження стосується озимої пшениці:

$$32x_1 = x_9 \Rightarrow 32x_1 - x_9 = 0,$$

де x_1 – площа озимої пшениці (32 – урожайність озимої пшениці); x_9 – валовий збір озимої пшениці;

16-те обмеження стосується ярої пшениці:

$$30x_2 = x_{10} \Rightarrow 30x_2 - x_{10} = 0,$$

де x_2 – площа ярої пшениці (30 – урожайність ярої пшениці);
 x_{10} – валовий збір ярої пшениці;

17-те обмеження стосується гречки:

$$9x_3 = x_{11} \Rightarrow 9x_3 - x_{11} = 0,$$

де x_3 – площа гречки (9 – урожайність гречки); x_{11} – валовий збір гречки;

18-те обмеження стосується жита:

$$25x_4 = x_{12} \Rightarrow 25x_4 - x_{12} = 0,$$

де x_4 – площа жита (25 – урожайність жита); x_{12} – валовий збір жита;

19-те обмеження стосується гороху:

$$16x_5 = x_{13} \Rightarrow 16x_5 - x_{13} = 0,$$

де x_5 – площа гороху (16 – урожайність гороху); x_{13} – валовий збір гороху;

20-те обмеження стосується цукрового буряка:

$$226x_6 = x_{14} \Rightarrow 226x_6 - x_{14} = 0,$$

де x_6 – площа цукрового буряка (226 – урожайність цукрових буряків); x_{14} – валовий збір цукрових буряків;

21-те обмеження стосується картоплі:

$$190x_7 = x_{15} \Rightarrow 190x_7 - x_{15} = 0,$$

де x_7 – площа картоплі (190 – урожайність картоплі); x_{15} – валовий збір картоплі;

22-те обмеження стосується кукурудзи на силос:

$$178x_8 = x_{16} \Rightarrow 178x_8 - x_{16} = 0,$$

де x_8 – площа кукурудзи на силос (178 – урожайність кукурудзи на силос); x_{16} – валовий збір кукурудзи на силос.

23-те обмеження акумулює затрати на виробництво продукції:

$$540x_1 + 320x_2 + 380x_3 + 356x_4 + 397x_5 + 1865x_6 + 1921x_7 + 302x_8 = x_{17}$$

або

$$540x_1 + 320x_2 + 380x_3 + 356x_4 + 397x_5 + 1865x_6 + 1921x_7 + 302x_8 - x_{17} = 0,$$

де x_1, x_2, \dots, x_8 – площі сільськогосподарських культур (коефіцієнти при змінних – затрати на 1 га, грн);

x_{17} – загальні затрати на виробництво продукції, грн.

24-те обмеження характеризує затрати на виробництво товарної продукції:

$$540x_1 + 320x_2 + 380x_3 + 356x_4 + 397x_5 + 1865x_6 + 1921x_7 = x_{18},$$

або

$$540x_1 + 320x_2 + 380x_3 + 356x_4 + 397x_5 + 1865x_6 + 1921x_7 - x_{18} = 0,$$

де x_1, x_2, \dots, x_7 – площі товарних сільськогосподарських культур (коефіцієнти при змінних – затрати на 1 га, грн);

x_{18} – загальні затрати на виробництво продукції, грн.

25-те обмеження стосується виручки від реалізації товарної продукції:

$$40x_9 + 40x_{10} + 44x_{11} + 28x_{12} + 45x_{13} + 16x_{14} + 50x_{15} = x_{19},$$

або

$$40x_9 + 40x_{10} + 44x_{11} + 28x_{12} + 45x_{13} + 16x_{14} + 50x_{15} - x_{19} = 0,$$

де $x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{15}$ – валові збори с/г культур (коефіцієнти при змінних – ціна реалізації 1 ц продукції, грн);

x_{19} – виручка від реалізації товарної продукції рослинництва, грн.

В якості критерію оптимальності виступає прибуток від виробництва товарної продукції рослинництва:

$$Z = 1x_{19} - 1x_{18} \rightarrow \max.$$

Економіко-математична модель оптимізації посівних площ в матричному вигляді приведена в таблиці 4 (рис. 1, 2).

		Eкономіко-математична модель оптимізації структури по																	Таблиця 4						
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X		
3		Площа сільськогосподарських культур, т																							
4		Валовий збір, ц																							
5	№	Показник	Ожи́в ої пшениці	Яро́ї пшениці	Гречки	Гороху	Жита	Цукрового буряку	Картоплі	Кукурудзи на силос	Ожи́в ої пшениці	Яро́ї пшениці	Гречки	Жита	Гороху	Цукрового буряку	Картоплі	Кукурудзи на силос	Затрати на виробництво	Затрати на виробництво товарної продукції, грн	Виручка від реалізації товарної продукції, грн	Ліва частина обмеження	обмеження	Обсяг обмеження	
6		Змінні	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12	X13	X14	X15	X16	X17	X18	X19				
7		Значення	1	1	1	1	1	1	1	1															
8	1	Площа ріплі, га	1	1	1	1	1	1	1	1												=СУММПРОИЗВ(С\$7:\$U\$7;С\$3:U\$3)	<=	1200	
9	2	Площа зернових пш. га	1	1	1	1	1	1	1	1												=СУММПРОИЗВ(С\$7:\$U\$7;С\$9:U\$9)	<=	=0.6*Х8	
10	3	Площа зернових грч. га	1	1	1	1	1	1	1	1												=СУММПРОИЗВ(С\$7:\$U\$7;С\$10:U\$10)	>=	=0.4*Х8	
11	4	Площа цукрових буряків, га						1														=СУММПРОИЗВ(С\$7:\$U\$7;С\$11:U\$11)	<=	=0.15*Х8	
12	5	Площа озимих, га	1																			=СУММПРОИЗВ(С\$7:\$U\$7;С\$12:U\$12)	<=	=0.5*Х9	
13	6	Площа картоплі, га							1													=СУММПРОИЗВ(С\$7:\$U\$7;С\$13:U\$13)	<=	=0.1*Х8	
14	7	Співвідношення площі ярог пшениці до площі озимой		-10																		=СУММПРОИЗВ(С\$7:\$U\$7;С\$14:U\$14)	=	0	
15	8	Валовий збір зерна, ц								1												=СУММПРОИЗВ(С\$7:\$U\$7;С\$15:U\$15)	>=	15600	
16	9	Валовий збір пшениці, ц								1												=СУММПРОИЗВ(С\$7:\$U\$7;С\$16:U\$16)	>=	7050	
17	10	Валовий збір цукрового буряка, ц												1								=СУММПРОИЗВ(С\$7:\$U\$7;С\$17:U\$17)	>=	10500	
18	11	Валовий збір гречки, ц											1									=СУММПРОИЗВ(С\$7:\$U\$7;С\$18:U\$18)	>=	530	
19	12	Валовий збір картоплі, ц																			1	=СУММПРОИЗВ(С\$7:\$U\$7;С\$19:U\$19)	>=	8720	
20	13	Погреби тваринництва в соломі, ц	40	30						25	16											=СУММПРОИЗВ(С\$7:\$U\$7;С\$20:U\$20)	>=	17400	
21	14	Погреби тваринництва в силосі, ц								178												=СУММПРОИЗВ(С\$7:\$U\$7;С\$21:U\$21)	>=	15570	
22	15	Виробництво пшениці озимой, ц	32																			=СУММПРОИЗВ(С\$7:\$U\$7;С\$22:U\$22)	=	0	
23	16	Виробництво пшениці ярог, ц		30																		=СУММПРОИЗВ(С\$7:\$U\$7;С\$23:U\$23)	=	0	
24	17	Виробництво гречки, ц			9																	=СУММПРОИЗВ(С\$7:\$U\$7;С\$24:U\$24)	=	0	
25	17	Виробництво жита, ц				25																=СУММПРОИЗВ(С\$7:\$U\$7;С\$25:U\$25)	=	0	
26	19	Виробництво гороху, ц					16															=СУММПРОИЗВ(С\$7:\$U\$7;С\$26:U\$26)	=	0	
27	20	Виробництво цукрового буряка, ц						226														=СУММПРОИЗВ(С\$7:\$U\$7;С\$27:U\$27)	=	0	
28	21	Виробництво картоплі, ц							190													=СУММПРОИЗВ(С\$7:\$U\$7;С\$28:U\$28)	=	0	
29	22	Виробництво кукурудзи, ц								178												=СУММПРОИЗВ(С\$7:\$U\$7;С\$29:U\$29)	=	0	
30	23	Витрати на виробництво																				=СУММПРОИЗВ(С\$7:\$U\$7;С\$30:U\$30)	=	0	
31	24	Затрати на виробництво товарної продукції, грн	540	320	380	356	397	1865	1921	302												=СУММПРОИЗВ(С\$7:\$U\$7;С\$31:U\$31)	=	0	
32	25	Виручка від реалізації товарної продукції, грн									40	40	44	28	45	16	50					=СУММПРОИЗВ(С\$7:\$U\$7;С\$32:U\$32)	=	0	
33		Цільова функція (прибуток), грн																				=СУММПРОИЗВ(С\$7:\$U\$7;С\$33:U\$33)	max		

Рис. 1. Початкові дані та розрахункові формули для розв'язання задачі

3. Використовуючи надбудову «ПОИСК РЕШЕНИЙ» визначимо оптимальний план побудованої задачі та максимальний прибуток від товарної продукції рослинництва.

Вихідні дані задачі, формули лівої частини кожного обмеження та формула цільової функції приведені в таблиці 4 (рис. 1, 2).

4. Відкриваємо діалогове вікно *Данные – Поиск решения* і вводимо необхідні дані, обмеження та параметри розрахунку (рис. 3):

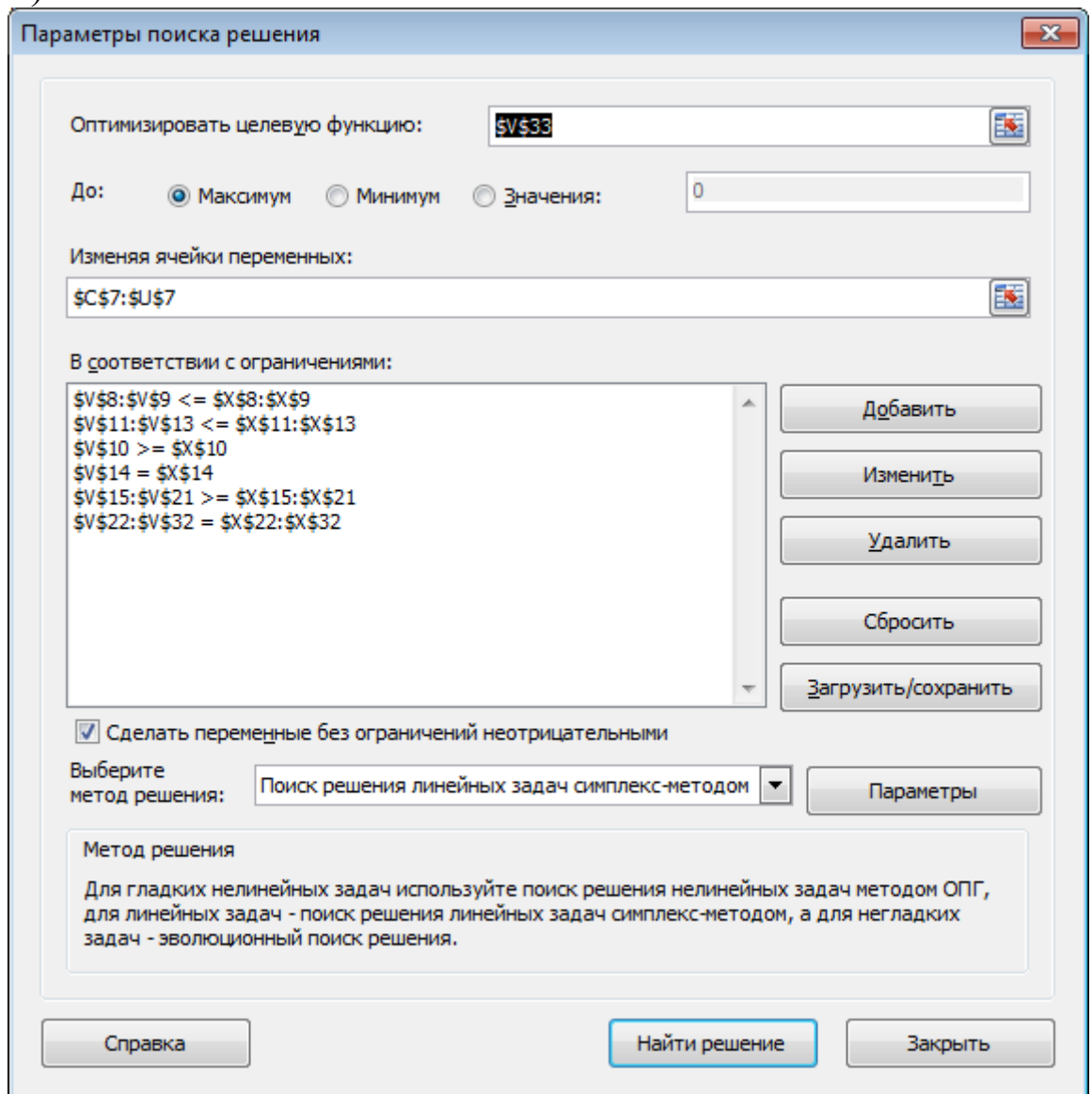


Рис. 3. Діалогове вікно «Поиск решения»

5. Нажимаємо *Найти решение* і отримаємо в клітинках C7:U7 значення оптимального розв'язку, а в клітинці V33 оптимальне значення цільової функції (рис. 4):

Розрахунково-графічна робота
«Моделювання оптимальної структури посівних площ»

Мета роботи. Засвоїти методи побудови економіко-математичних моделей оптимізації структури посівних площ засобами оптимізації Excel.

Завдання

Використовуючи основні економічні показники роботи аграрного підприємства (форми № 50, 24, 29) за три останні роки, побудувати економіко-математичну модель оптимального розвитку підприємства з дотриманням науково обґрунтованих умов та застосуванням сучасних технологій.

Методичні рекомендації до виконання роботи

Титульний лист

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
МИКОЛАЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ ІНСТИТУТ ЕКОНОМІКИ ТА УПРАВЛІННЯ
КАФЕДРА ЕКОНОМІЧНОЇ КІБЕРНЕТИКИ І МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Розрахунково-графічна робота
з навчальної дисципліни
«ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ АНАЛІЗУ І АУДИТУ»

Тема «Моделювання оптимальної структури посівних площ

в _____
(назва господарства)

здобувача вищої освіти групи _____

(ПІБ здобувача)

План роботи

Вступ

1. Організаційно-економічна характеристика господарства та його розташування.

2. Моделювання та оптимізація структури посівних площ.

2.1. Постановка задачі та обґрунтування критерію оптимальності.

2.2. Інформаційна база.

1. Сформувати електронні варіанти звітності за кожний рік (табл. 1–3) та підсумковий варіант за три роки (табл. 4) в табличному редакторі Microsoft Excel (форми № 50, 24, 29).

2. Розрахувати необхідні вихідні дані для побудови моделі (табл. 5–8).

Таблиця 5

Вихідні дані в середньому за 3 роки

Культура	Урожайність, ц/га	Собівартість 1 ц реалізованої продукції, грн	Ціна реалізації 1 ц, грн
	Гр2 / Гр1	Гр6 / Гр4 * 1000	Гр7 / Гр4 * 1000
Озима пшениця			

Таблиця 6

Структура посівних площ

Культура	Фактично в середньому за 3 роки		Розрахунок за моделлю		Відхилення	
	га	%	га	%	га	%
	Гр1 / 3					
Озима пшениця						
...						
Пари						
Всього		100		100		

Таблиця 7

Виробництво продукції

Культура	Фактично в середньому за 3 роки, ц	Розрахунок, ц	Відхилення, ц
	Гр2 / 3		
Озима пшениця			
...			
Всього			

Таблиця 8

Реалізація продукції

Культура	Фактично в середньому за 3 роки		Розрахунок	
	ц	тис. грн	ц	тис. грн
	Гр4 / 3	Гр7 / 3		
Озима пшениця				
...				
Всього				

2.3. Побудова економіко-математичної моделі оптимального розвитку підприємства

Побудувати числову економіко-математичну модель задачі, розв'язати її в табличному редакторі Excel та внести розраховані значення у відповідні графи таблиць 6–8.

Висновки

Виконати порівняльну характеристику отриманих результатів з фактичними даними (табл. 6–8) та зробити економічний аналіз (табл. 9).

Таблиця 9

Ефективність виробництва

Показник	Формула	фактично	розрахунок
Виручка від реалізації продукції, тис. грн	$\text{Гр7} / 3$		
Собівартість реалізованої продукції, тис. грн	$\text{Гр6} / 3$		
Прибуток, тис. грн	Виручка – Собівартість		
Прибуток на 1га, грн	$\frac{\text{Прибуток}}{\text{Площу ріллі}} \cdot 1000$		
Рівень рентабельності, %	$\frac{\text{Прибуток}}{\text{Собівартість}} \cdot 100$		

Визначити ефективність виробництва (табл. 9), зробити висновки та економічне обґрунтування отриманих результатів. Запропонувати шляхи оптимізації та поліпшення роботи підприємства.

Література

Додатки

Питання для поточного та підсумкового контролю знань здобувачів вищої освіти

1. Поняття моделі та економіко-математичного моделювання.
2. Загальна постановка оптимізаційної задачі.
3. Задача планування виробництва (використання ресурсів).
4. Моделі і методи аналізу ефективності інвестицій.
5. Задача структурної оптимізації (складання раціону).
6. Задача раціонального використання виробничих потужностей.
7. Модель оптимізації розподілу продукції підприємства.
8. Балансовий метод. Принципова схема міжгалузевого балансу (МГБ) виробництва та розподілу продукції.
9. Економіко-математична модель міжгалузевого балансу.
10. Продуктивність матриці прямих матеріальних витрат.
11. Модифікації основної схеми міжгалузевого балансу.
12. Етапи дослідження економічних процесів за допомогою економіко-математичних моделей.
13. Вивчення економічного процесу та об'єкта моделювання.
14. Постановка економіко-математичної задачі.
15. Вибір базової моделі або формалізація умов і цілей задачі та побудова її економіко-математичної моделі.
16. Вибір математичного методу розв'язання задачі.
17. Інформаційна характеристика моделі.
18. Побудова числової економіко-математичної моделі.
19. Апробація моделі та отримання перших результатів (розв'язання задачі на ПК).
20. Аналіз отриманих результатів і корегування моделі.
21. Економіко-математичний аналіз оптимального плану та вибір проекту розвитку економічного процесу.
22. Економіко-математична модель оптимізації раціону годівлі тварин. Загальна постановка задачі, інформація для складання моделі та постановка задачі.
23. Економіко-математична модель оптимізації раціону годівлі тварин. Цільова функція та система обмежень задачі.

24. Приклад розробки числової економіко-математичної моделі оптимізації раціону годівлі тварин.
25. Економіко-математична модель оптимізації структури посівних площ. Загальна постановка задачі, інформація для складання моделі та постановка задачі.
26. Економіко-математична модель оптимізації структури посівних площ. Цільова функція та система обмежень задачі.
27. Економіко-математична модель оптимізації машинно-тракторного парку. Загальна постановка задачі.
28. Економіко-математична модель оптимізації машинно-тракторного парку. Інформація для складання моделі та постановка задачі.
29. Економіко-математична модель оптимізації машинно-тракторного парку. Цільова функція та система обмежень задачі.
30. Економіко-математична модель оптимальної структури посівних площ зернових і зернофуражних культур.

Список літературних джерел:

1. Бережна Л. В. Економіко-математичні методи та моделі у фінансах : навч. посіб. / Л. В. Бережна, О. І. Снитюк. – К. : Кондор, 2009. – 301 с.
2. Бережная Е. В. Математические методы моделирования экономических систем : учеб. пособ. / Е. В. Бережная, В. И. Березной. – М. : Финансы и статистика, 2001. – 368 с.
3. Бутко А. Д. Методи і моделі прийняття управлінських рішень в аналізі та аудиті : навч. посіб. / А. Д. Бутко, О. О. Заремба. – К. : Київ, Нац. торг.-екон. ун.-т, 2008. – 323 с.
4. Вітлінський В. В. Моделювання економіки : навч. посіб. / В. В. Вітлінський. – К. : КНЕУ, 2007. – 408 с.
5. Гаркуша Н. М. Моделі і методи прийняття рішень в аналізі та аудиті : навч. посіб. / Н. М. Гаркуша, О. В. Цуканова, О. О. Горошанська. – К. : Знання, 2011. – 591 с.
6. Гатаулин А. М. Экономико-математические методы в планировании сельскохозяйственного производства / А. М. Гатаулин, Г. В. Гаврилов, Л. А. Харитоновна. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Агропромиздат, 1986. – 272 с.
7. Гатаулин А. М. Математическое моделирование экономических процессов в сельском хозяйстве / А. М. Гатаулин, Г. В. Гаврилов, Т. М. Сорокина. – М. : Агропромиздат, 1990. – 432 с.
8. Економіко-математичне моделювання : навч. посіб. / за заг. ред. В. В. Вітлінського ; [В. В. Вітлінський, С. І. Наконечний, О. Д. Шарапов та ін.] – К. : КНЕУ, 2008. – 536 с.
9. Економіко-математичне моделювання : навч. посіб. / за ред. О. Т. Іващука. – Тернопіль: ТНЕУ «Економічна думка», 2008. – 704 с.
10. Економіко-математичне моделювання : навч. посіб. / [Т. С. Клебанова, О. В. Равнева, С. В. Прокопович та ін.]. – Харків : ВД «Інжек», 2012. – 352 с.
11. Жадлун З. О. Економіко-математичне моделювання: навч. посіб. / З. О. Жадлун, Л. В. Галаєва, Н. Г. Шульга. – Київ, 2009. – 231 с.
12. Замков О. О. Математические методы в экономике / О. О. Замков, А. В. Толстопятенко, Ю. Н. Черемных. – М. : ДИС, 1998. – 256 с.

13. Замков О. О. Моделирование народно-хозяйственных процессов : учебн. пособие / О. О. Замков. – МГУ им. М. В. Ломоносова, экон. фак. – М. : Изд-во МГУ, 1986. – 83 с.
14. Зацеркляний М. М. Основи економічної кібернетики : навч. посіб. / М. М. Зацеркляний, О. Ф. Мельников. – Чернівці : ТОВ «Видавництво «Наші книги», 2008. – 392 с.
15. Кабак А. Ф. Економіко-математичні методи і моделі : навч. посіб. / А. Ф. Кабак ; Інститут змісту і методів навчання ; Одеський держ. екон. ун-т. – К., 1996. – 162 с.
16. Кобелев Н. Б. Практика применения экономико-математических методов и моделей : учеб.-практ. пособие / Н. Б. Кобелев. – М. : ЗАО «Финстатинформ», 2000. – 246 с.
17. Лубінець С. В. Моделі і методи прийняття рішень в аналізі та аудиті : навч. посіб. / С. В. Лубінець. – Львів : ПП «Магнолія 2006», 2010. – 261 с.
18. Методичні рекомендації щодо оптимального співвідношення сільськогосподарських культур у сівозмінах різних ґрунтово-кліматичних зон України : наказ Кабінету Міністрів України від 18 липня 2008 року N 440/71. – Режим доступу : https://zakononline.com.ua/documents/show/54725__54725.
19. Моделі і методи прийняття рішень в аналізі та аудиті : навч. посіб. / [О. В. Сметанко, І. С. Шарапова, В. О. Горбачьов та ін.]; за ред. О. В. Сметанко. – К. : Центр учбової літератури, 2013. – 456 с.
20. Новиков Г. И. Сборник задач по вычислительной технике и программированию : учеб. пособие / Г. И. Новиков, Э. И. Пермякова, В. Б. Яковлев. – 3-е изд., перераб. и доп. – М. : Финансы и статистика, 1991. – 144 с.
21. Основи економіко-математичного моделювання : навч. посіб. / Н. М. Лавріненко, С. М. Латинін, В. В. Фортуна, О. І. Бескровний. – Львів : ПП «Магнолія 2006», 2010. – 540 с.
22. Сибаль Я. І. Економіко-математичне моделювання в АПК : навч. посіб. / Я. І. Сибаль, З. С. Кадюк, І. Є. Іваницький. – Львів : «Магнолія 2006», 2013. – 277 с.
23. Тунеев М. М. Экономико-математические методы в организации и планировании сельскохозяйственного производства / М. М. Тунеев, В. М. Сухоруков. – М. : Финансы и статистика, 1986. – 144 с.

24. Федосеев В. В. Экономико-математические методы и модели в маркетинге: учеб. пособие / В. В. Федосеев ; ВЗФЗИ. – М. : АО «Минстатинформ», 1996. – 110 с.

25. Череп А. В. Моделі та методи прийняття рішень в аналізі та аудиті : навч.-метод. посіб. для самост. вивч. / А. В. Череп, Н. М. Шмиголь, О. М. Бутник. – К. : Кондор, 2011. – 328 с.

26. Економетрика : підручник / О. І. Черняк, О. В. Комашко, А. В. Ставицький, О. В. Баженова. – К. : Київський університет, 2010. – 359 с.

27. Шарапов О. Д. Системний аналіз : навч. посіб. / О. Д. Шарапов. – К. : КНЕУ, 2003. – 154 с.

28. Шелобаев С. И. Математические методы и модели в экономике, финансах, бизнесе : учеб. пособ. для вузов / С. И. Шелобаев. – М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2000. – 367 с.

ДЛЯ ПОДАТОК

Навчальне видання

Економіко-математичні моделі аналізу і аудиту

Методичні рекомендації

Укладачі:

Шебаніна Олена В'ячеславівна
Клочан Віра Павлівна
Клочан Ірина Володимирівна та ін.

Формат 60x84 1/16. Ум. друк. арк. 4,6.
Наклад 50 прим. Зам. № _____

Надруковано у видавничому відділі
Миколаївського національного аграрного університету
54020, м. Миколаїв, вул. Георгія Гонгадзе, 9

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 4490 від 20.02.2013 р.