

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
МИКОЛАЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ФАКУЛЬТЕТ МЕНЕДЖМЕНТУ

Кафедра економічної кібернетики і математичного моделювання

## **ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ І МОДЕЛІ В ЗЕМЛЕУСТРОЇ**

методичні рекомендації до практичних занять  
здобувачів вищої освіти ступеня «Бакалавр»  
спеціальності 193 «Геодезія та землеустрій»  
денної форми навчання



**Миколаїв 2021**

Друкується за рішенням науково-методичною комісією факультету менеджменту Миколаївського національного університету від 18.05.2021 року протокол № 9.

Укладачі:

- О. В. Шибаніна – д-р екон. наук, професор, професор кафедри економічної кібернетики і математичного моделювання, Миколаївський національний аграрний університет;
- В. П. Клочан – канд. екон. наук, доцент, завідувач кафедри економічної кібернетики і математичного моделювання, Миколаївський національний аграрний університет;
- І. В. Клочан – д-р екон. наук, доцент, доцент кафедри економічної кібернетики і математичного моделювання, Миколаївський національний аграрний університет;
- С. І. Тищенко – канд. пед. наук, доцент, доцент кафедри економічної кібернетики і математичного моделювання, Миколаївський національний аграрний університет;
- А. М. Могильницька – канд. фіз.-мат. наук, доцент кафедри економічної кібернетики і математичного моделювання, Миколаївський національний аграрний університет;
- В. О. Крайній – канд. екон. наук, доцент кафедри економічної кібернетики і математичного моделювання, Миколаївський національний аграрний університет;
- І. І. Хилько – старший викладач кафедри економічної кібернетики і математичного моделювання, Миколаївський національний аграрний університет.

Рецензенти:

Стройко Т.В. - д-р. екон. наук, професор, завідувач кафедри економіки та менеджменту, Миколаївський національний університет імені В.О. Сухомлинського

Кравчук Л.С. - канд. екон. наук, доцент кафедри менеджменту та маркетингу, Миколаївський національний аграрний університет

## ЗМІСТ

ВСТУП .....	4
ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ ІЗ ДИСЦИПЛІНИ ....	5
Практичне заняття 1. Концептуальні аспекти оптимізаційного моделювання в землеустрої .....	6
Практичне заняття 2. Оптимізаційні моделі в землеустрої: напрями формування та особливості застосування .....	8
Практичне заняття 3. Задача лінійного програмування та методи її розв'язування .....	11
Практичне заняття 4. Теорія достовірності та аналіз лінійних моделей оптимізаційних задач .....	14
Практичне заняття 5. Цілочислове програмування .....	15
Практичне заняття 6. Нелінійні оптимізаційні моделі в землеустрої .....	16
Практичне заняття 7. Принципи побудови економетричних моделей. Парна лінійна регресія .....	18
Практичне заняття 8. Лінійні моделі множинної регресії .....	22
ЗМІСТ, ПИТАННЯ ТА ЛІТЕРАТУРА ЩОДО САМОСТІЙНОГО ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІНИ «ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ І МОДЕЛІ В ЗЕМЛЕУСТРОЇ» .....	29
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ .....	41

## ВСТУП

У сучасних програмах підготовки бакалаврів спеціальності «Геодезія та землеустрій» є курс «Економіко-математичні методи і моделі в землеустрої», який займає одне з ключових місць. Вивчення цього курсу дає можливість засвоїти інструментарій для оцінки економічних процесів, встановлення причинно-наслідкового зв'язку між показниками, розробки прогнозу діяльності підприємства, побудувати моделі, кількісно визначити виробничо-господарські аспекти діяльності суб'єктів господарювання.

Переважає більшість економіко-математичних моделей, використовуваних при підготовці прогнозої, перед-проектної та проектної документації по землеустрою спираються на відповідні типові моделі сільськогосподарського виробництва із більш повним вираженням умов щодо використання земельних угідь, важливим елементом підготовки спеціаліста-землевпорядника стає вивчення способів математичного моделювання кількісних характеристик економічних явищ і процесів, що протікають у сільськогосподарському виробництві, вивчення їх взаємозв'язків та факторіальних залежностей при розвитку економічних систем.

**Предметом вивчення дисципліни** є методологія та інструментарій побудови і розв'язування детермінованих оптимізаційних задач щодо проблем землеустрою.

**Метою курсу** є ознайомлення майбутніх фахівців з математичними методами і моделями, що застосовуються у землеустрої та застосування їх для розв'язання завдань щодо проблем землеустрою.

У структуру курсу включено 9 тем. Основний зміст їх полягає у визначенні оптимального функціонування економічних систем, оптимізаційних математичних моделей, у формуванні й вирішенні задач лінійного програмування, у визначенні аспектів цілочислового програмування і формуванні нелінійних оптимізаційних моделей економічних систем, в оцінці й управлінні ризиком, в економетричному моделюванні в землеустрої.

# **ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ ІЗ ДИСЦИПЛІНИ**

## **Змістовий модуль 1. ОСНОВИ ОПТИМАЛЬНОГО ФУНКЦІОНУВАННЯ ЕКОНОМІЧНИХ СИСТЕМ**

Практичне заняття 1. Концептуальні аспекти оптимізаційного моделювання в землеустрої

Практичне заняття 2. Оптимізаційні моделі в землеустрої: напрями формування та особливості застосування

## **Змістовий модуль 2. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЕКОНОМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ**

Практичне заняття 3. Задача лінійного програмування та методи її розв'язування

Практичне заняття 4. Теорія достовірності та аналіз лінійних моделей оптимізаційних задач

Практичне заняття 5. Цілочислове програмування

Практичне заняття 6. Нелінійні оптимізаційні моделі в землеустрої

## **Змістовий модуль 3 ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ПРИ МОДЕЛЮВАННІ В ЗЕМЛЕУСТРОЇ**

Практичне заняття 7. Принципи побудови економетричних моделей. Парна лінійна регресія

Практичне заняття 8. Лінійні моделі множинної регресії

# ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 1. ОСНОВИ ОПТИМАЛЬНОГО ФУНКЦІОНУВАННЯ ЕКОНОМІЧНИХ СИСТЕМ

## Практичне заняття 1. Концептуальні аспекти оптимізаційного моделювання в землеустрої

### *Питання для обговорення:*

1. Що таке математичне моделювання?
2. Назвіть етапи розвитку математичного моделювання.
3. Які види явищ Ви знаєте?
4. Визначте випадкову величину і її числову характеристику.
5. Назвіть і охарактеризуйте закони розподілу випадкової величини.
6. Як перевіряють статистичні гіпотези?
7. Назвіть етапи попередньої обробки інформації.
8. Охарактеризуйте оптимізаційні моделі і назвіть їх види.
9. У чому полягають задачі умовної і безумовної оптимізації?
10. Які методи використовують для вирішення задач умовної і безумовної оптимізації і в чому вони полягають?

**1 Задача про найкраще використання ресурсів.** Нехай деяка виробнича одиниця (цех, завод, об'єднання і т. п.), виходячи з кон'юнктури ринку, технічних або технологічних можливостей і наявності ресурсів, може випускати  $n$  різних видів продукції (товарів), відомих під номерами, що позначаються індексом  $j$  ( $j = \overline{1, n}$ ). Її позначатимемо  $P_j$ .

Підприємству при виробництві цих видів продукції необхідно обмежитися наявними видами ресурсів, технологій, інших виробничих чинників (сировини, напівфабрикатів, робочої сили, устаткування, електроенергії і т. п.). Усі ці види обмежуючих називають інгредієнтами  $R_i$ . Нехай їх число дорівнює  $m$ ; припишемо їм індекс  $i$  ( $i = \overline{1, m}$ ). Вони обмежені, їх кількість дорівнює  $b_1, b_2, \dots, b_m$  відповідно умовних одиниць. Таким чином,  $b = (b_1; \dots; b_i; \dots; b_m)$  – вектор ресурсів.

Відома економічна вигода (міра корисності) виробництва продукції кожного вигляду, розрахована, скажімо, за відпускнуою ціною товару, його прибутковістю, витратами виробництва, ступенем задоволення потреб і т.п. Визначимо цю міру, наприклад, ціну реалізації  $c_j$  ( $j = \overline{1, n}$ ), тобто  $c = (c_1; c_2; \dots; c_j; \dots; c_n)$  – вектор ціни. Відомі також технологічні коефіцієнти  $a_{ij}$ , які вказують, скільки одиниць  $i$ -го ресурсу необхідно для виробництва одиниці продукції  $j$ -го виду.

Матрицю коефіцієнтів  $a_{ij}$  називають технологічною і позначають буквою  $A$ . Маємо  $A = [a_{ij}]$ . Позначимо через  $x = (x_1; \dots; x_j; \dots; x_n)$  план виробництва, що показує, які види товарів  $\Pi_1, \dots, \Pi_j, \dots, \Pi_n$  потрібно виробляти і в яких кількостях, щоб забезпечити підприємству максимум обсягу реалізації при наявних ресурсах.

Оскільки  $c_j$  – ціна реалізації одиниці  $j$ -ї продукції, ціна  $x_j$  реалізованих одиниць дорівнюватиме  $x_j c_j$ , а загальний обсяг реалізації  $Z = c_1 x_1 + \dots + c_n x_n$ .

Це співвідношення – цільова функція, яку потрібно максимізувати.

Оскільки  $a_{ij} x_j$  – витрати  $i$ -го ресурсу на виробництво  $x_j$  одиниць  $j$ -ї продукції, то, підсумувавши витрату  $i$ -го ресурсу на випуск усіх  $n$  видів продукції, отримаємо загальну витрату цього ресурсу, який не повинен перевищувати  $b_i$  ( $i = \overline{1.m}$ ) одиниць:

$$a_{i1} x_1 + \dots + a_{ij} x_j + \dots + a_{in} x_n \leq b_i. \quad (1.1)$$

Щоб план  $x = (x_1; x_2; \dots; x_j; \dots; x_n)$  був реалізований, разом з обмеженнями на ресурси потрібно накласти умову позитивності на обсягу  $x_j$  випуску продукції:

$$x_j \geq 0 \quad (j = \overline{1.n}). \quad (1.2)$$

Таким чином, модель задачі про найкраще використання ресурсів має вигляд:

$$\max Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (1.3)$$

при обмеженнях:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad (i = \overline{1.m}) \quad (1.4)$$

$$x_j \geq 0 \quad (j = \overline{1.n}) \quad (1.5)$$

Оскільки змінні  $x_j$  входять у функцію  $z(x)$  і систему обмежень тільки в першому ступені, а показники  $a_{ij}, b_i, c_j$  є постійними в плановий період, то співвідношення (1.3) – (1.5) – задача лінійного програмування.

### Практичні завдання

**Завдання 1.** Встановити, при якому обсязі спостережень  $n$  вибірка є генеральною сукупністю, якщо  $P = 0,95$  або  $95\%$ ,  $\varepsilon = 0,85$  і  $\sigma_y = 4,56$ ?

**Завдання 2.** Є вибірка обсягом  $n = 150$  спостережень. Середнє значення по вибірці  $Y = 12,86$ ; середнє квадратичне відхилення  $\sigma_y^2 = 6,24$ ; рівень значущості  $\alpha = 0,05$ ; максимальне значення ознаки  $y_{\max} = 32,64$ , що вивчається; мінімальне –  $y_{\min} = 3,42$ . Визначити можливість використання в подальших дослідженнях  $y_{\max}$  і  $y_{\min}$ .

**Завдання 3.** По двох об'єктах зібрана інформація з наступними кількісними характеристиками:  $n_1 = 54$ ;  $n_2 = 56$ ;  $Y_1 = 16,13$ ;  $Y_2 = 13,5$ ;  $\sigma_{y1}^2 = 65,3$ ;  $\sigma_{y2}^2 = 57,9$ . Визначте рівень значимості при формуванні гіпотези про однорідність сукупності вибірових даних.

**Завдання 4.** Визначити закон розподілу витрат часу проходження рухомим складом маршруту між двома зупинками (хвил.) при  $n = 180$  спостережень і  $y_{\min} = 0,70$ ,  $y_{\max} = 1,57$  хв. Розмір інтервалу складає 0,1. Побудуйте гістограму і полігон розподілу. Розрахуйте показники нормального закону розподілу.

*Джерела: [4, 5, 12, 13, 14, 16, 22, 23, 24, 26, 27, 29, 37, 38, 39, 40, 47, 49, 50, 53, 56, 61, 63, 64, 65, 67, 70, 72, 74, 78, 79, 80].*

## Практичне заняття 2. Оптимізаційні моделі в землеустрої: напрями формування та особливості застосування

### Питання для обговорення:

- 1 Визначте поняття «Модель», які види моделей Ви можете назвати.
- 2 Назвіть основні етапи моделювання.
- 3 Охарактеризуйте оптимізаційні моделі і назвіть їх види.
- 4 У чому полягають задачі умовної і безумовної оптимізації?
- 5 Які методи використовують для вирішення задач умовної і безумовної оптимізації і в чому вони полягають?
- 6 У чому полягають математичні моделі оптимізації випуску продукції, розподілу фінансових ресурсів з оптимізації зростання потужностей підприємства, розподілу капітальних вкладень за проектами?

**1 Задача на визначення оптимального плану виробництва або реалізації продукції при забезпеченні максимального результату.** Фірма – булочно-кондитерський комбінат (БКК) випускає види продукції, перераховані в таблиці 2.1.

Таблиця 2.1

Види продукції

Номер продукції $j$	1	2	3	4	5
Найменування продукції	булки	тістечка	ватрушки	коржики	слойки

Для випуску цих видів продукції необхідні ресурси, які подані в таблиці 1.2, де також вказана кількість кожного виду ресурсу, що є на складі БКК.



Таблиця 2.2

## Види і кількість ресурсу для випуску продукції

Номер ресурсу $i$	1	2	3	4	5
Найменування ресурсу	мука	цукор	масло	сир	яйця
Кількість ресурсу	200 кг	50кг	50 кг	50 кг	500 шт.

У таблиці 2.3 наведена рецептура, тобто необхідна кількість кожного виду ресурсу для вироблення кожного виду продукції.

Таблиця 2.3

## Кількість кожного виду ресурсу для вироблення кожного виду продукції

Продукція $j$ Ресурси $i$	1 Булка	2 Тістечка	3 Ватрушка	4 Коржик	5 Слойка
1 Борошно, кг	0,1	0,04	0,08	0,06	0,05
2 Цукор, кг	0,01	0,05	0,02	0,04	0,03
3 Масло, кг	0	0,05	0,01	0,02	0,02
4 Сир, кг	0	0	0,05	0,02	0,03
5 Яйця, шт.	0,1	0,2	0,2	0,2	0,3

У таблиці 2.4 наведена відпускна ціна на одиницю кожного виду продукції.

Таблиця 2.4

## Відпускна ціна на одиницю кожного виду продукції

Вид продукції $j$	1 Булка	2 Тістечка	3 Ватрушка	4 Коржик	5 Слойка
Відпускна ціна на од. продукції $C_j$ , грн.	0,84	3,2	1,6	1,5	2,1

Фірмі треба визначити такий оптимальний план випуску кожного виду продукції: чого і в якій кількості приготувати, щоб при наявних в БКК ресурсах отримати максимальний дохід від реалізації, тобто максимізувати наступну цільову функцію:

$$D = \sum_{j=1}^5 C_j x_j = \max, \quad (2.1)$$

де  $C_j$  – ціна одиниці  $j$ -го виду продукції

$x_j$  – кількість виробленого  $j$ -го виду продукції.

Обмеження на ресурси задаються системою

$$\sum_{j=1}^5 a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i = \overline{1;5}, \quad (2.2)$$

де  $a_{ij}$  – кількість  $i$ -го ресурсу для виробництва одиниці  $j$  – виду продукції (табл. 2.3);

$b_i$  – кількість  $i$ -го виду ресурсу (табл. 2.2).

*Джерела: [4, 5, 12, 13, 14, 16, 22, 23, 24, 26, 27, 29, 37, 38, 39, 40, 47, 49, 50, 53, 56, 61, 63, 64, 65, 67, 70, 72, 74, 78, 79, 80].*

## ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 2. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЕКОНОМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

### Практичне заняття 3. Задача лінійного програмування та методи її розв'язування

#### *Питання для обговорення:*

1. В чому сутність задач лінійного програмування?
2. Які особливості задач лінійного програмування Ви можете виділити? З  
Розкрийте сутність симплексного методу.
3. Розкрийте алгоритм використання симплексного методу при вирішенні  
задач лінійного програмування.
4. Які ще методи використовують при вирішенні задач лінійного  
програмування?
5. Розкрийте змістовну постановку транспортної задачі.
6. Сформулюйте математичну модель транспортної задачі.
7. Встановіть особливості вирішення закритої транспортної задачі.
8. Охарактеризуйте алгоритм визначення початкового опорного плану в  
транспортній задачі методом північно-західного кута.
9. Визначте напрями формування оптимального опорного плану  
транспортної задачі.

#### **Транспортна задача.**

**Економічна постановка** транспортної задачі є такою.

У пунктах постачання з номерами  $1, \dots, i, \dots, m$  міститься однорідний товар, який потрібно перевезти в пункти споживання  $1, \dots, j, \dots, n$ .

Нехай

$a_i$  - запаси в  $i$ -ому пункті постачання ( $i=1, \dots, m$ );

$b_j$  - потреби  $j$ -ого пункту споживання ( $j=1, \dots, n$ );

$c_{ij}$  - вартість перевезення одиниці товару з  $i$ -ого пункту постачання в  $j$ -ий пункт споживання;

$x_{ij}$  - кількість товару, яка буде перевезена з  $i$ -ого пункту постачання в  $j$ -ий пункт споживання (ці величини потрібно знайти).

Потрібно здійснити всі перевезення з найменшими затратами. У цих вказівках будемо вважати, що загальний обсяг запасів збігається із загальним обсягом потреб (класичне комуністичне суспільство, де всі потреби визначені зверху).

**Математична постановка** цієї задачі, очевидно, така:

Знайти величини  $x_{ij}$  ( $i=1,\dots,m; j=1,\dots,n$ ), які надають мінімум лінійній формі

$$L = c_{11}x_{11} + \dots + c_{ij}x_{ij} + \dots + c_{nm}x_{nm} \rightarrow \min \quad (3.1.)$$

з обмеженнями

$$\begin{cases} x_{11} + \dots + x_{1j} + \dots + x_{1n} = a_1 \\ \dots \\ x_{i1} + \dots + x_{ij} + \dots + x_{in} = a_i \\ \dots \\ x_{m1} + \dots + x_{mj} + \dots + x_{mn} = a_m \end{cases} \quad (3.2.)$$

$$\begin{cases} x_{11} + \dots + x_{i1} + \dots + x_{m1} = b_1 \\ \dots \\ x_{1j} + \dots + x_{ij} + \dots + x_{mj} = b_j \\ \dots \\ x_{1n} + \dots + x_{in} + \dots + x_{mn} = b_n \end{cases} \quad (3.3.)$$

$$a_1 + \dots + a_m = b_1 + \dots + b_n \quad (\text{умова балансу}) \quad (3.4.)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad (i=1,\dots,m; j=1,\dots,n) \quad (3.5.)$$

Спрощений запис транспортної задачі має вигляд:

$$\begin{aligned} L &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min \\ \sum_{j=1}^n x_{ij} &= a_i \quad (i = 1, \dots, m) \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} &= b_j \quad (j = 1, \dots, n) \\ \sum_{i=1}^m a_i &= \sum_{j=1}^n b_j \\ x_{ij} &\geq 0 \quad (i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n) \end{aligned}$$

Представимо можливі перевезення таблицею 3.1.

Таблиця 3.1.

Пункти постачання	Запаси	Пункти споживання, потреби				
		1	.....	j	....	n
		$b_1$	.....	$b_j$	....	$b_n$
1	$a_1$	$c_{11}$ $x_{11}$	....	$c_{1j}$ $x_{1j}$	...	$c_{1n}$ $x_{1n}$
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
i	$a_i$	$c_{i1}$ $x_{i1}$	.....	$c_{ij}$ $x_{ij}$	....	$c_{in}$ $x_{in}$
.....	.....	.....	.....	.....	....	.....
m	$a_m$	$c_{m1}$ $x_{m1}$	....	$c_{mj}$ $x_{mj}$	.....	$c_{mn}$ $x_{mn}$

Це класична задача лінійного програмування. Вона в принципі розв'язується симплексним методом, проте виникають складнощі. Пов'язані з великою ( $n \cdot m$ ) кількістю невідомих. Розроблені спеціальні методи розв'язування транспортної задачі. Ці методи орієнтовані на те, що більшість перевезень (невідомих величин  $x_{ij}$ ) є нульовими.

### Практичні завдання

**Завдання 1.** Фірма виробляє дві моделі А і В збірних книжкових полиць. Їх виробництво обмежено наявністю сировини (високоякісних дощок) і часом

машинної обробки. Для кожного виробу моделі А потрібен 3 м<sup>2</sup> дощок, а для моделі В – 4 м<sup>2</sup>. Фірма може одержувати від своїх постачальників до 1700 м<sup>2</sup> дощок в тиждень. Для кожного виробу моделі А потрібно 12 хв. машинного часу, а для виробу моделі В – 30 хв. В тиждень можна використовувати 160 годин машинного часу. Скільки виробів кожної моделі слід випускати фірмі в тиждень, якщо кожний виріб моделі А приносить 2 грн. прибутку, а кожний виріб моделі В – 4 грн. прибутку?

*Джерела: [4, 5, 12, 13, 14, 16, 22, 23, 24, 26, 27, 29, 37, 38, 39, 40, 47, 49, 50, 53, 56, 61, 63, 64, 65, 67, 70, 72, 74, 78, 79, 80].*

#### **Практичне заняття 4. Теорія достовірності та аналіз лінійних моделей оптимізаційних задач**

##### ***Питання для обговорення:***

- 1 Охарактеризуйте поняття «достовірність».
- 2 Назвіть напрями оцінки достовірності.
- 3 За якими напрямими відбувається аналіз лінійних моделей оптимізаційних задач?
- 4 Охарактеризуйте область допустимих рішень і критерій оптимальності.
- 5 У чому полягає інтерпретація економічних результатів, отриманих на основі лінійних оптимізаційних моделей?
- 6 Назвіть типи невизначеності в задачах ухвалення управлінських рішень.
- 7 Визначте категорію «ризик» в аспекті розвитку сучасних економічних відносин.
- 8 Охарактеризуйте аспекти управління ризиком.
- 9 Назвіть і охарактеризуйте етапи управління ризиком.
- 10 Назвіть основні напрями аналізу при здійсненні управління ризиком.
- 11 У чому полягає кількісна оцінка ризику?
- 12 Які показники використовують для кількісної оцінки ризику.

*Джерела: [1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 14, 18, 21, 23, 26, 29, 30, 31, 32, 41, 42, 43, 48, 49, 51, 52, 55, 56, 57, 58, 60, 61, 62, 63, 66, 68, 69, 71, 75, 76, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 91].*

## Практичне заняття 5. Цілочислове програмування

### Питання для розгляду:

- 1 Охарактеризуйте сутність цілочислового програмування.
- 2 Розкрийте напрями формулювання і вирішення задач цілочислового програмування.
- 3 Які методи використовуються при вирішенні задач цілочислового лінійного програмування? Охарактеризуйте їх.
- 4 Наведіть алгоритм вирішення задач цілочислового програмування.
- 5 У чому полягає метод Гоморі, і наведіть алгоритм вирішення задач цілочислового програмування цим методом?
- 6 В чому полягає метод віток і меж і представте алгоритм вирішення задач цілочислового програмування цим методом?

**Задача на цілочислове програмування.** Знайти оптимальний цілочисловий план задачі  $Z(X) = x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 2x_4 - \max$  за умови:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 15$$

$$2x_1 + 3x_3 + x_4 = 8$$

$$x_j > 0, \quad x_j - \text{цілі числа}, \quad j = 1, 2, 3, 4.$$

**Розв'язання.** Покрокове розв'язання задачі наведено в таблиці 5.1.

Таблиця 5.1

Покрокове розв'язання задачі

Крок	Б	$C_6$	$A_0$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$
0	$A_2$	-3	15	1	1	1	0	
	$A_4$	2	8	2	0	3	1	
	$\Delta_j$		-29	0	0	-2	0	
1	$A_2$	-3	37/3	1/3	1	0	-1/3	0
	$A_3$	5	8/3	2/3	0	1	1/3	0
	$\Delta_t$		-75/3	4/3	0	0	2/3	0
2	$A_5$	0	-2/3	-2/3	0	0	-1/3	1
	$A_2 A_3$	-3	13	1	1	0	0	-1
		5	2	0	0	1	0	1
	$A_4$	2	2	2	0	0	1	-3
	$\Delta_t$		-25	0	0	0	0	2

Оптимальний план задачі без умови цілочисельності.

$X = (0, 37/3, 8/3, 0)$  – для подальшого розв'язання задачі до таблиці оптимального плану додана умова  $-2/3x_1 - 1/3x_4 \leq -2/3$ .

Номер індексу  $g$  вибраний за умови більшої дробової частини компоненти  $a_{j0}$ .  
Маємо:  $g = 2; j = 0: [8/3] = 2, \quad 2 - 8/3 = -2/3; j=1: [2/3] = 0, \quad 0 - 2/3 = -2/3;$   
 $j = 2: [0] = 0, 0 - 0 = 0; j = 3: [0] = 0, 0 - 0 = 0; j = 4: [1/3] = 0, 0 - 1/3 = -1/3.$

Зробивши один крок (в загальному випадку для отримання цілочисельного рішення однієї ітерації, звичайно, недостатньо) методу послідовного уточнення оцінок, отримали оптимальний план цілочисельної задачі  $X^* = (0, 13, 2, 2)$ .

Трудомісткість вирішення цілочисельної задачі обумовлена введенням нових додаткових обмежень і нових змінних. У зв'язку з цим треба дотримуватися наступного правила, що дозволяє за відповідних умов скорочувати поточні таблиці. Додаткова змінна  $x_{p+1}$  вводиться у процесі вирішення з додатковим обмеженням як базова змінна чергового псевдоплану і відразу, на цій же ітерації, переводиться в число небазових компонентів. Якщо на подальших ітераціях, згідно з правилом перетворення таблиці, змінна  $x_{p+1}$  знову виявиться базовою, її значення стане неістотним для основних змінних задачі, так що рядок і стовпець поточної таблиці, який відповідає  $x_{p+1}$ , викреслюють. Правило скорочення таблиць обмежує їх розміри: не більше  $n$  рядків і не більше  $(2n - m)$  стовпців.

Цей алгоритм цілочисельного програмування зводиться до методу послідовного уточнення оцінок з додатковими правилами розширення і скорочення поточної таблиці вирішення задачі.

*Джерела: [1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 14, 18, 21, 23, 26, 29, 30, 31, 32, 41, 42, 43, 48, 49, 51, 52, 55, 56, 57, 58, 60, 61, 62, 63, 66, 68, 69, 71, 75, 76, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 91].*

## **Практичне заняття 6. Нелінійні оптимізаційні моделі в землеустрої**

### ***Питання для розгляду:***

1 Назвіть і охарактеризуйте основні поняття, які пов'язані з нелінійними зв'язками в економічних системах.

2 Визначте поняття нелінійного програмування і сутність вирішення задач нелінійного програмування.

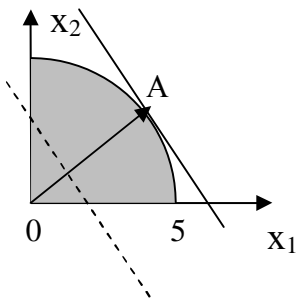
3 Охарактеризуйте графічний метод вирішення задач нелінійного програмування при формуванні нелінійних оптимізаційних моделей.

4 Охарактеризуйте метод Лагранжа вирішення задач нелінійного програмування при формуванні нелінійних оптимізаційних моделей.



**1 Задача нелінійного програмування.** Знайти екстремуми функції  $L(x_1, x_2) = x_1 + 2x_2$  при обмеженнях  $x_1^2 + x_2^2 \leq 25$ ,  $x_1, x_2 \geq 0$ .

**Розв'язання:**



Область допустимого вирішення – це частина кола з радіусом 5, яка розташована в першій чверті. Знайдемо лінії рівня функції  $L$ :  $x_1 + 2x_2 = C$ . Виразимо  $x_2 = \frac{C}{2} - \frac{x_1}{2}$ . Лініями рівня будуть паралельні прямі з кутовим коефіцієнтом, який дорівнює  $-\frac{1}{2}$ .

Мінімум функції досягається в точці  $(0;0)$ ,  $L_{min} = 0$ , оскільки градієнт  $\bar{g}(1,2)$  спрямовано вверх управо. Максимум досягається в точці дотику кривої  $x_2 = \sqrt{25 - x_1^2}$  і лінії рівня. Оскільки кутовий коефіцієнт дотику до графіка функції дорівнює  $-\frac{1}{2}$ , знайдемо координати точки дотику, використовуючи геометричне значення похідної:

$$x_2'(x_0) = -\frac{1}{2}; (\sqrt{25 - x_1^2}) = -\frac{1}{2}; \quad \frac{-2x_0}{2\sqrt{25 - x_0^2}} = -\frac{1}{2}; \Rightarrow x_0 = \sqrt{5}; x_2 = 2\sqrt{5}.$$

$$\text{Тоді } L = \sqrt{5} + 2 \cdot 2\sqrt{5} = 5\sqrt{5}.$$

*Відповідь:* мінімум досягається в точці  $O(0;0)$ , глобальний максимум, дорівнює  $5\sqrt{5}$ , в точці  $A(\sqrt{5}; 2\sqrt{5})$ .

### Практичні завдання

**Завдання 1.** Знайти екстремуми функції  $L(x_1, x_2) = x_1 + 2x_2$  при обмеженнях  $x_1^2 + x_2^2 \leq 25$ ,  $x_1, x_2 \geq 0$ .

**Завдання 2.** Знайти екстремуми функції  $L = (x_1 - 6)^2 + (x_2 - 2)^2$  при обмеженні

$$x_1 + x_2 \leq 8,$$

$$3x_1 + x_2 \leq 15,$$

$$x_1 + x_2 \geq 1,$$

$$x_1 x_2 \geq 0.$$

**Завдання 3.** Знайти екстремуми функції  $L = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 3)^2$  при обмеженнях  $x_1^2 + x_2^2 \leq 25$ ,  $x_1, x_2 \geq 0$ .

*Джерела:* [1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 14, 18, 21, 23, 26, 29, 30, 31, 32, 41, 42, 43, 48, 49, 51, 52, 55, 56, 57, 58, 60, 61, 62, 63, 66, 68, 69, 71, 75, 76, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 91].

## ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 3. ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ПРИ МОДЕЛЮВАННІ В ЗЕМЛЕУСТРОЇ

### Практичне заняття 7. Принципи побудови економетричних моделей. Парна лінійна регресія

#### Питання для розгляду:

1. Назвіть основні принципи при побудові економетричних моделей.
2. Охарактеризуйте основні критерії оцінки адекватності економетричних моделей.
3. Що таке мультиколінеарність? Назвіть причини її виникнення.
4. У чому полягає парний регресійний аналіз?
5. В чому полягає кількісний регресійний аналіз? Який вигляд має кількісна регресійна модель?
6. Проінтерпретуйте отримані результати на основі розробленої Вами багатofакторної економетричної моделі.
7. Охарактеризуйте узагальнені економетричні моделі.
8. Назвіть види узагальнених економетричних моделей і охарактеризуйте їх. Приклад задачі на використання методів економетричного моделювання, що складається із 21 кроків.

**Крок 1. Постановка задачі** включає: а) вибір змінних і їх операційних характеристик (у прикладі – Р, Ф, К) для складання рівняння регресії щодо варіанта завдання; б) теоретичне обґрунтування наявності й математичної форми кореляційної залежності прибутковості (або рівняння витрат) від обох факторів.

**Крок 2. Матриця статистики** складається щодо варіанта завдання за даними 15 підприємств. Наприклад, для варіанта на практичні заняття вона має вигляд (табл. 7.1):

Таблиця 7.1

Матриця статистики

№ підприємства	Р, коп./грн.	Ф, тис. грн./чол.	К, %
1			
2			
...			
15			

Матриця статистики характеризується:

- 1 мірністю, тобто кількістю змінних  $(m+1)$ ;
- 2 обсягом вибірки, тобто кількістю об'єктів спостереження  $(n)$ ;
- 3 обсягом матриці  $(m+1)n$ .

**Крок 3. Показники варіації змінних** розраховують за формулами (наприклад, для змінної P):

– середня арифметична  $P = \frac{1}{15} \sum_{1}^{15} P$  (7.1)

– абсолютний розмах варіації  $R_p = P_{\max} - P_{\min}$ ; (7.2)

– відносний розмах варіації  $i_p = P_{\max}/P_{\min}$ ; (7.3)

– дисперсія (середній квадрат відхилення)

$$D_p = \overline{P^2} - \bar{P}^2; \quad (7.4)$$

– середнє квадратичне відхилення

$$\sigma_p = \sqrt{D_p}; \quad (7.5)$$

– коефіцієнт варіації

$$v_p = \sigma_p / \bar{P}. \quad (7.6)$$

Розрахунок показників варіації змінних рекомендується внести до таблиці 7.2.

Таблиця 7.2

Розрахунок показників варіації змінних (для варіанта  $P = f(\Phi, K)$ )

	<b>P</b>	<b>Φ</b>	<b>K</b>	<b>P<sup>2</sup></b>	<b>Φ<sup>2</sup></b>	<b>K<sup>2</sup></b>
1						
2						
...						
15						
Сума	$\Sigma P$	$\Sigma \Phi$	$\Sigma K$	$\Sigma P^2$	$\Sigma \Phi^2$	$\Sigma K^2$
Середнє	$P$	$\Phi$	$K$	$P^2$	$\Phi^2$	$K^2$
Абсолютний розмах варіації	$R_p$	$R_\Phi$	$R_K$			
Відносний розмах варіації	$i_p$	$i_\Phi$	$i_K$			
Квадрат середнього	$\overline{P^2}$	$\overline{\Phi^2}$	$\overline{K^2}$			
Дисперсія	$D_p$	$D_\Phi$	$D_K$			
Середнє квадратичне відхилення	$\sigma_p$	$\sigma_\Phi$	$\sigma_K$			
Коефіцієнт варіації	$v_p$	$v_\Phi$	$v_K$			

**Крок 4. Поля кореляції** (графічні зображення залежності) будуються за матрицею статистики (табл. 7.1) на міліметровому папері формату А4. Масштаб зображення за осями координат вибирають таким, щоб поле кореляції

виглядало «стоячим», якщо  $i_p > i_{X_i}$  (рис. 7.1,а), «лежачим», якщо  $i_p < i_{X_i}$  (рис. 7.1,б) або квадратним, якщо  $i_p \approx i_{X_i}$  (рис. 7.1, в).

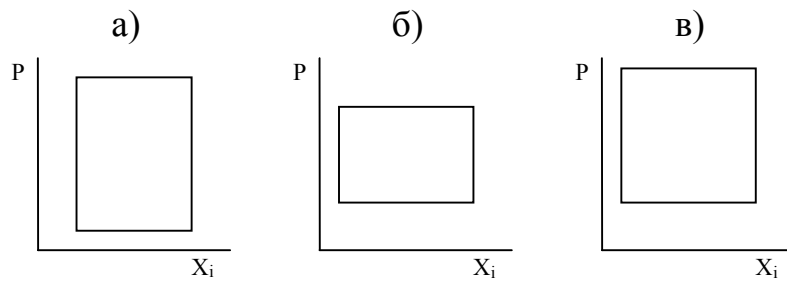


Рисунок 7.1 – Типи полів кореляції

Розмітка координаційної сітки диктується мінімальними і максимальними значеннями змінних, тому площа полів повинна використовуватися повністю. На «міліметровці» повинно залишатися вільне місце з усіх боків, бо до полів кореляції треба звертатися багаторазово для виконання на них розрахункових операцій і графічних побудов (кроки 5, 8, 9, 19, 23).

Аналіз полів кореляції проводиться з метою визначення за графічними критеріями:

- 1 наявності кореляційних залежностей;
- 2 напрямку й математичної форми залежностей;
- 3 кількісної однорідності об'єктів спостереження, зокрема, наявності аномальних об'єктів.

**Крок 5. Аномальні об'єкти спостережень**, тобто об'єкти, що «випадають» із вибіркової сукупності на полях кореляції, визначаються так:

- 1) на поле кореляції накладають прямокутний шаблон двомірного розсіювання з центром у точці  $\bar{P}, \bar{X}_i$  й напівсторонами  $t\sigma_p$  і  $t\sigma_{X_i}$  (рис. 7.2). Коефіцієнт довіри  $t$  беруть за таблицею  $t$ -розподілу Ст'юдента залежно від кількості об'єктів спостереження і бажаної імовірності. За умови, що  $n = 15$  і  $P = 0,95$ ,  $t = 1,76$ .

Об'єкти спостереження, що знаходяться на полі кореляції за межами прямокутного шаблону двомірного розсіювання, вважаються аномальними 1-го роду;

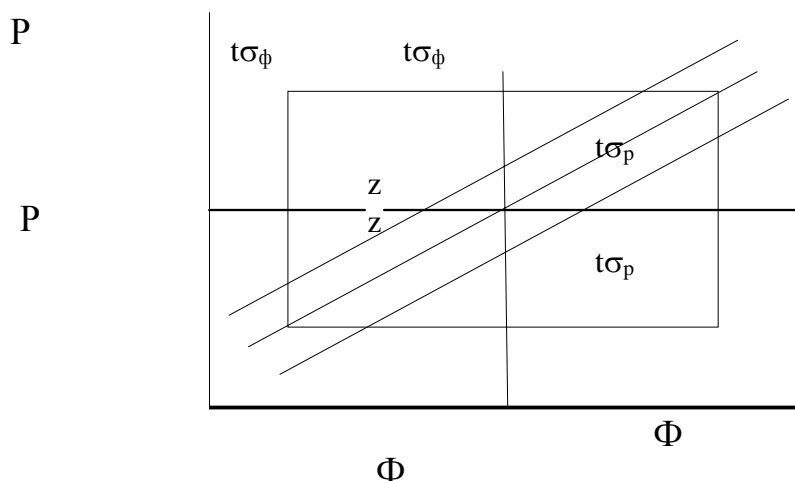


Рисунок 7.2 – Шаблони для виявлення аномальних об’єктів спостереження

2) на поле кореляції наноситься «коридор регресії». Його вісь – це діагональ прямокутного шаблону розсіювання, навколо якої розташовані точки поля кореляції (додатна або від’ємна), а напівширина – це величина, що визначається залежно від бажаної імовірності й щільності полів кореляції за формулою

$$z = tq\sigma_p, \quad (7.7)$$

де  $t$  – коефіцієнт довіри за таблицею нормального розподілу (якщо  $P=0,95$ , то  $t=1,96$ );

$q$  – коефіцієнт щільності поля кореляції, який приймається за шкалою:

- дуже щільне ..... 0,53
- щільне ..... 0,72
- середньої щільності ..... 0,80
- «пухке» ..... 0,87
- дуже «пухке» ..... 0,92

Об’єкти спостереження, що знаходяться за межами «коридору регресії», вважаються аномальними 2-го роду (див. рис. 7.2).

**Крок 6. Для прийняття рішень щодо аномальних об’єктів спостереження** складають зведення аномальних об’єктів.

Таблиця 7.3

Зведення аномальних об’єктів спостереження

№ аномальних об’єктів	1-го роду		2-го роду		Рішення
	Ф	К	Ф	К	
5	–	+	–	–	залишається в матриці
13	+	+	–	+	вилучається з матриці

У таблиці 7.3 вносять всі аномальні об'єкти, виявлені на полях кореляції  $R \leftarrow \Phi$  і  $R \leftarrow K$  за критеріями випадань за межі прямокутника двомірного розсіювання (1-й рід) й «коридору регресії» (2-й рід). Рішення приймають за більшості знаків «+» (випадання) або «-» (невипадання). Якщо кількість знаків «+» і «-» однакова, рішення приймають з урахуванням більшої значущості випадань 2-го роду.

**Крок 7.** Вилучення з матриці аномальних об'єктів викликає необхідність *коригування показників варіації змінних* (див. крок 3). Для цього з табл. 7.2 вилучаються відповідні рядки і перераховуються всі показники, починаючи з рядка «сума».

*Джерела: [17, 18, 19, 20, 22, 28, 34, 35, 36, 44, 45, 46, 50, 59].*

## Практичне заняття 8 Лінійні моделі множинної регресії

### Питання для розгляду:

- 1 У чому полягає кількісний регресійний аналіз? Який вигляд має кількісна регресійна модель?
- 2 Охарактеризуйте етапи побудови багатофакторної економетричної моделі.
- 3 Охарактеризуйте t-критерій Ст'юдента і F-критерій Фішера для оцінки адекватності багатофакторної економетричної моделі.
- 4 Охарактеризуйте тест Дарбіна-Уотсона для оцінки адекватності багатофакторної економетричної моделі.
- 5 Проінтерпретуйте отримані результати на основі розробленої багатофакторної економетричної моделі.
- 6 Охарактеризуйте узагальнені економетричні моделі.
- 7 Назвіть види узагальнених економетричних моделей, охарактеризуйте їх.
- 8 Назвіть основні поняття, визначте сутність динамічних процесів в економіці.
- 9 Що таке часовий ряд, назвіть напрями його оцінки?
- 10 Що таке авто регресія, як будують авторегресійні моделі?
- 11 Назвіть статистичні критерії оцінки автокорельованості залишків, як вони визначаються.

**Крок 8.** Для *розрахунку коефіцієнтів кореляції* необхідно попередньо виконати розрахунок середніх добутоків змінних (табл. 7.4),

## Розрахунок середніх добутоків змінних

<b>j</b>	<b>РФ</b>	<b>РК</b>	<b>ФК</b>
1			
2			
...			
15			
Сума	$\Sigma RF$	$\Sigma RK$	$\Sigma FK$
Середній добуток	$R\bar{F}$	$R\bar{K}$	$F\bar{K}$

після чого виконати розрахунок коефіцієнтів кореляції за формулами

$$\left. \begin{aligned} r_{рф} &= (\overline{РФ} - \bar{P} \cdot \bar{Ф}) / \sigma_p \sigma_{ф} \\ r_{рк} &= (\overline{РК} - \bar{P} \cdot \bar{К}) / \sigma_p \sigma_k \\ r_{фк} &= (\overline{ФК} - \bar{Ф} \cdot \bar{К}) / \sigma_{ф} \sigma_k \end{aligned} \right\} \quad (7.8)$$

Коефіцієнти кореляції показують напрямок і силу впливу факторів на рентабельність («+» додатний, «-» від'ємний). Слід мати на увазі,

що  $-1 \leq r_{рх_i} \leq +1$ .

**Крок 9.** Наявність і сила *мультиколінеарності факторів*, тобто взаємозв'язку між ними оцінюється за повною матрицею коефіцієнтів кореляції:

$$\begin{matrix} & (\Phi) & (K) & (P) \\ \begin{matrix} (\Phi) \\ (K) \\ (P) \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & r_{фк} & r_{рф} \\ r_{кф} & 1 & r_{рк} \\ r_{рф} & r_{рк} & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

за наступною шкалою оцінок (за модулями коефіцієнтів кореляції для загального випадку  $y = f(X_1, X_2)$ ):

- $r_{12} = 0$  – відсутня,
- $0 < r_{12} < r_{yx_i \min}$  – слабка,
- $r_{yx_i \min} < r_{12} < r_{yx_i \max}$  – помірна,
- $r_{yx_i \max} < r_{12} < 1$  – сильна,
- $r_{12} = 1$  – абсолютна, з двох факторів один є зайвим.

**Крок 10.**  $\beta$ -коєфіцієнти, які також визначають напрямок і силу впливу факторів на рентабельність з урахуванням мультиколінеарності, розраховуються за формулою

$$\beta_i = \Delta_i / \Delta_0, \quad (7.9)$$

де  $\Delta_i$  – визначник (детермінант) матриці взаємної кореляції (мультиколінеарності) із заміною в ній  $i$ -го стовпця стовпцем коефіцієнтів кореляції  $r_{px_i}$ .

$$\beta_\phi = \frac{\begin{vmatrix} r_{p\phi} & r_{\phi k} \\ r_{pk} & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & r_{\phi k} \\ r_{k\phi} & 1 \end{vmatrix}}. \quad (7.10)$$

**Крок 11.** Розрахунок *коефіцієнта множинної кореляції* необхідний для визначення сили впливу на рентабельність обох факторів разом, його розраховують за формулою Боярського:

$$R_{p,\phi k} = \sqrt{\frac{-1^\alpha \Delta^*}{\Delta_0}}, \quad (7.11)$$

де  $\alpha$  – порядок повної матриці коефіцієнтів кореляції;

$\Delta^*$  – визначник повної матриці коефіцієнтів кореляції із заміною нижнього правого елемента нулем.

У нашому прикладі формула Боярського має такий вигляд

$$\sqrt{\frac{\Delta^*}{\Delta_0}}.$$

З метою контролю правильності розрахунків рекомендується цей коефіцієнт також визначати за формулою

$$R_{p,\phi k} = \sqrt{r_{p\phi}\beta_\phi + r_{pk}\beta_k}. \quad (7.12)$$

Значення коефіцієнта повинні співпадати, розбіжність можлива лише в кілька тисячних або десятитисячних за рахунок округлення в розрахунках.

**Крок 12.** *Оцінка сили впливу факторів* на рентабельність за допомогою U-критерія Фішера з імовірністю 0,95:

$$U_i \geq 1,96,$$

де  $U_i$  – розрахункове значення U, що визначається за формулою

$$U_i = \sqrt{n} \cdot \lg \frac{1 + |r_{px_i}|}{1 - |r_{px_i}|}. \quad (7.13)$$

Якщо  $U_i \geq 1,96$ , сила впливу  $X_i$  на  $P$  з імовірністю 0,95 визнається достатньою для подальшої участі  $X_i$  у процесі моделювання.



### Крок 13. Оцінка незалежності (автономності) впливу факторів на

рентабельність визначається за допомогою  $\gamma$  -критерія

$$0 < \gamma_i < 1,$$

де  $\gamma_i$  - рівень автономності, що розраховується за формулою

$$\gamma_i = \beta_i / r_{px_i} \quad (7.14)$$

Якщо  $\gamma_i > 0$ , фактор  $X_i$  має певну автономність впливу на рентабельність;  $\gamma_i = 0$  – ніякої автономності він не має і його вплив на рентабельність через мультиколінеарність проявляється завдяки іншим факторам;  $\gamma_i < 0$  – у такому випадку  $i$ -й фактор вилучається з подальшого процесу розробки рівняння регресії.

**Крок 14. Значущість впливу факторів** на рентабельність оцінюється на основі коефіцієнтів множинної кореляції за  $\rho$  - критерієм

$$\rho \geq 1,96,$$

де

$$\rho_i = 0,742\sqrt{n} \sqrt{R_{p.x_1x_2}^2 - r_{px_i}^2} \quad (i, j=1,2; i \neq j) \quad (7.15)$$

У нашому прикладі формула (3.15) для визначення  $\rho_\Phi$  і  $\rho_K$  набуває такого вигляду:

$$\rho_\Phi = 0,742\sqrt{n} \sqrt{R_{p.\Phi K}^2 - r_{pK}^2}; \quad \rho_K = 0,742\sqrt{n} \sqrt{R_{p.\Phi K}^2 - r_{p\Phi}^2}.$$

Якщо  $\rho_i \geq 1,96$ , то з імовірністю 0,95 можна стверджувати, що вплив фактора  $X_i$  достатньо значущий, вагомий для включення його в рівняння регресії.

**Крок 15. Для прийняття рішення щодо включення факторів у рівняння регресії** складають зведення результатів, одержаних на кроках 12, 13, 14 (табл. 7.5).

Таблиця 7.5

Зведення оцінок сили, автономності й значущості впливу факторів

Фактори	$U_i$ $U_i=1,96$	$\rho_i$ $0 < \rho_i < 1$	$U_i$ $U_i=1,96$	Рішення
Ф				
К				

Поради щодо прийняття рішень такі:

1)  $X_i$   $\gamma_i < 0$ , вилучається з матриці (див. крок 13);  
якщо

2) значення  $U_i$  і  $\rho_i$  дуже залежать від обсягу вибірки (див. формули (7.13)

і (3.15)), тому рішення приймають з огляду на порушення вимоги  $n/(m+1) \geq 8$ .

Отже якщо критерії  $U_i$  і  $\rho_i$  виконуються не в повній мірі, обидва фактори треба включати до рівняння регресії.

**Крок 16.** Для обґрунтування математичної форми рівняння регресії необхідно скористатися раніше сформульованими щодо цього висновками з теоретичного обґрунтування (див. крок 1), а також з візуального аналізу полів кореляції (див. крок 4). Ці джерела вибору математичної форми рівняння регресії (пряма, гіпербола, парабола тощо) достатньо надійні й ними можна обмежитися. Нарешті, не буде великої помилки, якщо форма регресії буде прийнята лінійною і модель рівняння регресії матиме такий вигляд (для нашого прикладу):

$$\hat{P} = a_0 + a_1\Phi + a_2K, \quad (7.16)$$

де  $a_0, a_1, a_2$  – коефіцієнти регресії.

Коефіцієнт  $a_0$  показує частину  $P$ , що не залежить від факторів  $\Phi$  і  $K$ ;  $a_1$  визначає, на скільки копійок змінюється  $P$  за рахунок зміни  $\Phi$  на одну тисячу гривень;  $a_2$  визначає зміну  $P$  в копійках при зміні  $K$  на один відсоток.

**Крок 17.** Для розрахунку коефіцієнтів регресії  $a_0, a_1$  і  $a_2$  методом найменших квадратів слід скласти систему нормальних рівнянь і вирішити її. У нашому прикладі в разі вибору лінійної форми регресії ця система така:

$$\left. \begin{aligned} \sum P &= n \cdot a_0 + a_1 \sum \Phi + a_2 \sum K \\ \sum P\Phi &= a_0 \sum \Phi + a_1 \sum \Phi^2 + a_2 \sum K\Phi \\ \sum PK &= a_0 \sum K + a_1 \sum \Phi K + a_2 \sum K^2 \end{aligned} \right\} \quad (7.17)$$

Для контролю правильності розрахунків коефіцієнтів регресії рекомендується варіант розрахунку їх через  $\beta$ -коефіцієнти, а саме

$$a_i = \beta_i \frac{\sigma_p}{\sigma_{x_i}}, \quad a_0 = \bar{P} - \sum a_i \bar{X}_i. \quad (7.18)$$

Ця перевірка можлива за умови, що обидва фактори включені до рівняння регресії. Отже, модель рівняння регресії (7.16) набуде конкретного вигляду.

**Крок 18.** Розрахунок оцінок рентабельності за рівнянням регресії необхідний, по-перше, для контролю правильності розрахунку коефіцієнтів регресії і, по-друге, для визначення помилок апроксимації. Розрахунки доцільно ввести до таблиці 7.6.

## Розрахунок оцінок рентабельності

№ підприємства	P <sub>j</sub>	Розрахунок оцінок				Помилка апроксимації $\hat{P}_j / P_1$	Те саме, %
		a0	a1Ф	a2К	$\hat{P}_j$		
1							
2							
Всього	$\Sigma P_j$	X	X	X	$\Sigma \hat{P}_j$	0	X

Необхідною (хоча і не достатньою) умовою правильності розрахунку коефіцієнтів регресії є

$$\sum P_j = \sum \hat{P}_j.$$

**Крок 19. Розрахунок кореляційного відношення** проводять за формулою

$$\eta = \sqrt{D_{\hat{P}} / D_P}, \quad (7.19)$$

де  $D_{\hat{P}}$  – дисперсія оцінок рентабельності, визначених у таблиці 7.6, яка розраховується так само, як і дисперсія фактичних значень, за формулою (7.4), тобто в даному разі

$$D_P = \overline{P^2} - \bar{P}^2$$

Слід пам'ятати, що оскільки  $\sum \hat{P}_j = \sum P_j$  то  $\widehat{\bar{P}}_j = \bar{P}_j$ . Для визначення середнього квадрата оцінок рентабельності треба скласти таблиці 7.7.

Таблиця 7.7

## Розрахунок середнього квадрата оцінок рентабельності

№ підприємства	$\hat{P}_j$	$\hat{P}_j^2$
1		
2		
Сума	$\sum P_j$	$\sum \hat{P}_j^2$
Середнє	$\bar{P}_j$	$\hat{P}_j^2$

Величину дисперсії  $D_P$  беруть за таблицею кроку 7.

Для контролю правильності визначення  $\eta$  слід керуватися наступним:

1) якщо обидва фактори залишилися у рівнянні регресії, то (див. крок 11)  $\eta = R_{p,фк}$ ;

2) якщо до рівняння регресії введено тільки один (і-й) фактор, то  $\eta = r_{рх_i}$ .

**Крок 20 Розрахунок помилки апроксимації** включає:

1 визначення середньої помилки апроксимації за формулою

$$\bar{\varepsilon} = \sigma_{р\sqrt{1 - \eta^2}}; \quad (7.20)$$

2 визначення граничної помилки апроксимації з певною імовірністю її неперевищення. Якщо прийнятна імовірність 0,95, то гранична помилка така:

$$\Delta_p = 1,96 \cdot \bar{\varepsilon}. \quad (7.21)$$

Гранична помилка апроксимації є довірчою границею визначення  $P$  за рівнянням регресії ( $P=0,95$ )

$$\hat{P} - \Delta_p \leq P \leq \hat{P} + \Delta_p.$$

Бажано перевірити виконання цієї умови за даними таблиці 7.7.

**Крок 21 Економічна інтерпретація рівняння регресії** повинна включати:

1) операційні характеристики змінних (у нашому прикладі  $P$ ,  $\Phi$  і  $K$  – див. крок 1);

2) розкриття змісту й одиниці виміру коефіцієнтів регресії  $a_0$ ,  $a_1$  і  $a_2$  – див. крок 16);

3) те саме довірчої границі помилки апроксимації;

4) оцінку якості отриманого рівняння регресії, у нашому прикладі

$$P = a_0 + a_1\Phi + a_2K \pm \Delta_p \quad (P=0,95).$$

У висновках бажано вказати, для яких цілей можна використовувати отримане рівняння регресії рентабельності.

**Джерела:** [17, 18, 19, 20, 22, 28, 34, 35, 36, 44, 45, 46, 50, 59, 63, 80].

**ЗМІСТ, ПИТАННЯ ТА ЛІТЕРАТУРА  
ЩОДО САМОСТІЙНОГО ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІНИ  
«ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ І МОДЕЛІ В ЗЕМЛЕУСТРОЇ»**

Самостійне вивчення окремих питань дисципліни «Математичні методи і моделі в землеустрої» здійснюється на підставі рекомендованої літератури.

Розподіл часу самостійної роботи студентів відповідно до кожної теми наведений у таблиці 1.

Таблиця 1

Самостійна робота студентів денної форми навчання

№ з/п	Назва теми	Кількість годин	
		денна	заочна
1	Концептуальні аспекти оптимізаційного моделювання в землеустрої. Оптимізаційні моделі в землеустрої	2	1
2	Задача лінійного програмування та методи її розв'язування. Теорія достовірності та аналіз лінійних моделей оптимізаційних задач	6	1
3	Цілочислове програмування	6	1
4	Нелінійні оптимізаційні моделі в землеустрої	6	1
5	Аналіз та управління ризиком	6	1
6	Система показників кількісного оцінювання ступеня ризику	6	1
7	Принципи побудови економетричних моделей. Парна лінійна регресія	6	1
8	Лінійні моделі множинної регресії	6	1
Разом		44	8

## **Тема 1 Концептуальні аспекти оптимізаційного моделювання в землеустрої. Оптимізаційні моделі в землеустрої**

1.1 Визначення оптимізаційного моделювання. Моделювання як метод наукового пізнання.

1.2 Види моделей.

1.3 Оптимізаційне моделювання у процесі прийняття управлінських рішень.

1.4 Основні етапи моделювання.

1.5 Особливості математичних моделей оптимізації.

1.6 Модель оптимального планування виробництва.

1.7 Оптимізаційні моделі розподілу фінансових ресурсів.

1.8 Розподіл капітальних вкладень по проектах.

1.9 Задачі безумовно та умовно оптимізації та методи їх розв'язування.

*Питання, що виносяться на самостійне вивчення:*

1 Напрями здійснення оптимізаційного моделювання.

2 Основні етапи здійснення оптимізаційного моделювання.

3 Моделювання як метод наукового пізнання.

4 Моделювання в економічних процесах.

5 Моделювання в аспекті управлінської діяльності підприємства.

6 Модель як віддзеркалення землевпорядних процесів.

7 Види моделей.

8 Формування управлінських рішень на основі здійснення оптимізаційного моделювання.

9 Формування математичних моделей оптимізації та їх особливості.

10 Формування моделі оптимального планування виробництва.

11 Сутність моделі оптимального планування виробництва.

12 Особливості моделі оптимального планування виробництва.

13 Формування математичної моделі оптимізації випуску продукції підприємства та її сутність.

14 Особливості математичної моделі оптимізації випуску продукції підприємства.

15 Формування математичної моделі розподілу фінансових ресурсів та її особливості.

16 Сутність та особливості розподілу капітальних вкладень за землевпорядними проектами.

17 Формування задач безумовної та умовної оптимізації.

18 Методи розв'язування задач безумовної та умовної оптимізації.

19 Особливості задач безумовної та умовної оптимізації.

*Питання для самоконтролю:*

1 Визначення сутності оптимізаційного моделювання.

2 Визначення поняття «Модель» і види моделей.

3 Етапи прийняття управлінських рішень.

4 Ступені структуризації проблеми.

5 Основні етапи моделювання.

6 Оптимізаційні моделі та їх види.

7 У чому полягають задачі умовної і безумовної оптимізації?

8 Які методи використовуються для вирішення задач умовної і безумовної оптимізації, в чому вони полягають?

9 У чому полягають математичні моделі оптимізації випуску продукції, розподілу фінансових ресурсів з оптимізації зростання потужностей підприємства, розподілу капітальних вкладень за проектами?

*Рекомендовані джерела:*

- 1) Горчаков А. А. Компьютерные экономико-математические модели. / А. А. Горчаков, И. В. Орлова – Москва : Компьютер, ЮНИТИ, 1995.
- 2) Жданов С. Экономические модели и методы управления. / С. Жданов – Москва : Эльта, 1998г.
- 3) Замков О. О. Математические методы в экономике. / О. О. Замков, А. В. Толстопятенко, Ю. Н. Черемных. – Москва: ДНСС, 1997.
- 4) Скурихин Н. П. Математическое моделирование. / Н. П. Скурихин. – Москва : Высш. шк., 1989.
- 5) Хазанова Л. Математическое моделирование в экономике. / Л. Хазанова. – Москва, 1998.
- 6) Экономико-математические методы и прикладные модели: Уч. пособие для вузов / В. В. Федосеев, А. Н. Гармаш, Д. М. Дайитбегов и др. – Москва : ЮНИТИ, 1999. – с.391

## **Тема 2 Задача лінійного програмування та методи її розв'язування.**

### **Теорія достовірності та аналіз лінійних моделей оптимізаційних задач**

2.1 Сутність лінійного програмування.

2.2 Особливості задач лінійного програмування.

2.3 Основні методи розв'язання задач лінійного програмування.

2.4 Практичні аспекти рішення задач лінійного програмування.

2.5 Теорія достовірності в математичному моделюванні.

2.6 Практичні аспекти використання теорії достовірності в землевпорядних процесах.

2.7 Напрями аналізу лінійних моделей оптимізаційних задач.

*Питання, що виносяться на самостійне вивчення:*

1 Напрями лінійного програмування.

2 Сутність лінійного програмування.

3 Формування задач лінійного програмування.

4 Напрями розв'язання задач лінійного програмування.

5 Методи розв'язання задач лінійного програмування.

6 Практика розв'язання задач лінійного програмування в землевпорядних процесах.

7 Використання теорії достовірності в математичному моделюванні.

8 Особливості теорії достовірності в математичному моделюванні.

9 Особливості аналізу лінійних моделей оптимізаційних задач.

10 Етапи аналізу лінійних моделей оптимізаційних задач.

*Питання для самоконтролю:*

1 Сутність задач лінійного програмування.

2 Особливості задач лінійного програмування.

3 Розкрийте сутність симплексного методу.

4 Розкрийте алгоритм використання симплексного методу при вирішенні задач лінійного програмування.

5 Які ще методи використовують при вирішенні задач лінійного програмування?

6 Теорія достовірності при формуванні математичних моделей.

7 Методи аналізу лінійних моделей оптимізаційних задач.



*Рекомендовані джерела:*

- 1) Горчаков А. А. Компьютерные экономико-математические модели. / А. А. Горчаков, И. В. Орлова – Москва: Компьютер, ЮНИТИ, 1995.
- 2) Жданов С. Экономические модели и методы управления. / С. Жданов. – Москва. Эльта 1998г.
- 3) Замков О. О. Математические методы в экономике. / О. О. Замков, А. В. Толстонаяченко, Ю. Н. Черемных – Москва : ДНСС, 1997.
- 4) Скурихин Н. П. Математическое моделирование. / Н. П. Скурихин. – Москва: Высшая школа 1989.
- 5) Хазанова Л. Математическое моделирование в экономике. / Л. Хазанова. – Москва: 1998.
- 6) Экономико-математические методы и прикладные модели: Уч. пособие для вузов / В. В. Федосеев, А. Н. Гармаш, Д. М. Дайитбегов и др. – Москва : ЮНИТИ, 1999. – с. 391

### **Тема 3 Цілочислове програмування**

- 3.1 Основні поняття і сутність цілочислового програмування.
- 3.2 Алгоритм розв'язування задач цілочислового програмування.
- 3.3 Метод Гоморі.
- 3.4 Метод віток і меж.

*Питання, що виносяться на самостійне вивчення:*

- 1 Поняття цілочислового програмування.
- 2 Сутність цілочислового програмування.
- 3 Напрями розв'язування задач цілочислового програмування.
- 4 Алгоритм здійснення методу Гоморі.
- 5 Особливості використання методу Гоморі.
- 6 Алгоритм здійснення методу віток і меж.
- 7 Особливості використання методу віток і меж.

*Питання для самоконтролю:*

- 1 Характеристика сутності цілочислового програмування.
- 2 Напрями формулювання і вирішення задач цілочислового програмування.
- 3 Методи використання при вирішенні задач цілочислового лінійного програмування. Охарактеризуйте їх.
- 4 Представте алгоритм вирішення задач цілочислового програмування.

5 У чому полягає метод Гоморі, наведіть алгоритм вирішення задач цілочислового програмування цим методом?

6 У чому полягає метод віток і меж, наведіть алгоритм вирішення задач цілочислового програмування цим методом?

*Рекомендовані джерела:*

- 1) Горчаков А. А. Методы экономико-математического моделирования и прогнозирования в новых хозяйственных условиях хозяйствования. / А. А. Горчаков, И. В. Орлова, В. А. Половников – Москва: ВЗФЭИ, 1991.
- 2) Карасев А. И. Математические методы и модели в планировании. / А. И. Карасев, Н. Ш. Кремер, Т. Н Савельева – Москва: Экономика, 1987.
- 3) Конюховский П. Математические методы исследования в экономике– Санкт-Петербург. : Питер, 2000. – 208 с.
- 4) Малыхин В. И. Математическое моделирование экономики. / В. И. Малыхин – Москва: УРАО, 1998.
- 5) Монахов А. Математические методы анализа экономики. / А. Монахов. – СПб. : Питер, 2002. – 176 с.
- 6) Скурихин Н. П. Математическое моделирование. / Н. П. Скурихин. – Москва: Высш. шк., 1989.
- 7) Терехов Л. Л. Экономико- математические методы. / Л. Л. Терехов. – М.: Статистика, 1988.
- 8) Федосеев В. В. Экономико-математические методы и модели в маркетинге. / В. В. Федосеев. – Москва: Финстатинформ, 1996.
- 9) В. В. Федосеев. Экономико-математические методы и прикладные модели: Уч. пособие для вузов – Москва : ЮНИТИ, 1999. – с. 391

#### **Тема 4 Нелінійні оптимізаційні моделі в землеустрої**

4.1 Сутність нелінійних оптимізаційних моделей в землеустрої.

4.2 Використання нелінійних оптимізаційних моделей в землеустрої.

4.3 Методи формування нелінійних оптимізаційних моделей.

*Питання, що виносяться на самостійне вивчення:*

1 Методи формування і використання нелінійних оптимізаційних моделей.

2 Алгоритм формування нелінійних оптимізаційних моделей в оцінці землі та нерухомого майна.

*Питання для самоконтролю:*

- 1 Етапи формування нелінійних оптимізаційних моделей.
- 2 Особливості формування нелінійних оптимізаційних моделей економічних систем.
- 3 Напрями формування нелінійних оптимізаційних моделей економічних систем.

*Рекомендовані джерела:*

- 1) Горчаков А. А. Методы экономико-математического моделирования и прогнозирования в новых хозяйственных условиях хозяйствования. / А. А. Горчаков, И. В. Орлова, В. А. Половников – Москва. : ВЗФЭИ, 1991.
- 2) Карасев А. И. Математические методы и модели в планировании. / А. И. Карасев, Н. Ш. Кремер, Т. Н. Савельева. – Москва. : Экономика. 1987 г.
- 3) Конюховский П. Математические методы исследования в экономике. / П. Конюховский. – СПб. : Питер, 2000. – 208 с.
- 4) Малыхин В. И. Математическое моделирование экономики. / В. И. Малыхин. – Москва. : Изд-во УРАО, 1998.
- 5) Монахов А. Математические методы анализа экономики. / А. Монахов – СПб. : Питер, 2002. – 176 с.
- 6) Скурихин Н. П. Математическое моделирование – Москва.: Высш. шк., 1989.
- 7) Терехов Л. Л. Экономико-математические методы. / Л. Л. Терехов. – Москва.: Статистика, 1988.
- 8) Федосеев В. В. Экономико-математические методы и модели в маркетинге. / В. В. Федосеев. – Москва. : Финстатинформ, 1996.
- 9) Экономико-математические методы и прикладные модели: Уч. пособие для вузов / В. В. Федосеев, А. Н. Гармаш, Д. М. Дайитбегов и др. – Москва. : ЮНИТИ, 1999. – 391 с.

## **Тема 5 Аналіз та управління ризиком**

5.1 Поняття, сутність і зміст невизначеності й ризику.

5.2 Підходи до управління ризиком.

5.3 Етапи процесу управління ризиком.

5.4 Аналіз управління ризиком в землеустрої.

*Питання, що виносяться на самостійне вивчення:*

- 1 Формування і обґрунтування невизначеності в сучасних економічних умовах господарювання України.

2 Формування й визначення ризику в сучасних економічних умовах господарювання України.

3 Управління ризиком в умовах трансформаційних процесів України.

4 Практичні аспекти управління ризиком в землеустрої.

*Питання для самоконтролю:*

1 Типи невизначеності в задачах ухвалення управлінських рішень.

2 Визначте категорію «ризик» в аспекті розвитку сучасних економічних відносин.

3 Охарактеризуйте аспекти управління ризиком.

4 Назвіть і охарактеризуйте етапи управління ризиком.

5 Основні напрями аналізу при здійсненні управління ризиком.

*Рекомендовані джерела:*

- 1) Горчаков А. А. Методы экономико-математического моделирования и прогнозирования в новых хозяйственных условиях хозяйствования. / А. А. Горчаков, И. В. Орлова, В. А. Половников – Москва. : ВЗФЭИ, 1991.
- 2) Карасев А. И. Математические методы и модели в планировании. / А. И. Карасев, Н. Ш. Кремер, Т. Н. Савельева. – Москва. : Экономика. 1987 г.
- 3) Конюховский П. Математические методы исследования в экономике. / П. Конюховский. – СПб. : Питер, 2000. – 208 с.
- 4) Малыхин В. И. Математическое моделирование экономики. / В. И. Малыхин. – Москва. : Изд-во УРАО, 1998.
- 5) Монахов А. Математические методы анализа экономики. / А. Монахов – СПб. : Питер, 2002. – 176 с.
- 6) Скурихин Н. П. Математическое моделирование. / Н. П. Скурихин. – Москва.: Высш. шк., 1989.
- 7) Терехов Л. Л. Экономико- математические методы. / Л. Л. Терехов. – Москва.: Статистика, 1988.
- 8) Федосеев В. В. Экономико-математические методы и модели в маркетинге. / В. В. Федосеев. – Москва. : Финстатинформ, 1996.
- 9) Экономико-математические методы и прикладные модели: Уч. пособие для вузов / В. В. Федосеев, А. Н. Гармаш, Д. М. Дайитбегов и др. – Москва. : ЮНИТИ, 1999. – 391 с.

## **Тема 6 Система показників кількісного оцінювання ступеня ризику**

6.1 Напрями кількісного оцінювання ступеня ризику.

6.2 Оцінка ризику в абсолютному вираженні.

6.3 Оцінка ризику у відносному ризику.

6.4 Допустимий та критичний ризик.

6.5 Оцінка ризику ліквідності.

*Питання, що виносяться на самостійне вивчення:*

1 Етапи кількісного оцінювання ступеня ризику.

2 Особливості кількісного оцінювання ступеня ризику.

3 Показники оцінки ризику в абсолютному вираженні.

4 Показники оцінки ризику у відносному ризику.

5 Визначення допустимого ризику.

6 Визначення критичного ризику.

7 Показники оцінки ризику ліквідності.

*Питання для самоконтролю:*

1 У чому полягає кількісна оцінка ризику?

2 Показники використання для кількісної оцінки ризику.

3 Охарактеризуйте систему кількісних оцінок ризику в абсолютному вираженні.

4 Охарактеризуйте систему показників визначення ризику у відносному виразі.

5 Визначте напрями оцінки допустимого і критичного ризику.

6 Охарактеризуйте напрями оцінки ризику ліквідності.

*Рекомендовані джерела:*

- 1) Горчаков А. А. Методы экономико-математического моделирования и прогнозирования в новых хозяйственных условиях хозяйствования. / А. А. Горчаков, И. В. Орлова, В. А. Половников – Москва. : ВЗФЭИ, 1991.
- 2) Карасев А. И. Математические методы и модели в планировании. / А. И. Карасев, Н. Ш. Кремер, Т. Н. Савельева. – Москва. : Экономика. 1987 г.
- 3) Конюховский П. Математические методы исследования в экономике. / П. Конюховский. – СПб. : Питер, 2000. – 208 с.
- 4) Малыхин В. И. Математическое моделирование экономики. / В. И. Малыхин. – Москва. : Изд-во УРАО, 1998.

- 1) Монахов А. Математические методы анализа экономики. / А. Монахов – СПб. : Питер, 2002. – 176 с.
- 2) Скурихин Н. П. Математическое моделирование. / Н. П. Скурихин. – Москва.: Высш. шк., 1989.
- 3) Терехов Л. Л. Экономико- математические методы. / Л. Л. Терехов. – Москва.: Статистика, 1988.
- 4) Федосеев В. В. Экономико-математические методы и модели в маркетинге. / В. В. Федосеев. – Москва. : Финстатинформ, 1996.
- 5) Экономико-математические методы и прикладные модели: Уч. пособие для вузов / В. В. Федосеев, А. Н. Гармаш, Д. М. Дайитбегов и др. – Москва. : ЮНИТИ, 1999. – 391 с.

## **Тема 7 Принципи побудови економетричних моделей.**

### **Парна лінійна регресія**

- 7.1 Принципи побудови економетричних моделей.
- 7.2 Критерії адекватності економетричної моделі.
- 7.3 Сутність мультиколінеарності, напрями її виявлення.
- 7.4 Парна лінійна регресія.

*Питання, що виносяться на самостійне вивчення:*

- 1 Економетричний аналіз в землевпорядних процесах.
- 2 Напрями побудови економетричних моделей.
- 3 Особливості визначення критеріїв адекватності економетричних моделей.
- 4 Особливості визначення мультиколінеарності.
- 5 Методи виявлення мультиколінеарності.
- 6 Лінійний регресійний аналіз в економетричному моделюванні.

*Питання для самоконтролю:*

- 1 Основні принципи при побудові економетричних моделей.
- 2 Основні критерії оцінки адекватності економетричних моделей.
- 3 Визначення мультиколінеарності. Назвіть причини її виникнення.
- 4 У чому полягає парний регресійний аналіз?

*Рекомендовані джерела:*

- 1) Грубер Й. Економетрія: Посібник для студ. екон. спец., Т. 2. Пер. / Й. Грубер. – Київ. : ЗАТ «Нічлава», 1998. – 295 с.
- 2) Джонстон Д. Ж. Эконометрические методы. / Д. Ж. Джонстон. – Москва.: Финансы и статистика, 1980.
- 3) Дрейпер Н. Прикладной регрессионный анализ. / Н. Дрейпер, Г. Смит – Москва.: Статистика, 1973.
- 4) Доля В. Т. Економетрія. Методичний посібник з вивчення дисципліни (для студентів за напрямками підготовки 0501 «Економіка», 0592 «Менеджмент»). – Харків., ХНАМГ, 2006.
- 5) Доугерти К. Введение в эконометрику: Пер. с англ. / К. Доугерти. – М.: ИНФРА-М, 2001. – 402 с.
- 6) Лещинський О. Л. Економетрія: Навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. / О. Л. Лещинський, В. В. Рязанцева, О. О. Юнькова. – Львів.: МАУП, 2003.-208 с.
- 7) Лук'яненко І. Г. Економетрика: Підручник. / І. Г. Лук'яненко, Л. І. Краснікова – Київ.: Т-во «Знання», КОО, 1998. – 494 с.
- 8) Лук'яненко І. Г. Сучасні економетричні методи у фінансах. Навчальний посібник. / І. Г. Лук'яненко, Ю. О. Городніченко – Київ.: Літера ЛТД, 2002. – 352 с.

## **Тема 8 Лінійні моделі множинної регресії**

1.1 Кількісна регресійна модель множинної регресії.

1.2 Етапи побудови лінійної моделі множинної регресії.

1.3 t-критерій Ст'юдента і F-критерій Фішера в множинному регресійному аналізі.

1.4 Тест Дарбіна-Уотсона для оцінки адекватності економетричної моделі.

1.5 Інтерпретація економетричної моделі.

*Питання, що виносяться на самостійне вивчення:*

1 Особливості формування кількісної лінійної моделі множинної регресії.

2 Кількісні характеристики показників лінійної моделі множинної регресії.

3 Особливості застосування критеріїв адекватності моделі в кількісному регресійному аналізі.

4 Автокореляція в економетричному аналізі.

*Питання для самоконтролю:*

1 У чому полягає кількісний регресійний аналіз. Який вигляд має кількісна регресійна модель?

2 Охарактеризуйте етапи побудови багатофакторної економетричної моделі.

3 Охарактеризуйте t-критерій Ст'юдента і F-критерій Фішера для оцінки адекватності багатофакторної економетричної моделі.

4 Охарактеризуйте тест Дарбіна-Уотсона для оцінки адекватності багатофакторної економетричної моделі.

5 Проінтерпретуйте отримані результати на основі розробленої багатофакторної економетричної моделі.

*Рекомендовані джерела:*

- 1) Грубер Й. Економетрія: Посібник для студ. екон. спец., Т. 2. Пер. / Й. Грубер. – Київ. : ЗАТ «Нічлава», 1998. – 295 с.
- 2) Джонстон Д. Ж. Эконометрические методы. / Д. Ж. Джонстон. – Москва.: Финансы и статистика, 1980.
- 3) Дрейпер Н. Прикладной регрессионный анализ. / Н. Дрейпер, Г. Смит – Москва.: Статистика, 1973.
- 4) Доля В. Т. Економетрія. Методичний посібник з вивчення дисципліни (для студентів за напрямами підготовки 0501 «Економіка», 0592 «Менеджмент»). – Харків., ХНАМГ, 2006.
- 5) Доугерти К. Введение в эконометрику: Пер. с англ. / К. Доугерти. – Москва.: ИНФРА-М, 2001. – 402 с.
- 6) Лещинський О. Л. Економетрія: Навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. – Львів.: МАУП, 2003.-208 с.
- 7) Лук'яненко І. Г. Економетрика: Підручник. / І. Г. Лук'яненко, Л. І. Краснікова – Київ.: Т-во «Знання», КОО, 1998. – 494 с.
- 8) Лук'яненко І. Г. Сучасні економетричні методи у фінансах. Навчальний посібник. / І. Г. Лук'яненко, Ю. О. Городніченко – Київ.: Літера ЛТД, 2002. – 352 с.



## СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ

- 1) Альгин А. П. Грани экономического риска. – Москва. – 1991.
- 2) Ашманов С. А. Введення в математичну економіку. – Москва. : Наука, 1984.
- 3) Балабанов И. Т. Риск-менеджмент. – Москва. : Финансы и статистика, 1996.
- 4) Банди Б. Основы линейного программирования. – Москва. : Радио и связь, 1989.
- 5) Бережная Е. В. Математические методы моделирования экономических систем . – Москва. : Фин. и стат., 2001.
- 6) Бернштейн П. Против Богов. Укрощение риска. Пер. с англ. – Москва. : ЗАО «Олимп-бизнес», 2006.
- 7) Бирман И. Оптимальное программирование. – Москва. : Радио и Связь, 1976.
- 8) Булинская Е. В. Теория риска и перестрахование. Ч. 1 / Е. В. Булинская – М. : МГУ, 2001.
- 9) Буянов В. П. Рискология. Управление рисками. – Москва. – 2002.
- 10) Вітлінський В. В. Ризик у менеджменті / В. В. Вітлінський, С. І. Наконечний – Київ. : Тов. «Борисфен-М», 1996. – 336 с.
- 11) Воробьёв Ю. Л. Управление риском и устойчивое развитие. Человеческое измерение / Ю. Л. Воробьёв, Г. Г. Малинецкий, Н. А. Махутов. – Общественные науки и современность, №6, 2000.
- 12) Высшая математика для экономистов / Под ред. Н. Ш. Кремера. – Москва. : ЮНИТИ, 2003.
- 13) Горчаков А. А. Компьютерные экономико-математические модели.– Москва. : Компьютер, ЮНИТИ, 1995.
- 14) Горчаков А. А. Методы экономико-математического моделирования и прогнозирования в новых хозяйственных условиях хозяйствования. – Москва. : ВЗФЭИ, 1991.
- 15) Грубер Й. Економетрія: Посібник для студ. екон. спец., т. 2. Переклад. – Київ. : ЗАТ «Нічлава», 1998. – 295 с.

- 16) Демченков В. С. Системный анализ деятельности предприятий. – Москва : Финансы и статистика, 1990. – 182 с.
- 17) Джонстон Д. Ж. Эконометрические методы. – Москва. : Финансы и статистика, 1980.
- 18) Доля В. Т. Економетрія. Методичний посібник з вивчення дисципліни (для студентів за напрямами підготовки 0501 «Економіка», 0592 «Менеджмент»). Вид. 2-е. Харків: ХДАМГ, 2002.
- 19) Дрейпер Н. Прикладной регрессионный анализ. – Москва. : Статистика, 1973.
- 20) Доугерти К. Введение в эконометрику: Пер. с англ. – Москва. : ИНФРА-М, 2001. – 402 с.
- 21) Дубров А. М. Моделирование рискованных ситуаций в экономике и бизнесе. – Москва. : «Финансы и статистика», 2001.
- 22) Жданов С. Экономические модели и методы управления. – Москва. : Эльта, 1998.
- 23) Замков О. О. Математические методы в экономике. – Москва. : ДНСС, 1997.
- 24) Ефимова М. Р. Общая теория статистики: учебник. – Москва. : ИНФРА-М, 1998. – 416 с.
- 25) Интрилигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория. – Москва. : Прогресс, 1975, 2003.
- 26) Карасев А. И. Математические методы и модели в планировании. – Москва. : Экономика, 1987.
- 27) Кенэ Ф. Избранные экономические произведения. пер. с франц. – Москва. : Соцэкгиз, 1960. – 551 с.
- 28) Скоков Б. Г. Конспект лекцій з дисципліни «Економетрія» (для студентів 3 курсу, напряму 0305 «Економіка і підприємництво») / Укл.: Б. Г.Скоков, К. А. Мамонов. – Харків: ХНАМГ, 2008. – 59 с.
- 29) Конюховский П. Математические методы исследования в экономике. – Санкт-Петербург. : Питер, 2000. – 208 с.

- 30) Кремер Н. Ш. Исследование операций в экономике; учеб. пособие для вузов. - Москва. ЮНИТИ, 2002. - 407 с
- 31) Лагоша Б.А. Оптимальное управление в экономике. – Москва.: Финстат, 2003.
- 32) Лапуста М. Г. Риски в предпринимательской деятельности. – Москва. : Инфра-М, 1996.
- 33) Ларичев О. И. Теория и методы принятия решений. – Москва. : Логос, 2000.
- 34) Лещинський О. Л. Економетрія: навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. – Львів.: МАУП, 2003. – 208 с.
- 35) Лук'яненко І. Г. Економетрика: Підручник. – Київ.: Т-во «Знання», КОО, 1998. – 494 с.
- 36) Лук'яненко І. Г. Сучасні економетричні методи у фінансах. Навчальний посібник. – Київ. : Літера ЛТД, 2002. – 352 с.
- 37) Ляшенко І.М. Економіко-математичні методи та моделі сталого розвитку. / І. М. Ляшенко. – Київ. : Вища шк., 1999.
- 38) Малыхин В. И. Математическое моделирование экономики / В. И. Малыхин. – Москва. : Из-во УРАО, 1998г.
- 39) Малыхин В. И. Финансовая математика. – Москва. : ЮНИТИ, 2002.
- 40) Малиш Н. А. Моделювання еколого-економічних систем агропромислового комплексу на території радіоактивно забрудненого регіону. Дис. на здоб. вч. ступ. к. е. н. КНУ ім. Тараса Шевченка, 1993.
- 41) Макаревич Л. М. Управление предпринимательскими рисками. – Москва. : Издательство «Дело и Сервис», 2006.
- 42) Малинецкий Г. Г. Управление риском и редкие катастрофические события / Математическое моделирование, т.14, №8, 2002.
- 43) Мерков А.М. Санитарная статистика (пособие для врачей). – Москва. : Медицина., 1976. – 384 с.
- 44) Скоков Б. Г. Методичні вказівки «Використання пакету програм «Statistica» в економетричних дослідженнях» (для студентів 3 курсу денної форми навчання, спец. 6.050200 «Менеджмент організацій») / Укл. Б. Г. Скоков, К. А. Мамонов – Харків.: ХНАМГ, 2007. – 51 с.

- 45) Скоков Б.Г. Методические указания к самостоятельному изучению курса «Экономико-математические методы и модели в планировании и управлении», проведению практических занятий и выполнению контрольных работ (для студентов 4, 5 курсов всех форм обучения, специальности 1722) / Составитель Б. Г. Скоков. – Харьков.: Харьковское межвузовское полиграфическое предприятие, 1988. – 58 с.
- 46) Методична розробка практичного заняття із студентами 4–5 курсів з теми: «Оцінка достовірності результатів дослідження» / Укл. В.Л. Таралло, А.П. Зубович, Е. Ц. Ясинська. – Чернівці, 2001. – 6 с.
- 47) Миксюк С. Ф. Экономико-математические методы и модели. – Мінськ. : БГЭУ, 2006.
- 48) Мішура Ю. С. Теоретично-ймовірнісні та статистичні методи в економетриці та фінансовій математиці / Ю. С. Мішура, В. М. Пархоменко, М. Й. Ядренко – Київ. : Інформтехніка, 1995. – 380 с.
- 49) Монахов А. Математические методы анализа экономики. – Санкт-Петербург.: Питер, 2002. – 176 с.
- 50) Егоров А. А. Об оценке достоверности результатов моделирования боевых действий (операции) объединения ВВС. – Военная теория и практика. С. 60-65.
- 51) Петі У. «Політична арифметика». – Кембрідж: Юніверситі Прес, 1899.
- 52) Петров Е. Г. Методи і засоби прийняття рішень у соціально – економічних системах: Навчальний посібник. – Київ.: Техніка, 2004. – 256с.
- 53) Ракитов А. И. Принципы научного мышления. – Москва.: Политиздат, 1975. – 143 с.
- 54) Рао С. Р. Линейные статистические методы и их применение. – Москва.: Наука, 1968.
- 55) Райзберг Б. А. Предпринимательство и риск. – «Знание». Новое в жизни, науке и технике, 1992. – № 4.
- 56) Риски в современном бизнесе. / П. Г. Грабовый, С. Н. Петрова, С. И. Полтавцев и др. – Москва.: Алане, 1994.

- 57) Руденко А. В. Переход от вероятности к достоверности в доказывании по уголовным делам / Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата юридических наук. – Краснодар, 2001. – 24 с.
- 58) Самойленко М. І. Дослідження операцій (Математичне програмування. Теорія масового обслуговування): Навч. посібник / М. І. Самойленко, Б. Г. Скоков – Харків: ХНАМГ, 2005. – 176 с.
- 59) Сергеев М. Предпринимательский риск и стратегии предпринимателя  
URL: <http://www.fact.ru/archiv/num01/serg.html>
- 60) Сивый В. Б. Математические методы и модели в планировании и управлении жилищно-коммунальным хозяйством: Учеб. пособие для вузов. – Харьков.: Издательство «Основа» при Харьковском государственном университете, 1991. – 208с.
- 61) Скурихин Н. П. Математическое моделирование. – Москва. Высшая школа 1989.
- 62) Сытник В. Ф. Математические модели в планировании и управлении предприятиями. – Киев.: Вища школа, 1985.
- 63) Схрейвер А. Теория линейного и целочисленного программирования: в 2-х томах.; перевод с английского, Изд-во: Москва.: Мир, 1991. – 360 с.
- 64) Терехов Л. Л. Экономико-математические методы. – Москва.: Статистика, 1988.
- 65) Тони Райс Финансовые инвестиции и риск: Пер. с англ. / Тони Райс, Брайан Койли Торгово-издательское бюро ВНУ, 1995. – 592 с.
- 66) Уткин Э. А. Риск-менеджмент: Учебник. – Москва.: Тандем, 1998.
- 67) Федосеев В. В. Экономико-математические методы и модели в маркетинге. / В. В.Федосеев – М.: Финстатинформ, 1996.
- 68) Чернов В. А. Анализ коммерческого риска. – Москва.: Финансы и статистика, 1998.
- 69) Чернышевский Н. Г. Полное собрание сочинений: в 16 т. – Москва.: 1939 – 1953.
- 70) Четыркин Е. М. Статистические методы прогнозирования. – Москва.: Финансы и статистика, 1979.

- 71) Хазанова Л. Математическое моделирование в экономике. – Москва.: 1998.
- 72) Химмельблау Д. Анализ процессов статистическими методами. – Москва.: Наука, 1978.
- 73) Хохлов Н. В. Управление риском: Учеб. пособие для вузов. / Н. В. Хохлов – Москва.: ЮНИТИ-ДАНА, 1999.
- 74) Ху Т. Целочисленное программирование и потоки в сетях.; перевод с английского. 1 Москва.: ЮНИТИ-ДАНА 974.
- 75) Шелобаев С. И. Математические методы и модели в экономике, финансах, бизнесе: Учеб. пособие для вузов. / С. И. Шелобаев – Москва.: ЮНИТИ-ДАНА, 2000.
- 76) Шрейдер Ю. А. Системы и модели. / Ю. А. Шрейдер, А. А. Шаров – Москва.: Радио и Связь, 1982.
- 77) Экономико-математические методы и прикладные модели: Уч. пособие для вузов / В. В. Федосеев, А. Н. Гармаш, Д. М. Дайитбегов и др. – Москва.: ЮНИТИ, 1999. – 391 с.
- 78) Ястремський О. І. Моделювання економічного ризику. – Київ.: Либідь, 1992. – 176 с.
- 79) Ястремський О. І. Основи теорії економічного ризику: Навчальний посібник для студентів економічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Київ.: «АртЕк», 1997. – 248 с.
- 80) Daenzer B. J. Fact-Finding Techniques in Risk Analysis. – AMA, 1970. – P. 63-67.
- 81) Hayes R. И., Wheelwright S. C., Clark K. B. Dynamic Manufacturing: Creating Learning Organization. The Free Press, NY, 1988.
- 82) Head G., Horn S. Essentials of Risk Management. V. 1, ПА, 1991. – P. 136.
- 83) Merrill William C., Fox Karl A. Introduction to Economic statistics. – John. Wiley&Sans, 1970. – 658.
- 84) Robert N. Charette. Applications Strategies for Risk Analisis. McGraw-Hill Book Cjmpany, 1990. New York, N-Y 10020. – ISBN 0-07-010888-9.

- 85) Simon J. D. Political Risk Assessment. – «Columbia Journal of World Business». 17, no. 3. – 1982.
- 86) V.Lofti, C. Pegels. Decision Support System for Production and Operations Managament (DSSPOW). IRWIN, 1991.-359 с.
- 87) Переводчик для мгновенного перевода текстов и документов. – URL: <http://www.ur.freecopy.ru>.
- 88) Коллекция словарей на Всеслова.ру. - URL: <http://www.vseslova.ru>.

Навчальне видання

**ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ  
І МОДЕЛІ В ЗЕМЛЕУСТРОЇ**

Методичні рекомендації

**Укладачі:**

**Шебаніна** Олена В'ячеславівна  
**Клочан** Віра Павлівна  
**Клочан** Ірина Володимирівна та ін.

Формат 60x84 1/16. Ум. друк. арк. 3,0.

Тираж 50 прим. Зам. № \_\_

Надруковано у видавничому відділі  
Миколаївського національного аграрного університету  
54020, м. Миколаїв, вул. Георгія Гонгадзе, 9

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 4490 від 20.02.2013 р.