

УДК 621

ВИЗНАЧЕННЯ ЗАЛИШКОВИХ ЗУСИЛЬ В СТЕРЖНЯХ КАНАТУ

П. М. ПОЛЯНСЬКИЙ, доцент

Г. О. ІВАНОВ, доцент

О. В. БАРАНОВА, асистент

Миколаївський національний аграрний університет

Одним із методів визначення залишкових зусиль в статично невизначених стержневих системах є спосіб зіставлення залишкових деформацій. Який дозволяє суттєво скоротити розрахунки в порівнянні з іншими методами. Скорочення розрахунків досягається завдяки тому, що залишкові зусилля визначаються на основі аналізу деформованого стану елементів системи, без визначення зусиль розвантаження.

Суть способу розглянемо на прикладі класичної статично невизначеної стержневої системи. Залишкові зусилля в стержнях системи, в стані її повного розвантаження, пропорціональні відповідним пружним переміщенням $\bar{\Delta}_1$, $\bar{\Delta}_2$, $\bar{\Delta}_3$. Виходячи з цього, рівняння рівноваги для вказаного стану системи запишемо в такому вигляді:

$$E_1 F_1 \bar{\varepsilon}_1 + E_2 F_2 \bar{\varepsilon}_2 \cos \alpha_2 + E_3 F_3 \bar{\varepsilon}_3 \cos \alpha_3 = 0 \quad (1)$$

де $E_1 F_1, E_2 F_2, E_3 F_3$ – жорсткості стержнів; $\bar{\varepsilon}_1, \bar{\varepsilon}_2, \bar{\varepsilon}_3$ – пружні деформації стержнів в стані повного розвантаження системи.

Ці пружні деформації являють собою відхилення (позитивні або негативні) від відповідних залишкових деформацій $\bar{\varepsilon}_1, \bar{\varepsilon}_2, \bar{\varepsilon}_3$ які одержали б стержні при умові повного визволення кожного з них від розтягуючи зусиль.

Введемо поняття вихідного стану системи в процесі розвантаження. Цей стан відповідає такому моменту розвантаження, коли один із стержнів (в цьому разі другий) одержує повне розвантаження від розтягуючого зусилля. Умову сумісності деформацій одержимо на основі аналізу процесу розвантаження від вихідного стану до стану повного розвантаження.

Пружне переміщення 2-го стержня:

$$\bar{\Delta}_2 = -\delta \cos \alpha_2. \quad (2)$$

Вирази для пружних переміщень 1-го і 3-го стержнів із умови сумісності мають вигляд:

$$\bar{\Delta}_1 = \frac{\bar{\Delta}_2}{\cos \alpha_2} - \bar{\Delta}_1 + \frac{\bar{\Delta}_2}{\cos \alpha_2} \quad (3)$$

$$\bar{\Delta}_3 = \frac{\bar{\Delta}_2 \cos \alpha_3}{\cos \alpha_2} - \bar{\Delta}_3 + \frac{\bar{\Delta}_2 \cos \alpha_3}{\cos \alpha_2} \quad (4)$$

Після перетворень одержимо вирази (3) і (4) в деформаціях:

$$\overline{\varepsilon}_1 = \frac{\overline{\varepsilon}_2}{\cos^2 \alpha_2} - \overline{\varepsilon}_1 + \frac{\overline{\varepsilon}_2}{\cos^2 \alpha_2} \quad (3') \quad \overline{\varepsilon}_3 = \frac{\varepsilon_2 \cos^2 \alpha_3}{\cos^2 \alpha_2} - \overline{\varepsilon}_3 + \frac{\varepsilon_2 \cos^2 \alpha_2}{\cos^2 \alpha_2} \quad (4')$$

На основі (1), використовуючи (3') і (4'), визначаємо значення $\overline{\varepsilon}_2$:

$$\overline{\varepsilon}_2 = \frac{E_1 F_1 (\varepsilon_2 - \varepsilon_1 \cos^2 \alpha_2) + E_3 F_3 (\varepsilon_2 \cos^2 \alpha_3 - \varepsilon_3 \cos^2 \alpha_2) \cos \alpha_3}{E_1 F_1 + E_2 F_2 \cos^3 \alpha_2 + E_3 F_3 \cos^3 \alpha_3} \quad (5)$$

Одержавши числові значення $\overline{\varepsilon}_2$, визначаємо за формулами (3') і (4') значення $\overline{\varepsilon}_1$ і $\overline{\varepsilon}_3$. Після помноження на відповідні жорсткості, одержуємо залишкові зусилля в стержнях. Взагалі для системи, яка складається із m елементів, залишкові зусилля за пропонованою методикою необхідно визначати в такій послідовності.

1. Знаходимо зусилля N_i , які виникають в стержнях при навантаженні.
2. Визначаємо залишкові деформації $\overline{\varepsilon}_1, \overline{\varepsilon}_2, \overline{\varepsilon}_3, \dots, \overline{\varepsilon}_m$ із умови повного розвантаження кожного із стержнів.
3. Шляхом зіставлення залишкових деформацій визначаємо, який із стержнів в вхідному стані одержить повне розвантаження.
4. Визначаємо відхилення від залишкової деформації для j -го стержня:

$$\overline{\varepsilon}_j = - \frac{\sum_{i=1}^m E_i F_i (\varepsilon_j \cos^2 \alpha_i - \varepsilon_i \cos^2 \alpha_j) \cos \alpha_i}{\sum_{i=1}^m E_i F_i \cos^3 \alpha_i} \quad (6)$$

де $\overline{\varepsilon}_j$ – відхилення від залишкової деформації стержня, який в вихідному стані одержує повне розвантаження.

5. Знаходимо відхилення від залишкових деформацій останніх стержнів:

$$\overline{\varepsilon}_i = \frac{\overline{\varepsilon}_j + \overline{\varepsilon}_i}{\cos^2 \alpha_j} \cos^2 \alpha_j - \overline{\varepsilon}_i \quad (7)$$

6. Визначаємо залишкові зусилля в кожному із стержнів:

$$\overline{N}_i = \overline{\varepsilon}_i E_i F_i \quad (8)$$

Для оцінки вірності запропонованої методики, визначимо двома способами залишкові зусилля в стержнях системи.

Дано: $P=45$ кН; $F_1=F_2=F_3=1$ см²; $\alpha_1 = 60$; $\alpha_2 = 0$.

Матеріал стержнів підпорядковується діаграмі ідеально-пластичного тіла

$$E_1 = E_2 = E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}; \quad \sigma_T = 250 \text{ МПа};$$

Спосіб безпосереднього використання теореми про розвантаження.

Використовуючи остаточні формули, які визначають залишкові зусилля в стержнях, одержуємо: $\overline{N}_1 = 1$ кН; $\overline{N}_2 = -1$ кН.

Пропонований спосіб.

Визначаємо залишкові деформації із умови повного розвантаження кожного із стержнів:

$$\bar{\varepsilon}_1 = 0; \bar{\varepsilon}_2 = \varepsilon_{II2} - \varepsilon_T = \frac{\overline{P-\sigma_T} F}{2EF \cos^3 \alpha_1} - \varepsilon_T = \frac{45-25}{2 \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot 0,125} - 0,00125 = 0,00275 .$$

За основою формули (6) відхилення від залишкової деформації 2-го стержня буде:

$$\bar{\varepsilon}_2 = -\frac{2\bar{\varepsilon}_2 \cos^3 \alpha_1}{2 \cos^3 \alpha_1 + 1} = \frac{2 \cdot 0,00275 \cdot 0,125}{2 \cdot 0,125 + 1} = -0,00055 .$$

Відхилення від залишкової деформації 1-го стержня (формула (7))

$$\bar{\varepsilon}_1 = (\bar{\varepsilon}_2 - \bar{\varepsilon}_2) \cos^2 \alpha_1 = (0,00275 - 0,00055) \cdot 0,25 = 0,00055 .$$

Залишкові зусилля в стержнях (формула (8)):

$$\bar{N}_1 = \bar{\varepsilon}_1 E_1 F_1 = 0,00055 \cdot 2 \cdot 10^4 = 11 \text{кН};$$

$$\bar{N}_2 = \bar{\varepsilon}_2 E_2 F_2 = -0,00055 \cdot 2 \cdot 10^4 = -11 \text{кН};$$

Як видно із приклада, результати повністю збігаються.

Цей спосіб також використовується для визначення залишкових зусиль в розв'язанні задачі повторно-статичної несучої здатності сталевих канатів. Аналогічну методику можна застосовувати при визначення залишкових зусиль, які виникають після нагрівання або охолодження, а також після деяких технологічних процесів.

Список використаних джерел

1. Детали машин / К. И. Заблонский. – К.: Вища шк. Головное узд-во, 1985. – 518с.
2. Опір матеріалів: Підручник / Г.С. Писаренко, О.Л. Квітка, Е.С.Уманський; за ред. Г. С. Писаренко. – К.: Вища шк.,1993.–665с.
3. Курсовое проектирование деталей машин: Учеб. пособие для техникумов / С. А. Чернавский, Г.М. Ицкович, К.И. Боков и др.: Машиностроение, 1979 – 351с.
4. Основи розрахунків на міцність та жорсткість елементів конструкцій / В. С. Кравчук, П. М. Калініченко, Л. В. Коломієць, О. М. Лимаренко; За ред. О. Ф. Дащенко.– Одеса: ВМВ, 2009. – 295с.
5. Опір матеріалів. Основи і приклади розрахунків: Навч. посібник / В.С. Кравчук, О. Д. Дащенко, Л. В. Коломієць, О. М. Лимаренко. – Одеса: СТАНДАРТ, 2012. – 252с.
6. Когаев В. П. Расчеты деталей машин и конструкций на прочность и долговечность: Справ. / В. П. Когаев, Н. А. Махутов, А. П. Гусенко. – М.: Машиностроение, 1985. – 224с.
7. Охрана труда в машиностроении / Под ред. Е. Я. Юдина и С. В. Белова. 2-е изд. – М.:Машиностроение, 1983.– 432с.