

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
МИКОЛАЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ



ІНЖЕНЕРНО-ЕНЕРГЕТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра електроенергетики, електротехніки та електромеханіки

**ФІЗИКА. Частина 2**

**Завдання та методичні рекомендації**

до виконання самостійної роботи для здобувачів вищої освіти освітнього ступеня «Бакалавр» спеціальностей 208 «Агроінженерія» та 015 «Професійна освіта (Аграрне виробництво, переробка сільськогосподарської продукції та харчові технології)» заочної форми навчання

Миколаїв  
2021

Друкується за рішенням науково-методичної комісії Інженерно-енергетичного факультету Миколаївського національного аграрного університету від \_\_\_\_\_ 2021р, протокол № \_\_\_\_ .

Укладачі:

- Л. В. Вахоніна – канд. фіз.-мат. наук, доцент кафедри електроенергетики, електротехніки та електромеханіки, Миколаївський національний аграрний університет;
- В. А. Мардзявко – асистент кафедри електроенергетики, електротехніки та електромеханіки, Миколаївський національний аграрний університет;
- А. Ю.Руденко – асистент кафедри електроенергетики, електротехніки та електромеханіки, Миколаївський національний аграрний університет.

Рецензенти:

- І. П. Атаманюк - д-р техн. наук, професор кафедри вищої та прикладної математики, Миколаївський національний аграрний університет;
- А. А. Ставинський - д-р техн. наук, професор кафедри електроенергетики, електротехніки та електромеханіки, Миколаївський національний аграрний університет.

## Зміст

Вступ.....	3
Загальні методичні рекомендації.....	4
Навчальний матеріал по розділах курсу фізики.....	6
1.Електростатика. Постійний електричний струм.....	6
1.1.Основні формули.....	6
1.2.Приклади розв'язування задач.....	11
1.3.Задачі для самостійного розв'язування.....	33
2.Електромагнетизм.....	36
2.1.Основні формули.....	36
2.2.Приклади розв'язування задач.....	39
2.3.Задачі для самостійного розв'язування.....	63
2.4.Контрольна робота №3.....	65
3.Оптика.....	88
3.1.Основні формули.....	88
3.2.Приклади розв'язування задач.....	93
3.3.Задачі для самостійного розв'язування.....	107
4.Елементи атомної фізики і квантової механіки. Фізика твердого тіла.....	109
4.1.Основні формули.....	109
4.2.Приклади розв'язування задач.....	115
4.3.Задачі для самостійного розв'язування.....	127
4.4.Контрольна робота №4.....	129
5.Додатки.....	149
Література.....	147

## ВСТУП

Мета даних навчально-методичних рекомендацій – надати допомогу здобувачам вищої освіти освітнього ступеня «Бакалавр» спеціальностей 208 «Агроінженерія» та 015 «Професійна освіта (Аграрне виробництво, переробка сільськогосподарської продукції та харчові технології)» заочної форми навчання, інженерно-енергетичного факультету МНАУ у вивченні курсу фізики.

Основний навальний матеріал програми курсу в методичних рекомендаціях розділений на 4 розділи. У кожному з них приведені основні формули, приклади вирішування задач, задачі для самостійного вирішення (з відповідями) і контрольні завдання. Крім того, в методичних рекомендаціях приведені загальні відомості про наближені обчислювання, деякі довідкові таблиці.

В методичних рекомендаціях враховані особливості навчального плану. Для цього надані дві таблиці варіантів контрольних робіт, відповідно розділу: “Електростатика, електромагнетизм” – контрольна робота №3, “Оптика, квантова фізика” – контрольна робота №4. Контрольні роботи містять задачі різної ступені складності

## **Загальні методичні рекомендації до розв'язування задач і виконання контрольних робіт**

1. За час вивчення курсу загальної фізики студент-заочник повинен представити в навчальний заклад чотири контрольні роботи.
2. Номери задач, які студент повинен включити в свою контрольну роботу, визначаються по таблицях варіантів [див. розділ 2.4, 4.4] , по останній цифрі залікової книжки.
3. Контрольні роботи потрібно виконувати у зошиті, на обкладинці якої привести відомості за наступним зразком:

**Студент інженерно- енергетичного факультету МНАУ**

**Дорофєєв Є. С.**

**Шифр 370932**

### **Контрольна робота 1 по фізиці**

---

4. Умови задач у контрольній роботі треба переписати повністю без скорочень. Для зауважень викладача на сторінках зошита залишати поля.
5. Наприкінці контрольної роботи вказати, яким підручником чи навчальним посібником студент користувався при вивченні фізики (назва підручника, автор, рік видання). Це робиться для того, щоб рецензент в разі потреби міг вказати, що має студент вивчити для завершення контрольної роботи.
6. Висилати на рецензію потрібно одночасно не більш однієї роботи. Щоб уникнути тих самих помилок чергову роботу варто висилати тільки після одержання рецензії на попередню.
7. Якщо контрольна робота при рецензуванні не зарахована, студент зобов'язаний представити її на повторну рецензію, включивши в неї ті задачі, розв'язування яких виявилися невірними. Повторну роботу необхідно представити разом з не зарахованою.
8. Зараховані контрольні роботи пред'являються екзаменатору. Студент повинен бути готовим під час іспиту дати пояснення на розв'язування задач, що входять у контрольні роботи.
9. Розв'язування задач варто супроводжувати короткими, але вичерпними поясненнями; в тих випадках, коли це можливо, дати малюнок, виконаний за допомогою креслярських приналежностей.
10. Розв'язувати задачу потрібно в загальному вигляді, тобто виразити шукану величину в літерних позначеннях величин, заданих в умові задачі. При такому способі розв'язування не виконуються обчислення проміжних величин.
11. Після одержання розрахункової формули для перевірки правильності її варто підставити в праву частину формули замість символів позначення

одиниць цих величин, провести з ними необхідні дії і переконатися в тому, що отримана при цьому одиниця вимірювання відповідає шуканій величині. Якщо такої відповідності немає, то це означає, що задача вирішена невірно.

12. Числові значення величин при підстановці їх у розрахункову формулу варто виражати тільки в одиницях СІ. За виключенням допускається виражати в будь-яких, але однакових одиницях числові значення однорідних величин, що знаходяться у чисельнику і знаменнику відношення та маючи однаковий ступінь.

13. При підстановці в розрахункову формулу, а також при записі відповіді числові значення величин варто записувати як добуток десяткового дробу з однією значущою цифрою перед комою на відповідну ступінь десяти. Наприклад, замість 3520 треба записати  $3,52 \cdot 10^3$ , замість 0,00129 записати  $1,29 \cdot 10^3$  і т.п.

14. Обчислення по розрахунковій формулі треба проводити з дотриманням правил наближених обчислень (див. у «Задачнику з фізики» А. Г. Чортова, А. А. Воробйова Додаток про наближені обчислення). Як правило, остаточну відповідь варто записувати з трьома значущими цифрами. Це відноситься і до випадку, коли результат отриманий з використанням калькулятора.

**НАВЧАЛЬНІ МАТЕРІАЛИ ПО РОЗДІЛАХ КУРСУ ФІЗИКИ.  
1.ЕЛЕКТРОСТАТИКА.ПОСТІЙНИЙ ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ**

**1.1Основні формули**

Закон Кулона

$$F = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2}$$

де  $F$  — сила взаємодії точкових зарядів  $Q_1$   $Q_2$ ;

$r$ —відстань між зарядами;  $\epsilon$ — проникливість;  $\epsilon_0$  – електрична постійна.

Напруженість електричного поля і потенціал

$$E = F / Q, \quad \varphi = \Pi / Q,$$

де  $\Pi$ —потенційна енергія точкового додатнього заряду  $Q$ , що знаходиться в даній точці поля (за умови, що потенційна енергія заряду, віддаленої в нескінченність, дорівнює нулю).

Сила, яка діє на точковий заряд, що знаходиться в електричному полі, і потенційна енергія цього заряду

$$F = QE, \quad \Pi = Q\varphi,$$

Напруженість і потенціал поля, створеного системою точкових зарядів (принцип суперпозиції електричних полів),

$$E = \sum_{i=1}^N E_i, \quad \varphi = \sum_{i=1}^N \varphi_i,$$

де  $E$ ,  $\varphi$ ; — напруженість і потенціал у даній точці поля, створеного  $i$ -м зарядом.

Напруженість і потенціал поля, створеного точковим зарядом,

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2}, \quad \varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r}$$

де  $r$  – відстань від заряду  $Q$  до точки, у якій визначається напруженість і потенціал.

Напруженість і потенціал поля, створені провідною зарядженою сферою радіусом  $R$  на відстані  $r$  від центра сфери:

$$\text{а). } E = 0; \quad \varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R} \quad (\text{при } r < R)$$

$$\text{б) } E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R^2}; \quad \varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R} \quad (\text{при } r < R)$$

$$\text{с) } E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2}; \quad \varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r} \quad ; (\text{при } r < R)$$

де  $Q$  — заряд сфери.

Лінійна густина заряду

$$\tau = Q/l.$$

Поверхнева густина заряду

$$\sigma = Q/S.$$

Напруженість і потенціал поля, створеного розподіленими зарядами. Якщо заряд рівномірно розподілений уздовж лінії з лінійною густиною,  $\tau$  то на лінії виділяється мала ділянка довжиною  $dl$  із зарядом  $dQ = \tau dl$  то такий заряд можна розглядати як точковий і використовувати формули:

$$dE = \frac{\tau dl}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2} \frac{r}{r}; \quad d\varphi = \frac{\tau dl}{4\pi\epsilon_0\epsilon r};$$

де  $r$  – радіус-вектор, спрямований від виділеного елемента  $dl$  до точки, в якій визначається напруженість.

Використовуючи принцип суперпозиції електричних полів знаходимо інтегруванням напруженість  $E$  і потенціал  $\varphi$  поля, створеного розподіленим зарядом:

$$E = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \int \frac{dl}{r^2} \frac{r}{r}; \quad \varphi = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \int \frac{dl}{r};$$

Інтегрування ведеться вздовж усій довжини  $l$  зарядженої лінії (див. приклади 5 і 8).

Напруженість поля, утвореного нескінченною прямою рівномірно зарядженою лінією чи нескінченно довгим циліндром,

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0\epsilon r},$$

де  $r$  – відстань від прямої чи вісі циліндра до точки, в якій визначається напруженість поля.

Напруженість поля, утвореного нескінченно рівномірно зарядженою площиною,

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0\epsilon},$$

Зв'язок між потенціалом і напруженістю:

$$а) \quad E = -grad\varphi, \quad \text{чи} \quad E = -\left(i \frac{\partial\varphi}{\partial x} + j \frac{\partial\varphi}{\partial y} + k \frac{\partial\varphi}{\partial z}\right); \quad \text{в загальному}$$

випадку;

$$б) \quad E = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)}{d} \text{ у випадку однорідного поля;}$$

$$в) \quad E = -\frac{d\varphi}{dr} \text{ у випадку поля, яке має центральну чи осьову}$$

симетрію.

Електричний момент диполя



$$p = |q| l$$

де  $l$  – плече диполя (векторна величина що спрямована від від'ємного заряду до додатного і чисельно дорівнює відстані між зарядами),  $q$  – заряд.

Робота сил поля по переміщенню заряду  $q$  з точки поля з потенціалом  $\varphi_1$  у точку з потенціалом  $\varphi_2$

$$A_{12} = Q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Електроємність

$$C = q / \varphi \text{ чи } C = q / U,$$

де  $-\varphi$  потенціал провідника (при умові, що у нескінченності потенціал провідника дорівнює нулю);  $U$  – різниця потенціалів пластин конденсатора

Електроємність плоского конденсатора

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon \cdot S / d$$

де  $S$  – площа пластини (однієї) конденсатора;  $d$  – відстань між пластинами.

Електроємність батареї конденсаторів:

$$\text{а) } \frac{1}{C} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i} \text{ при послідовному з'єднанні;}$$

$$\text{б) } C = \sum_{i=1}^N C_i$$

де  $N$  – кількість конденсаторів у батареї.

Енергія зарядженого конденсатора:

$$W = qU / 2, \quad W = CU^2 / 2, \quad W = q^2 / (2C).$$

Сила постійного струму:

$$I = q / t,$$

де  $q$  – заряд, що пройшов через поперечний перетин провідника за час  $t$ .

Густина постійного струму:

$$j = I / S.$$

де  $S$  – площа поперечного перетину провідника.

Зв'язок густини струму з середньою швидкістю  $\langle v \rangle$

$$j = qn \langle v \rangle.$$

де  $q$  – заряд частинки;  $n$  – концентрація заряджених частинок.

Закон Ома:

$$\text{а) } I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U}{R} \text{ для ділянки кола в якому немає ЕРС, де } -$$

$\varphi_1 - \varphi_2 = U$  – різниця потенціалів (напруга) на кінцях ділянок ланцюга;

$R$  – опір ділянки;

$$\text{б) } I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) \pm \varepsilon}{R} \text{ для ділянки кола, що має ЕРС; де } \varepsilon - \text{ ЕРС}$$

джерела струму;  $R$  — повний опір ділянки (сума зовнішніх і внутрішніх опорів);

$$\text{в) } I = \frac{\varepsilon}{R + R_i} \text{ для замкнутого (повного) ланцюга, де } R -$$

зовнішній опір ланцюга;  $R_i$  — внутрішній опір ланцюга.

Закони Кірхгофа:

$$\text{а) } \sum I_i = 0 - \text{перший закон;}$$

$$\text{б) } \sum I_i R_i = \sum \varepsilon_i - \text{другий закон,}$$

де  $\sum I_i$  — алгебраїчна сума сил струмів, що сходяться у вузлі;  $\sum I_i R_i$  — алгебраїчна сума добутків сил струмів на опори ділянок;  $\sum \varepsilon_i$  — алгебраїчна сума ЕРС.

Опір  $R$  і провідність  $G$  провідника

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad G = \gamma S / l,$$

де  $\rho$  — питомий опір;  $\gamma$  — питома провідність;  $l$  — довжина провідника;  $S$  — площа поперечного переріза провідника.

Опір системи провідників:

$$\text{а) } R = \sum R_i \text{ при послідовному з'єднанні;}$$

$$\text{б) } \frac{1}{R} = \sum \frac{1}{R_i} \text{ при паралельному з'єднанні;}$$

де  $R_i$  — опір  $i$ -го провідника.

Робота струму:

$$A = IUt, \quad A = I^2 Rt, \quad A = U^2 t / R;$$

Перша формула справедлива для будь-якої ділянки ланцюга, на кінцях якого підтримується напруга  $U$ , останні дві — для ділянки, що не містить ЕРС.

Потужність струму:

$$P = UI, \quad P = I^2 R, \quad P = U^2 / R.$$

Закон Джоуля—Ленца

$$Q = I^2 Rt.$$

Закон Ома в диференціальній формі:

$$j = \gamma E,$$

де  $\gamma$  — питома провідність;  $E$  — напруженість електричного поля;  $j$  — густина струму.

Зв'язок питомої провідності  $\gamma$  з рухливістю  $b$  заряджених часток (іонів)

$$\gamma = qn(b_+ + b_-),$$

де  $q$  — заряд іона;  $n$  — концентрація іонів;  $b_+$  і  $b_-$  — рухливості

позитивних і негативних іонів.

## 1.2 Приклади рішення задач

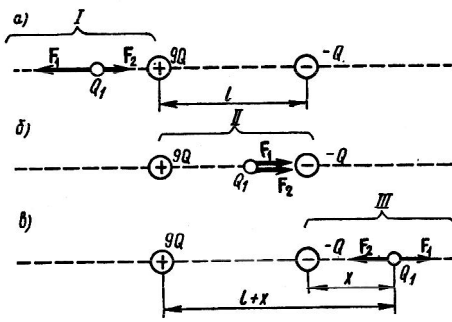


Рис.1(а,б,в)

**Приклад 1.** Два точкових заряди  $9q$  і  $-q$  закріплені на відстані  $l=50$  см один від одного. Третій заряд  $q_1$  може переміщатися тільки уздовж прямої, що проходить через заряди. Визначити положення заряду  $q_1$  при якому він буде знаходитися в рівновазі. При якому знаку заряду  $q_1$  рівновага буде стійкою.

**Рішення.** Заряд  $q_1$  знаходиться в рівновазі в тому випадку, якщо геометрична сума сил, що діють на нього, дорівнює нулю. Це значить, що на заряд  $q_1$  повинні діяти дві сили, рівні по модулю і протилежні по напрямку. Розглянемо, на якій з трьох ділянок I, II, III (рис. 1) може бути виконана ця умова. Для визначеності будемо вважати, що заряд  $q_1$  — позитивний.

На ділянці I (рис. 1а) на заряд  $q_1$  будуть діяти дві протилежно спрямовані сили:  $F_1$  і  $F_2$ . Сила  $F_1$ , що діє з боку заряду  $9q$ , у будь-якій точці цієї ділянки більше сили  $F_2$ , що діє з боку заряду  $-q$ , тому що більший заряд  $9q$  знаходиться завжди ближче до заряду  $q_1$ , чим менший (по модулю) заряд  $-q$ . Тому рівновага на цій ділянці неможлива.

На ділянці II (рис. 1,б) обидві сили  $F_1$  і  $F_2$  спрямовані в одну сторону — до заряду  $-q$ . Отже, і на другій ділянці рівновага неможлива.

На ділянці III (рис. 1, в) сили  $F_1$  і  $F_2$  спрямовані в протилежні сторони, так само як і на ділянці I, але на відміну від нього менший заряд  $-q$  завжди знаходиться ближче до заряду  $q_1$ , чим більший заряд  $9q$ . Це значить, що можна знайти таку точку на прямій, де сили  $F_1$  і  $F_2$  будуть однакові по модулю, тобто

$$F_1 = F_2 \quad (1)$$

Нехай  $x$  і  $l+x$  — відстань від меншого і більшого зарядів до заряду  $q_1$ . Виражаючи в рівності (1)  $F_1$  і  $F_2$  відповідно до закону Кулона, одержимо

$$\frac{9q \cdot q_1}{(l+x)^2} = \frac{q \cdot q_1}{x^2}, \quad \text{чи} \quad l+x = \pm 3x \quad \text{звідки} \quad x_1 = \frac{+l}{2}, \quad x_2 = \frac{-l}{4}.$$

Корінь  $x_2$  не задовольняє фізичній умові задачі (у цій точці сили  $F_1$  і  $F_2$  хоча і рівні по модулю, але мають однаковий напрямок).

Визначимо знак заряду  $q_1$ , при якому рівновага буде стійкою. Рівновага називається стійкою, якщо при зсуві заряду від положення рівноваги виникають сили, що повертають його в положення рівноваги. Розглянемо

зсув заряду  $q_1$  у двох випадках: коли заряд позитивний і негативний.

Якщо заряд  $q_1$  позитивний, то при зсуві його вліво обидві сили  $F_1$  і  $F_2$  зростають. Тому що сила  $F_1$  зростає повільніше, то результуюча сила, що діє на заряд  $q_1$ , буде спрямована в ту ж сторону, у яку зміщений цей заряд, тобто вліво. Під дією цієї сили заряд  $q_1$  буде віддалятися від положення рівноваги. Те ж відбувається і при зсуві заряду  $q_1$  вправо. Сила  $F_2$  убуває швидше, ніж  $F_1$ . Геометрична сума сил у цьому випадку спрямована вправо. Заряд під дією цієї сили також буде переміщатися вправо, тобто віддалятися від положення рівноваги. Таким чином, у випадку позитивного заряду рівновага є хитливою.

Якщо заряд  $q_1$  негативний, то його зсув уліво викликає збільшення сил  $F_1$  і  $F_2$ , але сила  $F_1$  зростає повільніше, ніж  $F_2$ , тобто  $|F_2| > |F_1|$ . Результуюча сила буде спрямована вправо. Під її дією заряд  $q_1$  повертається до положення рівноваги. При зсуві  $q_1$  вправо сила  $F_2$  убуває швидше, ніж  $F_1$ , тобто  $|F_1| > |F_2|$ , результуюча сила спрямована вліво і заряд  $q_1$  знову буде повертатися до положення рівноваги. При негативному заряді рівновага є стійкою. Величина самого заряду  $q_1$  несуттєва.

**Приклад 2.** Три точкових заряди  $Q=Q_2=Q_3=1$  нКл розташовані у вершинах рівностороннього трикутника. Який заряд  $Q_4$  потрібно помістити в центрі трикутника, щоб зазначена система зарядів знаходилася в рівновазі?

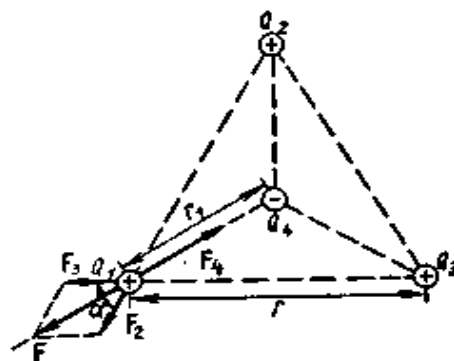


Рис.2

**Рішення.** Усі три заряди, розташовані по вершинах трикутника, знаходяться в однакових умовах. Тому досить з'ясувати, який заряд варто помістити в центрі трикутника, щоб який-небудь один із трьох зарядів, наприклад  $Q_1$ , знаходився в рівновазі. Заряд  $Q_1$  буде знаходитися в рівновазі, якщо векторна сума діючих на нього сил дорівнює нулю (рис.2).

$$F_2 + F_3 + F_4 = F + F_4 = 0, \quad (1)$$

де  $F_2, F_3, F_4$  — сили, з якими відповідно діють на заряд  $Q_1$  заряди  $Q_2, Q_3, Q_4$ ;  $F$  — рівнодіючих сил  $F_2$  і  $F_3$ .

Тому що сили  $F$  і  $F_4$  спрямовані по одній прямій у протилежні сторони, та векторна рівність (1) можна замінити скалярним:  $F - F_4 = 0$ , звідки  $F_4 = F$ . Виразивши в останній рівності  $F$  через  $F_2$  і  $F_3$  і з огляду на те, що  $F_3 = F_2$ , одержимо

$$F_4 = F_2 \sqrt{2(1 + \cos \alpha)}.$$

Застосувавши закон Кулона і маючи на увазі, що  $Q_2 = Q_3 = Q_1$ , знайдемо

$$\frac{Q_1 Q_4}{4\pi\epsilon_0 r_1^2} = \frac{Q_1^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \sqrt{2(1 + \cos \alpha)},$$

звідки

$$Q_4 = \frac{Q_1 r_1^2}{r^2} \sqrt{2(1 + \cos \alpha)}. \quad (2)$$

З геометричних побудов у рівносторонньому трикутнику випливає, що

$$r_1 = \frac{r/2}{\cos(\alpha/2)} = \frac{r}{2\cos 30^\circ} = \frac{r}{\sqrt{3}}; \quad \cos \alpha = \cos 60^\circ = 1/2.$$

З урахуванням цього формула (2) приймає вигляд  $Q_4 = Q_1 / \sqrt{3}$ .

Зробимо обчислення:

$$Q_4 = \frac{10^{-9}}{\sqrt{3} Kл} = 5,77 \cdot 10^{-10} Kл = 577 nKл$$

Слід зазначити, що рівновага системи зарядів буде хитливою.

**Приклад 3.** На тонкому стержні довжиною  $l=20\text{см}$  знаходиться рівномірно розподілений електричний заряд. На продовженні вісі стержня на відстані  $a=10\text{см}$  від найближчого кінця знаходиться точковий заряд  $Q_1=40\text{нКл}$ , що взаємодіє зі стержнем із силою  $F=6\text{мкН}$ . Визначити лінійну густина  $\tau$  заряду на стержень.

**Рішення.** Сила взаємодії  $F$  зарядженого стержня з точковим зарядом  $Q_1$  залежить від лінійної густини  $\tau$  заряду на стержень. Знаючи цю залежність, можна визначити  $\tau$ . При обчисленні сили  $F$  варто мати на увазі, що заряд на стержні не є точковим, тому закон Кулона безпосередньо застосувати не можна. У цьому випадку можна використати такий спосіб. Виділимо зі стержня (рис. 3) малу ділянку  $dr$  із зарядом  $dQ=\tau dr$ . Цей заряд можна розглядати як точковий. Тоді, відповідно до закону Кулона,

$$dF = \frac{Q_1 \tau dr}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$

Інтегруючи цей вираз в межах від  $a$  до  $a+l$ , одержуємо

$$F = \frac{Q_1 \tau}{4\pi\epsilon_0} \int_a^{a+l} \frac{dr}{r^2} = \frac{Q_1 \tau}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{a+l} \right) = \frac{Q_1 \tau l}{4\pi\epsilon_0 a(a+l)},$$

Звідки

$$\tau = \frac{4\pi\epsilon_0 a(a+l)F}{Q_1 l}.$$



Рис.3

Перевіримо, чи дає розрахункова формула одиницю лінійної густини електричного заряду. Для цього в праву частину формули замість символів величин підставимо їхні одиниці:

$$\frac{[\varepsilon_0][a][a+l][F]}{[Q][l]} = \frac{1\phi/\text{м} \cdot 1\text{м} \cdot 1\text{м} \cdot 1\text{Н}}{1\text{Кл} \cdot 1\text{м}} = \frac{1\phi \cdot 1\text{Н}}{1\text{Кл}} = \frac{1\text{Кл}/\text{В} \cdot 1\text{Н}}{1\text{Кл}} = \frac{1\text{Н}}{1\text{В}} =$$

$$= 1\text{Н}/(1\text{Дж}/1\text{Кл}) = (1\text{Н} \cdot 1\text{Кл})/1\text{Н} \cdot \text{м} = 1\text{Кл}/1\text{м}$$

Знайдена одиниця є одиницею лінійної густини заряду.

Зробимо обчислення:

$$\tau = \frac{0,1(0,1+0,2) \cdot 6 \cdot 10^6}{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^8 \times 0,2} = 2,5 \times 10^{-9} = 2,5 \text{ нКл/м}$$

**Приклад 4.** Два точкових електричних заряди  $Q_1=1$  нКл і  $Q_2=-2$  нКл знаходяться в повітрі на відстані  $d=10$  см один від одного. Визначити напруженість  $E$  і потенціал  $\phi$  поля, створеного цими зарядами в точці  $A$ , яка знаходиться від заряду  $Q_1$  на відстань  $r_1=9$  см і від заряду  $Q_2$  на  $r_2=7$  см.

**Рішення.** Відповідно до принципу суперпозиції електричних полів, кожен заряд створює поле незалежне від присутності в просторі інших зарядів. Тому напруженість  $E$  електричного поля в шуканій точці може бути знайдена як геометрична сума напруженостей  $E_1$  і  $E_2$  полів, утворених кожним зарядом окремо:  $E=E_1+E_2$ . Напруженості електричного поля, утвореного в повітрі ( $\varepsilon=1$ ) зарядами  $Q_1$  і  $Q_2$ ,

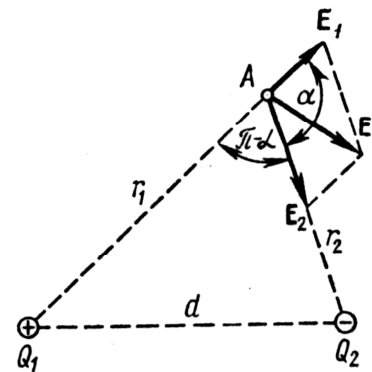


Рис.4

$$E_1 = \frac{|Q_1|}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2}, \quad (1)$$

$$E_2 = \frac{|Q_2|}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}. \quad (2)$$

Вектор  $E_1$  спрямований по силовій лінії від заряду  $Q_1$ , тому що цей заряд позитивний; вектор  $E_2$  спрямований також по силовій лінії, але до заряду  $Q_2$ , тому що цей заряд негативний.

Модуль вектора  $E$  знайдемо по теоремі косинусів:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos \alpha}, \quad (3)$$

де  $\alpha$  — кут між векторами  $E_1$  і  $E_2$ , що може бути знайдений із трикутника зі сторонами  $r_1$ ,  $r_2$  і  $d$ :

$$\cos \alpha = \frac{d^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1 r_2}.$$

У даному випадку щоб уникнути громіздких записів зручніше значення  $\cos \alpha$  обчислити окремо:

$$\cos \alpha = \frac{(0,1)^2 - (0,09)^2 - (0,07)^2}{2 \cdot 0,09 \cdot 0,07} = -0,238.$$

Підставляючи вираз  $E_1$  з (1) і  $E_2$  з (2) у (3) і виносячи загальний множник  $1/(4\pi\epsilon_0)$  за знак кореня, отримаємо

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{Q_1^2}{r_1^4} + \frac{Q_2^2}{r_2^4} + 2 \frac{|Q_1||Q_2|}{r_1^2 r_2^2} \cos \alpha}. \quad (4)$$

Відповідно до принципу суперпозиції електричних полів потенціал  $\varphi$  результуючого поля, утвореного двома зарядами  $Q_1$  і  $Q_2$ , дорівнює алгебраїчній сумі потенціалів:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 \quad (5)$$

Потенціал електричного поля, утвореного у вакуумі точковим зарядом  $Q$  на відстані  $r$  від нього, виражається формулою:

$$\varphi = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 r}. \quad (6)$$

У нашому випадку відповідно до формул (5) і (6) одержимо:

$$\varphi = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 r_2},$$

чи

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{Q_1}{r_1} + \frac{Q_2}{r_2} \right).$$

Зробимо обчислення:

$$E = \frac{1}{4\pi/(4\pi \cdot 9 \cdot 10^9)} = \sqrt{\frac{(10^9)^2}{(0,09)^4} + \frac{(2 \cdot 10^9)^2}{(0,07)^4} + 2 \frac{10^9 \cdot 2 \cdot 10^9}{(0,09)^2 \cdot (0,07)^2} (-0,238)} \text{ В/м} =$$

$$= 3,85 \cdot 10^3 \text{ В/м} = 3,58 \text{ кВ/м};$$

$$\varphi = \frac{1}{4\pi/(4\pi \cdot 9 \cdot 10^9)} \left( \frac{10^9}{0,09} + \frac{2 \cdot 10^9}{0,07} \right) \text{ В}$$

**Приклад 5.** По тонкому кільцю рівномірно розподілений заряд  $Q=40\text{нКл}$  із лінійною густиною  $\tau=50 \text{ нКл/м}$ . Визначити напруженість  $E$  електричного поля, утвореного цим зарядом у точці  $A$ , що

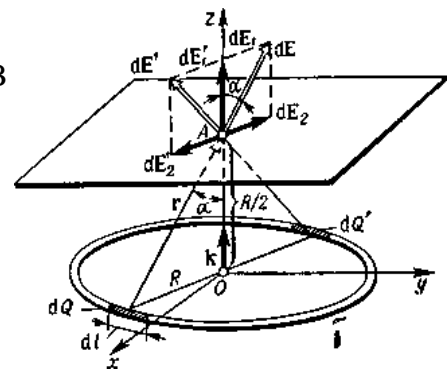


Рис.5

лежить на вісі кільця і віддаленої від його центра на відстань, рівну половині радіуса.

**Рішення.** З'єднаємо координатну площину  $xOy$  з площиною кільця, а вісь  $Oz$  — з віссю кільця (рис. 5). На кільці виділимо малу ділянку довжиною  $dl$ . Тому що заряд  $dQ = \tau dl$ , що знаходиться на цій ділянці, можна вважати точковим, то напруженість  $dE$  електричного поля, утвореного цим зарядом, може бути записана у вигляді

$$dE = \frac{\tau dl}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \frac{r}{r},$$

де  $r$  — радіус-вектор, спрямований від елемента  $dl$  до точки  $A$ .

Розкладемо вектор  $dE$  на дві складові:  $dE_1$ , перпендикулярно площини кільця (співпадаючу з віссю  $Oz$ ), і  $dE_2$ , паралельну площини кільця (площини  $xOy$ ), тобто

$$dE = dE_1 + dE_2.$$

Напруженість  $E$  електричного поля в точці  $A$  знайдемо інтегруванням:

$$E = \int_L E_1 + \int_L E_2,$$

де інтегрування ведеться по всіх елементах зарядженого кільця. Помітимо, що для кожної пари зарядів  $dQ$  і  $dQ'$  ( $dQ = dQ'$ ), розташованих симетрично навколо центра кільця, вектори  $dE_2$  і  $dE_2'$  у точці  $A$  рівні по модулю і

протилежні по напрямку:  $dE_2 = -dE_2'$ . Тому векторна сума (інтеграл)  $\int_L dE_2 = 0$ .

Складові  $dE_1$  для всіх елементів кільця мають спільний напрямок с віссю  $Oz$  (одиничним вектором  $k$ ), тобто  $dE_1 = kdE_1$ .

Тоді

$$E = k \int_L dE_1.$$

Тому що

$$dE = \frac{\tau dl}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad r = \sqrt{R^2 + (R/2)^2} = \sqrt{5} R/2, \quad \cos \alpha = (R/2)/r = 1/\sqrt{5}, \quad \text{то}$$

$$dE_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{4\tau}{5R^2 \sqrt{5}} dl = \frac{\tau dl}{5\sqrt{5}\pi\epsilon_0 R^2}.$$

Таким чином:

$$E = k \int_0^{2\pi R} \frac{\tau dl}{5\sqrt{5}\pi\epsilon_0 R^2} = k \cdot \frac{2\tau}{5\sqrt{5}\epsilon_0 R}.$$

Зі співвідношення  $Q = 2\pi R\tau$  визначимо радіус кільця:  $R = Q/2\pi\tau$ .

Тоді



$$E = k \cdot \frac{2\tau 2\pi\tau}{5\sqrt{5}\varepsilon_0 Q} = k \cdot \frac{4\pi\tau^2}{5\sqrt{5}\varepsilon_0 Q}.$$

Модуль напруженості:

$$|E| = \frac{4\pi\tau^2}{5\sqrt{5}\varepsilon_0 Q}.$$

Перевіримо, чи дає права частина отриманої рівності одиницю напруженості (В/м):

$$\frac{[\tau^2]}{[\varepsilon_0][Q]} = \frac{(1\text{Кл}/\text{м})^2}{1\text{Ф}/\text{м} \cdot 1\text{Кл}} = \frac{1\text{Кл}}{1\text{Ф} \cdot 1\text{м}} = 1\text{В}/\text{м}.$$

Виразимо фізичні величини, що входять у формулу (1), в одиницях СІ

( $\tau = 5 \cdot 10^{-8}$  Кл,  $Q = 4 \cdot 10^{-8}$  Кл,  $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м) і зробимо обчислення:

$$E = \frac{4 \times 3,14 \times (5 \times 10^{-8})^2}{5\sqrt{5} \times 8,85 \times 10^{-12} \times 4 \times 10^{-8}} \text{В}/\text{м} = 7,92$$

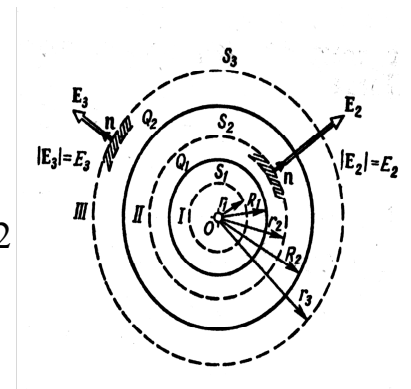


Рис.6

**Приклад 6.** Дві концентричні провідні сфери радіусами  $R_1=6$  см і  $R_2=10$ см несуть відповідно заряди

$Q_1=1$  нКл і  $Q_2=-0,5$  нКл. Знайти напруженість  $E$  поля в точках, що відстоять від центра сфер на відстанях

$r_1=5$  см,  $r_2=9$  см,  $r_3=15$  см. Побудувати графік  $E(r)$ .

**Рішення.** Помітимо, що точки, у яких потрібно знайти напруженості електричного поля, лежать у трьох областях (рис. 6) області  $I$  ( $r_1 < R_1$ ), області  $II$  ( $R_1 < r_2 < R_2$ ), області  $III$  ( $r_3 < R_2$ ).

1. Для визначення напруженості  $E_1$  в області

$I$  проведемо гауссової поверхні  $S_1$  радіусом  $r_1$  і скористаємося теоремою Остроградського-Гаусса:

$$\oint_{S_2} E_n dS = 0,$$

(тому що сумарний заряд, що знаходиться усередині гауссової поверхні, дорівнює нулю). З розуміння симетрії  $E_n = E_1 = const$ . маємо,

$$E_1 \oint_{S_1} dS = 0,$$

де  $E_1$  (напруженість поля в області  $I$ ) у всіх точках, що задовольняють умові  $r_1 < R_1$ , буде дорівнювати нулю.

2. В області  $II$  гауссову поверхню проведемо радіусом  $r_2$ . У цьому

випадку

$$\oint_{S_2} E_n dS = Q_1 / \varepsilon_0,$$

(тому що усередині гауссової поверхні знаходиться тільки заряд  $Q_1$ ).

Тому що  $E_n = E = const$ , то можна винести за знак інтеграла:

$$E \oint_{S_2} dS = Q_1 / \varepsilon_0, \text{ чи } ES_2 = Q_1 / \varepsilon_0$$

Позначивши напруженість  $E$  для області **II** через  $E_2$ , одержимо:

$$E_2 = Q_1 / (\varepsilon_0 S_2)$$

де  $S_2 = 4\pi r_2^2$  — площа гауссової поверхні. Тоді

$$E_2 = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}. \quad (1)$$

3. В області **III** гауссова поверхня проводиться радіусом  $r_3$ . Позначимо напруженість  $E$  області **III** через  $E_3$  і врахуємо, що в цьому випадку гауссова поверхня охоплює обидві сфери і, отже, сумарний заряд буде дорівнює

$Q_1 + Q_2$ . Тоді

$$E_3 = \frac{Q_1 + Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_3^2}.$$

Помітивши, що  $Q_2 < 0$ , цей вираз можна переписати у вигляді

$$E_3 = \frac{Q_1 + |Q_2|}{4\pi\varepsilon_0 r_3^2}. \quad (2)$$

Переконаємося в тому, що права частина рівностей (1) і (2) дає одиницю напруженості:

$$\frac{[Q]}{[\varepsilon_0][r^2]} = \frac{1\text{Кл}}{1\text{Ф/м} \times 1\text{м}^2} = \frac{1\text{Кл}}{1\text{Ф} \times 1\text{м}} = 1\text{В/м}.$$

Виразимо усі величини в одиницях СІ ( $Q_1=10^{-9}$  Кл,  $Q_2=-0,5 \cdot 10^{-9}$  Кл,  $r_1=0,09$  м,  $r_2=0,15$  м,  $1/(4\pi\varepsilon_0)=9 \cdot 10^9$  м/ф) і зробимо обчислення:

$$E_2 = 9 \cdot 10^9 \frac{10^{-9}}{(0,09)^2} \text{В/м} = 1,11\text{В/м};$$

$$E_3 = 9 \cdot 10^9 \frac{(1 - 0,5)10^{-9}}{(0,15)^2} \text{В/м} = 200\text{В/м}.$$

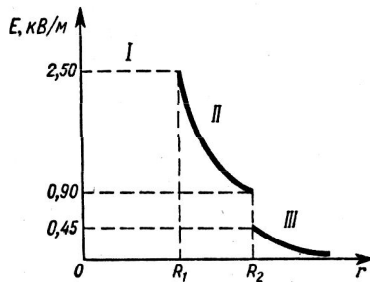


Рис.7

Побудуємо графік  $E(r)$ . В області

**I** ( $r_1 < R_1$ )  $E=0$ , в області **II** ( $R_1 < r_2 < R_2$ )

$E_2(r)$  змінюється за законом  $1/r^2$ . У точці

$r=R_1$  напруженості

$$E_2(R_1) = E_2(R_1) = Q_1 / 4\pi\varepsilon_0 R_1^2 = 2,5\text{кВ/м}.$$

У точці  $r=R_2$  ( $r$  прагне до  $R_2$  ліворуч)

$$E_2(R_2) = Q_1 / 4\pi\epsilon_0 R_2^2 = 0,9 \text{кВ/м.}$$

В області **III** ( $r_3 < R_2$ )  $E_3(r)$  змінюється за законом  $1/r^2$ , причому в точці  $r=R_2$  ( $r$  прагне до  $R_2$  праворуч)

$$E_3(R_2) = Q_1 - |Q_2| / 4\pi\epsilon_0 R_2^2 = 0,45 \text{кВ/м.}$$

Таким чином, функція  $E(r)$  у точках  $r=R_1$  і  $r=R_2$  терпить розрив. Графік залежності  $E(r)$ , представлений на рис. 7.

**Приклад 7.** Точковий заряд  $Q=25\text{нКл}$  знаходиться у полі, створеному прямим нескінченним циліндром радіусом  $R=1\text{см}$ , рівномірно зарядженим з поверхневою густиною  $\sigma=0,2\text{нКл/см}^2$ . Визначити силу  $F$ , діючу на заряд, якщо його відстань від вісі циліндра  $r=10\text{см}$ .

**Рішення.** Значення сили  $F$ , що діє на точковий заряд  $Q$ , який знаходиться у полі, визначається по формулі

$$F = QE, \tag{1}$$

де  $E$  — напруженість поля.

Як відомо, напруженість поля нескінченно довгого рівномірно зарядженого циліндра

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r}, \tag{2}$$

де  $\tau$  — лінійна густина заряду.

Виразимо лінійну густина  $\tau$  через поверхневу густина  $\sigma$ . Для цього виділимо елемент циліндра довжиною  $l$  і виразимо заряд, що знаходиться на ньому,  $Q$  двома способами:  $Q = \sigma S = \sigma 2\pi Rl$ ,  $Q = \tau l$ . Порівнявши праві частини цих формул і скоротивши отриману рівність на  $l$ , знайдемо  $\tau = \sigma 2\pi R$ . З урахуванням цього формула (2) приймає вид  $E = R\sigma / (\epsilon_0 r)$ . Підставивши вираз  $E$  у (1), одержимо

$$F = QR\sigma / (\epsilon_0 r).$$

Зробимо обчислення:

$$F = \frac{2,5 \cdot 10^{-8} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 10} \text{Н} = 5,65 \cdot 10^{-4} \text{Н} = 565 \text{мкН}.$$

Сила  $F$  співпадає за напрямком з напруженістю  $E$ , що у силу симетрії (циліндр нескінченно довгий) перпендикулярна і поверхні циліндра.

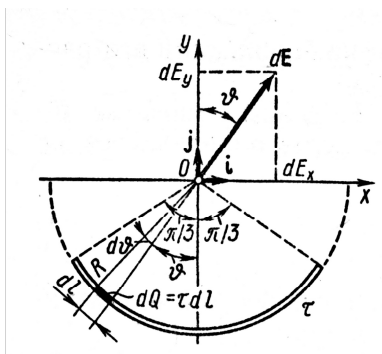


Рис.8

**Приклад 8.** По тонкій нитці, вигнутої по дузі кола, рівномірно розподілений заряд з лінійною густиною  $\tau=10\text{нКл/м}$ . Визначити напруженість  $E$  и потенціал  $\phi$  електричного поля, створеного

таким розподіленим зарядом у точці, що збігається з центром кривизни дуги. Довжина  $l$  нитки складає  $1/3$  довжини кола і дорівнює  $15$  см.

**Рішення.** Виберемо вісі координат так, щоб початок координат збігався з центром кривизни дуги, а вісь  $Oy$  була б симетрично розташована щодо кінців дуги. На нитці виділимо елемент довжини  $dl$ . Рис. 8. Заряд  $dQ = \tau dl$ , що знаходиться на виділеній ділянці, можна вважати точковим. Визначимо напруженість електричного поля в точці  $O$ . Для цього знайдемо спочатку напруженість  $dE$  поля, створеного зарядом  $dQ$ :

$$dE = \frac{\tau dl}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \frac{r}{r}$$

де  $r$  — радіус-вектор, спрямований від елемента  $dl$  до точки, у якій обчислюється напруженість.

Виразимо вектор  $dE$  через проекції  $dE_x$  і  $dE_y$  на вісі координат:

$$dE = i dE_x + j dE_y,$$

де  $i, j$  — одиничні вектори напрямків (орти). Напруженість  $E$  знайдемо інтегруванням:

$$E = \int_l dE = i \int_l dE_x + j \int_l dE_y,$$

Інтегрування ведеться уздовж дуги довжиною  $l$ . У силу симетрії  $\int_l dE_x = 0$ . Тоді

$$E = j \int_l dE_y, \quad (1)$$

де  $dE_y = dE \cos \vartheta = \tau dl \cos \vartheta / (4\pi\epsilon_0 r^2)$ . Тому, що  $r = R = \text{const}$ ,  $dl = R d\vartheta$ ,

тоді:

$$E = j \frac{\tau R d\vartheta}{4\pi\epsilon_0 R^2} \cdot \cos \vartheta = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0 R} \cdot \cos \vartheta d\vartheta.$$

Підставимо вираз  $dE_y$  в (1) і, прийнявши до уваги симетричне розташування дуги щодо вісі  $Oy$ , межі інтегрування візьмемо від  $0$  до  $\pi/3$ , а результат подвоїмо:

$$E = j \frac{2\tau}{4\pi\epsilon_0 R} \int_0^{\pi/3} \cos \vartheta d\vartheta = j \frac{2\tau}{4\pi\epsilon_0 R} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Виразивши радіус  $R$  через довжину  $l$  нитки ( $3l = 2\pi R$ ), одержимо

$$E = j \frac{\tau}{6\epsilon_0 l} \sqrt{3}. \quad (2)$$

З цієї формули видно, що напруженість поля по напрямку збігається з віссю  $Oy$ .

Знайдемо потенціал електричного поля в точці  $O$ . Спочатку знайдемо

потенціал  $d\varphi$ , створений точковим зарядом  $dQ$  у точці  $O$ :

$$d\varphi = \tau dl / (4\pi\epsilon_0 r).$$

Замінімо  $r$  на  $R$  і проведемо інтегрування:

$$\varphi = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0 R} \int_0^l dl = \frac{\tau l}{4\pi\epsilon_0 R}.$$

Так як  $l = 2\pi R / 3$ , то

$$\varphi = \tau / 6\epsilon_0. \quad (3)$$

Зробимо обчислення по формулах (2) і (3):

$$E = \frac{10^{-8} \cdot 1,73}{6 \cdot 8,55 \cdot 10^{-12} \cdot 0,15} \text{ В / м} = 2,18 \text{ кВ / м}.$$

$$\varphi = \frac{10^{-8}}{6 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \text{ В} = 188 \text{ В}.$$

**Приклад 9.** На тонкому стержні довжиною  $l$  знаходиться рівномірно розподілений заряд з лінійною густиною  $\tau = 10 \text{ нКл/м}$ . Знайти потенціал  $\varphi$ , утворений розподіленим зарядом у точці  $A$ , розташованій на вісі стержня і віддаленій від його найближчого кінця на відстань  $l$ .

**Рішення.** У задачі розглядається поле, утворене розподіленим зарядом. У цьому випадку використовують такий спосіб. На стержні виділяють малу ділянку довжиною  $dx$ . Тоді на цій ділянці буде зосереджений заряд  $dQ = \tau dx$ , який можна вважати точковим. Потенціал  $d\varphi$ , утворений цим точковим зарядом у точці  $A$  (рис. 9) можна визначити по формулі

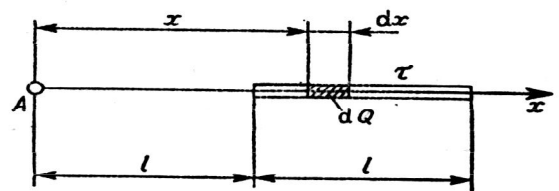


Рис.9

$$d\varphi = \frac{dQ}{4\pi\epsilon_0 x} = \frac{\tau dx}{4\pi\epsilon_0 x}.$$

Відповідно до принципу суперпозиції електричних полів, потенціал електричного поля, утвореного зарядженим стержнем у точці  $A$ , знайдемо інтегрування цього виразу:

$$\varphi = \int_l^{2l} \frac{\tau dx}{4\pi\epsilon_0 x} = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0} \int_l^{2l} \frac{dx}{x}.$$

Виконаємо інтегрування:

$$\varphi = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0} \ln x \Big|_l^{2l} = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0} \ln 2.$$

Підставимо числові значення фізичних величин у СІ ( $\tau = 10 \cdot 10^{-9} \text{ Кл/м}$ )

$1/(4\pi\epsilon_0)=9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф})$ , і зробимо обчислення:

$$\varphi = 9 \cdot 10^9 \cdot 10 \cdot 10^{-9} \cdot 0,693 \text{ В} = 62,4 \text{ В}.$$

**Приклад 10.** На пластинах плоского конденсатора знаходиться заряд  $Q=10$  нКл. Площа  $S$  кожної пластини конденсатора дорівнює  $100 \text{ см}^2$ , діелектрик - повітря. Визначити силу  $F$ , з якою притягуються пластини. Поле між пластинами вважати однорідним.

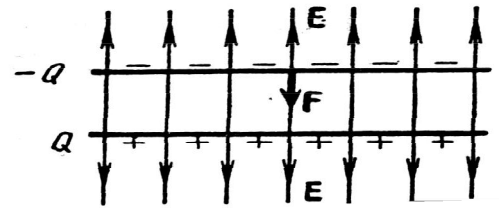


Рис.10

**Рішення.** Заряд  $Q$  однієї пластини знаходиться в полі напруженістю  $E$ , створеному зарядом іншої пластини конденсатора. Отже, на перший заряд діє сила (рис. 10)

$$F = Q / E . \quad (1)$$

Тому що

$$E = \sigma / (2\epsilon_0) = Q / (2\epsilon_0 S),$$

де  $\sigma$  — поверхнева густина заряду пластини, то формула (1) прийме вигляд:

$$F = Q^2 / (2\epsilon_0 S).$$

Виконаємо обчислення:

$$F = \frac{10^{-16}}{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-12}} \text{ Н} = 5,65 \cdot 10^{-4} \text{ Н} = 565 \text{ мкН}.$$

**Приклад 11.** Електричне поле створене довгим циліндром радіусом  $R=1$  см, рівномірно зарядженим з лінійною густиною  $\tau=20$  нКл/м. Визначити різницю потенціалів двох точок цього поля, що знаходяться на відстані  $a_1=0,5$  см і  $a_2=2$  см від поверхні циліндра, у середній його частині.

**Рішення.** Для визначення різниці потенціалів скористаємося співвідношенням між напруженістю поля і зміною потенціалу:  $E = -grad \varphi$ . Для поля з осьовою симетрією, яким є поле циліндра, це співвідношення можна записати у вигляді

$$E = - \frac{d \varphi}{dr},$$

де  $d\varphi = -E dr$ .

Інтегруючи цей вираз, знайдемо різницю потенціалів двох точок, що відстоять на відстанях  $r_1$  і  $r_2$  від вісі циліндра:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = - \int_{r_1}^{r_2} E dr. \quad (1)$$

Тому що циліндр довгий і точки узяті поблизу його середньої частини, то для вираза напруженості поля можна скористатися формулою напруженості поля, створеного нескінченно довгим циліндром:

$$E = \tau / (2\pi\epsilon_0 r).$$

Підставивши вираз E в (1), одержимо

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{1}{2\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = -\frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1},$$

чи

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

Зробимо обчислення, з огляду на, те що величини  $r_1$  і  $r_2$ , що входять у формулу (2) у вигляді відношення, можна виразити в сантиметрах

$$(r_1=R + a_1=1,5 \text{ см}, r_2=R + a_2=3 \text{ см}):$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 210^8 \cdot 1,8 \cdot 10^{10} \cdot \ln(3/1,5) = 3,6 \cdot 10^2 \cdot 2,3 \cdot \ln 2 B = 250 B.$$

**Приклад 12.** Електричне поле створюється двома зарядами  $Q_1=4\text{мкКл}$  і  $Q_2=-2\text{мкКл}$ , що знаходяться на відстані  $a=0,1$  м один від одного. Визначити роботу  $A_{1,2}$  сил поля по переміщенню заряду

$Q=50$  нкл із точки 1 у точку 2 (рис. 11)

**Рішення.** Для визначення роботи  $A_{1,2}$  сил поля скористаємося співвідношенням

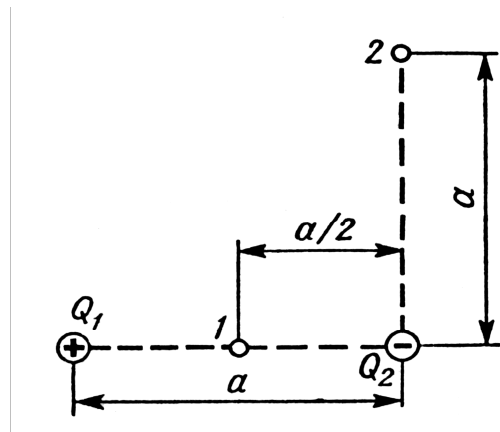


Рис.11

$$A_{1,2} = Q(\varphi_1 - \varphi_2)$$

Застосовуючи принцип суперпозиції електричних полів, визначимо потенціали  $\varphi_1$  і  $\varphi_2$  точок 1 і 2 поля:

$$\varphi_1 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 a\sqrt{2}} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 a\sqrt{2}} = \frac{2(Q_1 + Q_2)}{4\pi\epsilon_0 a}.$$

$$\varphi_2 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 a\sqrt{2}} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 a} = \frac{Q_1\sqrt{2} + Q_2}{4\pi\epsilon_0 a/2}.$$

Тоді

$$A_{1,2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a} [2(Q_1 + Q_2) - (Q/\sqrt{2} + Q_2)],$$

чи

$$A_{1,2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a} \left[ Q_1 \cdot \left( 2 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) + Q_2 \right].$$

Перевіримо, чи дає права частина рівності одиницю роботи (Дж):

$$\frac{[Q][Q_1]}{[\epsilon_0][a]} = \frac{1\text{Кл} \times 1\text{Кл}}{1\text{Ф/м} \times 1\text{м}} = 1\text{Кл} \times 1\text{В} = 1\text{Дж}.$$

Підставимо числові значення фізичних величин у СІ ( $Q=50 \cdot 10^{-9}$  Кл,  $Q_1=4 \cdot 10^{-6}$  Кл,  $Q_2=2 \cdot 10^{-6}$  Кл,  $a=0,1$  м,  $1/(4\pi\epsilon_0)=9 \cdot 10^9$  м/Ф) і зробимо обчислення:

$$A_{1,2} = \frac{50 \cdot 10^{-9} \cdot 9 \cdot 10^9}{0,1} \left[ 4 \cdot \left( 2 - 1/\sqrt{2} \right) - 2 \right] \cdot 10^{-6} \text{ Дж} = 14,3 \text{ мДж}.$$

**Приклад 13.** Визначити прискорюючу різницю потенціалів  $U$ , яку повинен пройти в електричному полі електрон, що має швидкістю  $v=10^6$  м/с, щоб швидкість його зросла в  $n=2$  рази.

**Рішення.** Різницю потенціалів, що прискорює, можна знайти, обчисливши роботу  $A$  сил електростатичного поля. Ця робота визначається добутком елементарного заряду  $e$  на різницю потенціалів  $U$ :

$$A = e \cdot U \quad (1)$$

Робота сил електростатичного поля в даному випадку дорівнює зміні кінетичної енергії електрона:

$$A = T_2 - T_1 = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}, \quad (2)$$

де  $T_1$  і  $T_2$  — кінетична енергія електрона до і після проходження поля, що прискорює;  $m$  — маса електрона;  $v_1$  і  $v_2$  — початкова і кінцева його швидкості.

Порівнявши праві частини рівностей (1) і (2), отримаємо

$$eU = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \frac{mn^2v_1^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2},$$

де  $n=v_2/v_1$ .

Звідси шукану різницю потенціалів отримаємо:

$$U = \frac{mv_1^2 \cdot (n^2 - 1)}{2 \cdot e}.$$

Зробимо обчислення:

$$U = \frac{9,1 \times 10^{-31} \times (10^6)^2}{2 \times 1,6 \times 10^{-19}} (2^2 - 1) \text{В} = 8,53 \text{В}.$$

**Приклад 14.** З поверхні нескінченного рівномірно зарядженого

( $\tau=50$  нКл/м) прямого циліндра вилітає  $\alpha$ -частинка ( $v_0=0$ ). Визначити кінетичну енергію  $T_2$   $\alpha$ -частинки (кеВ) у точках 1 і 2 на відстані

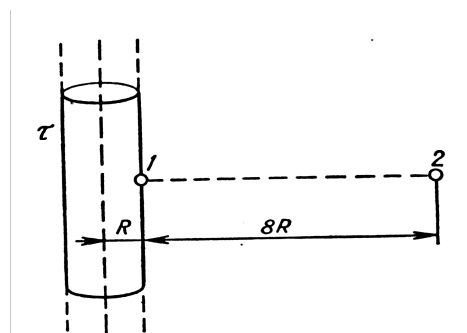


Рис.12



$8R$  від поверхні циліндра (рис. 12).

**Рішення.** Тому що сили електростатичного поля є консервативними то, для визначення кінетичної енергії  $\alpha$ - частинки в точці 2 скористаємося законом збереження енергії, записаному у вигляді  $E_1=E_2$ , де  $E_1$  і  $E_2$  — сповненої енергії  $\alpha$ -частинки в точках 1 і 2.

Так як  $E_1=T_1+U_1$  і  $E_2=T_2+U_2$  ( $T_1$  і  $T_2$  — кінетичні енергії  $\alpha$ -частинки;  $U_1$  і  $U_2$  — потенційні), тоді, з огляду на те, що  $T_1=0$  ( $v_0=0$ ), можна записати  $U_1=T_2+U_2$ , звідки  $T_2=U_1-U_2=Q(\varphi_1-\varphi_2)$  ( $Q$  - заряд  $\alpha$ - частинки;  $\varphi_1$  і  $\varphi_2$  — потенціали точок 1 і 2).

Використовуючи рішення приклада 10, запишемо:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \cdot \ln 9.$$

Перевірка одиниць аналогічна проведеної в прикладі 11.

Виразимо усі величини в одиницях СІ

( $Q=2,1,60 \cdot 10^{-19}$  Кл,  $\tau=50 \cdot 10^{-9}$  Кл/м,  $1/(2\pi\epsilon_0)=18 \cdot 10^9$  м/Ф) і зробимо обчислення ( $1/(1,60 \cdot 10^{-19})$  — коефіцієнт перекладу з Дж в еВ):

$$T_2 = 18109 \times \frac{2,1,60 \cdot 10^{-19} \cdot 50 \cdot 10^{-9}}{1,60 \cdot 10^{-19}} \times 2,20 \text{eV} = 3696 \text{keV}.$$

**Приклад 15.** Конденсатор ємністю  $C_1=3$  мкФ був заряджений до різниці потенціалів  $U_1=40$ В. Після відключення від джерела струму конденсатор з'єднали паралельно з іншим незарядженим конденсатором ємністю  $C_2=5$  мкФ. Яка енергія  $W$  витратиться на утворення іскри в момент приєднання другого конденсатора?

**Рішення.** Енергія, витрачена на утворення іскри

$$W = W_1 - W_2, \quad (1)$$

де  $W_1$  — енергія, яку мав перший конденсатор до приєднання до нього другого конденсатора;  $W_2$  — енергія, що має батарея, складена з двох конденсаторів.

Енергія зарядженого конденсатора визначається по формулі

$$W = \frac{CU^2}{2}, \quad (2)$$

де  $C$  — ємність конденсатора чи батареї конденсаторів.

Виразивши з формули (1) енергії  $W_1$  і  $W_2$  по формулі (2) і прийнявши до уваги, що загальна ємність паралельно з'єднаних конденсаторів дорівнює сумі ємностей окремих конденсаторів, одержимо

$$W = \frac{1}{2}C_1U_1^2 - \frac{1}{2}(C_1 + C_2)U_2^2, \quad (3)$$

де  $U_2$  — різниця потенціалів на затисках батареї конденсаторів.

З урахуванням того, що заряд після приєднання другого конденсатора залишився колишнім, виразимо різницю потенціалів  $U_2$  у такий спвісіб:

$$U_2 = \frac{Q}{C_1 + C_2} = \frac{C_1 U_1}{C_1 + C_2}. \quad (4)$$

Підставивши вирази  $U_2$  у (3), знайдемо

$$W = \frac{C_1 U_1^2}{2} - \frac{(C_1 + C_2) C_1^2 U_1^2}{2(C_1 + C_2)^2}, \quad \text{чи} \quad W = \frac{1}{2} \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} U_1^2.$$

Зробимо обчислення:

$$W = \frac{1}{2} \frac{3 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 10^{-6} + 5 \cdot 10^{-6}} \cdot 1600 \text{ Дж} = 1,5 \text{ мДж}.$$

**Приклад 16.** Потенціометр опором  $R=100\text{Ом}$  підключений до батареї з ЕРС  $\varepsilon=150\text{В}$  и внутрішнім опором  $R_i=50\text{Ом}$ . Визначити:

1) показання вольтметра опором  $R_V=500\text{Ом}$ , з'єданого з однією з клем потенціометра і рухливим контактом, установленим посередині потенціометра;

2) різницю потенціалів між тими ж точками потенціометра при відключенні вольтметра.

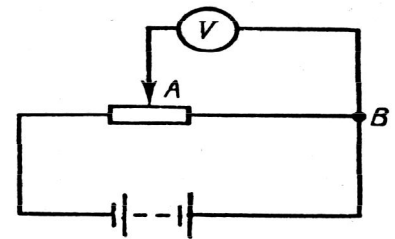


Рис.13

**Рішення.** 1. Показання вольтметра, підключеного до точок А і В

(рис. 22), визначимо по формулі  $U_1 = I_1 R_1$ ,

де  $R_1$  — опір паралельно з'єднаних вольтметра і половини потенціометра;  $I_1$  — сумарна сила струму в галузях цього з'єднання (вона дорівнює силі струму в нерозгалуженій частині ланцюга).

Силу струму  $I_1$  знайдемо за законом Ома для повного ланцюга:

$$I_1 = \varepsilon / (R_e + R_i), \quad (1)$$

де  $R_e$  — опір зовнішнього ланцюга. Цей опір є сума двох опорів:

$$R_e = R / 2 + R_1. \quad (2)$$

Опір  $R_1$  знайдемо по формулі паралельного з'єднання провідників

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_V} + \frac{1}{R/2}, \quad \text{звідти} \quad R_1 = \frac{R \cdot R_V}{R + 2R_V}.$$

Підставивши в (1) вираз  $R_e$  по (2), знайдемо

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R/2 + R_1 + R_i}.$$

У даному випадку рішення задачі в загальному вигляді було б громіздким. Тому зручно обчислення величин провести окремо:

$$R_1 = \frac{500 \cdot 100}{100 + 2 \cdot 500} \text{ Ом} = 45,5 \text{ Ом};$$

$$I_1 = \frac{150}{50 + 45,5 + 50} \text{ А} = 1,03 \text{ А};$$

$$U_1 = 1,03 \cdot 45 \cdot 5 \text{ В} = 46,9 \text{ В}.$$

2. Різниця потенціалів між точками А і В при відключеному вольтметрі дорівнює добутку сили струму  $I_2$  на половину опору потенціометра:

$$U_2 = I_2 \cdot R/2, \quad (3)$$

де  $I_2$  — сила струму в ланцюзі при відключеному вольтметрі. Її визначимо по формулі

$$I_2 = \varepsilon / (R + R_i).$$

Підставивши вираз  $I_2$  у (3), знайдемо

$$U_2 = \varepsilon / (R + R_i) \cdot R/2.$$

Зробимо обчислення:

$$U_2 = \frac{150}{100 + 50} \cdot \frac{100}{2} \text{ В} = 50 \text{ В}.$$

**Приклад 17.** Сила струму в провіднику опором  $R=20$  Ом зростає протягом часу  $\Delta t=2$ с по лінійному закону від  $I_0=0$ А до  $I_1=6$ А (рис.14). Визначити теплоту  $Q_1$ , що виділилася в цьому провіднику за першу секунду, і  $Q_2$  — за другу, а також знайти відношення  $Q_2/Q_1$ .

**Рішення.** Закон Джоуля-Ленца у вигляді  $Q=I^2Rt$  справедливий для постійного струму ( $I=\text{const}$ ). Якщо ж сила струму в провіднику змінюється, то закон зазначений нескінченно малий інтервал часу записується у вигляді

$$dQ = I^2 R dt. \quad (1)$$

Тут сила струму  $I$  є деякою функцією часу. У даному випадку

$$I = kt, \quad (2)$$

де  $k$  — коефіцієнт пропорційності, що характеризує швидкість зміни сили

струму:  $k = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{6}{2} \text{ А/с} = 3 \text{ А/с}.$

З врахуванням (2) формула (1) прийме вигляд

$$dQ = k^2 R t^2 dt. \quad (3)$$

Для визначення теплоти, що виділилася за кінцевий інтервал часу  $\Delta t$ , вираз (3) треба проінтегрувати в межах від  $t_1$  до  $t_2$ .

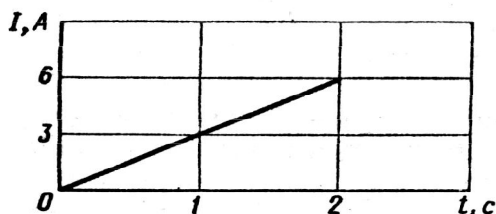


Рис.14

$$Q = k2R \int_{t_1}^{t_2} t^2 dt = \frac{1}{3} k2R(t_2^3 - t_1^3).$$

Зробимо обчислення:

$$Q_1 = \frac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot 20(1 - 0) \text{ Дж} = 60 \text{ Дж}.$$

$$Q_2 = \frac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot 20(8 - 0) \text{ Дж} = 420 \text{ Дж}.$$

т. ч. за другу секунду виділиться теплоти в сім разів більше, ніж за першу.

### 1.3. Задачі для самостійного розв'язку

1. Дві кульки масою  $m=1$  г кожна підвішені на нитках, верхні кінці яких з'єднані разом. Довжина кожної нитки  $l=10$  см. Які однакові заряди треба надати кулькам, щоб нитки розійшлися на кут  $\alpha=60^\circ$ ? [79 нКл]

2. Відстань між зарядами  $Q_1=100$  нКл і  $Q_2=-50$  нКл дорівнює  $d=10$  см. Визначити силу  $F$ , що діє на заряд  $Q_3=1$  мкКл, що знаходиться на відстані на  $r_1=12$  см від заряду  $Q_1$  і на  $r_2=10$  см від заряду  $Q_2$ . [51 мН]

3. Тонкий довгий стержень рівномірно заряджений з лінійною густиною  $\tau=1,5$  нКл/см. На продовженні вісі стержня на відстані  $d=2$  см від його кінця знаходиться точковий заряд  $Q=0,2$  мкКл. Визначити силу взаємодії зарядженого стержня і точкового заряду. [2,25 мН]

4. Довгий прямий тонкий дріт несе рівномірно розподілений заряд. Обчислити лінійну густину  $\tau$  заряду, якщо напруженість поля на відстані  $r=0,5$  м від дроту проти його середини  $E=2$  В/см. [5,55 нКл/м]

5. З якою силою, що приходить на одиницю площі, відштовхуються дві однойменно заряджені нескінченно протяжні площини з однаковою поверхневою густиною заряду  $\sigma=2$  мкКл/м<sup>2</sup>? [0,23 Н/м<sup>2</sup>]

6. Яку прискорюючу різницю потенціалів  $U$  повинний пройти електрон, щоб одержати швидкість  $V=8$  Мм/с? [182 В]

7. Заряд рівномірно розподілений по нескінченній площині з поверхневою густиною  $\sigma=10$  нКл/м<sup>2</sup>. Визначити різницю потенціалів двох точок поля, одна з яких знаходиться на площині, а інша віддалена від неї на відстань  $a=10$  см. [56,6 В]

8. Електрон з початковою швидкістю  $v=3$  Мм/с влетів в однорідне електричне поле напруженістю  $E=150$  В/м. Вектор початкової швидкості перпендикулярний лініям напруженості електричного поля. Визначити: 1) силу, що діє на електрон; 2) прискорення, що здобувається електроном; 3) швидкість електрона через  $t=0,1$  мкс. [24 аН; 26,4 Тм/с<sup>2</sup>; 4 Мм/с]

9. До батареї з ЕРС  $\epsilon=300$  В включені два плоских конденсатори

ємностями  $C_1=2$  пФ і  $C_2=3$  пФ. Визначити заряд  $Q$  і напругу  $U$  на пластинках конденсаторів при послідовному і паралельному з'єднаннях. [1) 0,36 нКл; 180 В; 120 В; 2) 0,6 нКл; 0,9кКл; 300 В]

10. Конденсатор ємністю  $C_1=600$  пФ зарядили до різниці потенціалів  $U_1=1,5$  кВ і відключили від джерела напруги. Потім до нього паралельно приєднали незаряджений конденсатор ємністю  $C_2=400$  пФ. Визначити енергію, витрачену на утворення іскри, яка проскочила при з'єднанні конденсаторів. [0,27 мДж]

11. На кінцях мідного дроту довжиною  $l=5$  м підтримується напруга  $U=1$  В. Визначити густину струму у дроті. [ $1,18 \cdot 10^7$  А/м<sup>2</sup>]

12. Резистор опором  $R_1=5$  Ом, вольтметр і джерело струму з'єднані паралельно. Вольтметр показує напруга  $U_1=10$  В. Якщо замінити резистор іншим з опором  $R_2=12$  Ом, то вольтметр покаже напругу  $U_2=12$  В. Визначити ЕРС і внутрішній опір джерела струму. Струмом через вольтметр знехтувати. [14 В; 2 Ом]

13. Визначити електричний заряд, що пройшов через поперечний переріз дроту опором  $R=3$  Ом при рівномірному наростанні напруги на кінцях провідника від  $U_1=2$  В до  $U_2=4$  В на протязі  $t=20$  с. [20 Кл]

14. Визначити силу струму в ланцюзі, що складається з двох елементів ЕРС:  $\varepsilon_1=1,6$  В і  $\varepsilon_2=1,2$  В і внутрішніми опорами  $R_1=0,6$  Ом і  $R_2=0,4$  Ом, з'єднаних однойменними полюсами. [0,4 А]

15. Гальванічний елемент дає на зовнішній опір  $R_1=0,5$  Ом силу струму  $I_1=0,2$  А. Якщо зовнішній опір замінити на  $R_2=0,8$  Ом, то елемент дає силу струму  $I_2=0,15$  А. Визначити силу струму короткого замикання. [0,45 А]

16. До джерела струму з ЕРС=12В приєднане навантаження. Напруга  $U$  на клеммах джерела стало при цьому рівним 8В. Визначити ККД джерела струму. [68%]

17. Зовнішній ланцюг джерела струму споживає потужність  $P=0,75$  Вт. Визначити силу струму в ланцюзі, якщо ЕРС джерела струму  $\varepsilon=2$  В і внутрішній опір  $R=1$  Ом. [0,5 і 1,5 А]

18. Яка найбільша корисна потужність  $P_{\max}$  може бути отримана від джерела струму з ЕРС  $\varepsilon=12$  В і внутрішнім опором  $R=1$  Ом? [36 Вт]

19. При вимиканні джерела струму сила струму в ланцюзі убуває за законом  $I=I_0e^{-\alpha t}$  ( $I_0=10$  А,  $\alpha=5 \cdot 10^2$  с<sup>-1</sup>). Визначити кількість теплоти, що виділиться в резисторі опором  $R=5$  Ом після вимикання джерела струму. [0,5 Дж]

## 2. ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

### 2.1. Основні формули

Зв'язок магнітної індукції  $B$  з напруженістю  $H$  магнітного поля

$$B = \mu\mu_0 H,$$

де  $\mu$  — магнітна проникність ізотропного середовища;  $\mu_0$  — магнітна постійна. У вакуумі  $\mu=1$ , і тоді магнітна індукція у вакуумі

$$B = \mu_0 H.$$

Закон Біо - Савара – Лапласа

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \left[ \frac{dlr}{r^3} \right] I \quad \text{чи} \quad dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \sin \alpha}{r^2} dl$$

де  $dB$  — магнітна індукція поля, створюваного елементом дроту довжиною  $dl$  зі струмом  $I$ ; вектор  $r$ -радіус-вектор, спрямований від елемента провідника до точки, в якій визначається магнітна індукція;  $\alpha$  — кут між радіусом-вектором і напрямком струму в елементі дроту.

Магнітна індукція в центрі колового струму

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2R},$$

де  $R$  — радіус колового витка.

Магнітна індукція на вісі колового струму

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2\pi R^2 I}{(R^2 + h^2)^{3/2}},$$

де  $h$  — відстань від центра витка до точки, в якій визначається магнітна індукція.

Магнітна індукція поля прямого струму

$$B = \mu\mu_0 I / (2\pi r_0)$$

де  $r_0$  — відстань від вісі дроту до точки, в якій визначається магнітна індукція.

Магнітна індукція поля, створюваного відрізком дроту зі струмом (див. рис. 15, а і приклад 1),

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2).$$

Позначення зрозумілі з рисунка. Напрямок вектора магнітної індукції  $B$  позначено точкою — це значить, що  $B$  спрямований перпендикулярно площині креслення до нас.

При симетричному розташуванні кінців дроту щодо точки, в якій визначається магнітна індукція (рис. 15, б),  $-\cos \alpha_2 = \cos \alpha_1 = \cos \alpha$ , тоді

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r_0} \cos \alpha.$$

Магнітна індукція поля соленоїда

$$B = \mu\mu_0 nI,$$

де  $n$  — відношення числа витків соленоїда до його довжини.

Сила, що діє на дрід зі струмом у магнітному полі (закон Ампера),

$$F = I[Bl], \text{ чи } F = IBl \sin \alpha,$$

де  $l$  — довжина дроту;  $\alpha$  — кут між напрямком струму в дроті і вектором магнітної індукції  $B$ . Це вираз справедливий

для однорідного магнітного поля і прямого відрізка дроту. Якщо поле неоднорідне і провід не є прямим, то закон Ампера можна застосовувати до кожного елемента дроту окремо:

$$dF = I[dBl]$$

Магнітний момент плоского контуру зі струмом

$$p_m = nIS$$

де  $n$  — одиничний вектор нормалі (позитивної) до площини контуру;  $I$  — сила струму, що протікає по контурі;  $S$  — площа контуру.

Механічний (обертальний) момент, що діє на контур зі струмом, розмещений в однорідному магнітному полі,

$$M = [p_m B] \text{ чи } M = p_m B \sin \alpha$$

де  $\alpha$  — кут між векторами  $p_m$  і  $B$ .

Потенційна енергія (механічна) контуру зі струмом у магнітному полі

$$\Pi_{\text{мех}} = p_m B, \text{ чи } \Pi_{\text{мех}} = p_m B \cos \alpha$$

Відношення магнітного моменту  $p_m$  до механічного  $L$  (моменту імпульсу) зарядженої частинки, що рухається по крутій орбіті,

$$\frac{p_m}{l} = \frac{1}{2} \frac{Q}{m},$$

де  $Q$  — заряд частинки;  $m$  — маса частинки.

Сила Лоренца

$$F = Q[vB], \text{ чи } F = QvB \sin \alpha.$$

де  $v$  — швидкість зарядженої частинки;  $\alpha$  — кут між векторами  $v$  і  $B$ .

Магнітний потік:

а) у випадку однорідного магнітного поля і плоскої поверхні

$$\Phi = BS \cos \alpha \text{ чи } \Phi = B_n S,$$

де  $S$  — площа контуру;  $\alpha$  — кут між нормаллю до площини контуру і

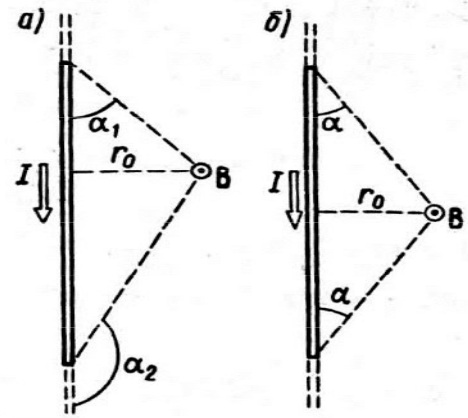


Рис. 15

вектором магнітної індукції:

б) у випадку неоднорідного поля і довільної поверхні:

$$\Phi = \int_S B_n dS$$

(інтегрування ведеться по всій поверхні).

Ця формула вірна для соленоїда і тороїда з рівномірним намотуванням щільно прилягаючих один до одного  $N$  витків.

Робота по переміщенню замкнутого контуру в магнітному полі

$$A = I\Delta\Phi.$$

ЕРС індукції

$$\varepsilon_i = -\frac{d\psi}{dt}.$$

Різниця потенціалів на кінцях дроту, що рухається із швидкістю  $v$  у магнітному полі,

$$U = Blv \sin \alpha,$$

де  $l$  — довжина дроту;  $\alpha$  — кут між векторами  $v$  і  $B$ .

Заряд, що протікає по замкнутому контурі при зміні магнітного потоку, що пронизує цей контур,

$$Q = \Delta\Phi / R, \text{ чи } Q = N\Delta\Phi / R = \Delta\psi / R,$$

де  $R$  — опір контуру.

Індуктивність контуру

$$L = \Phi / I.$$

ЕРС самоіндукції

$$\varepsilon_S = -L \frac{dI}{dt},$$

Індуктивність соленоїда

$$L = \mu\mu_0 n^2 V,$$

де  $n$  — відношення числа витків соленоїда до його довжини;  $V$  — об'єм соленоїда.

Миттєве значення сили струму в ланцюзі, що має опір  $R$  і індуктивність  $L$ :

а)  $I = \frac{\varepsilon}{R} (1 - e^{-Rt/L})$  (при замиканні ланцюга), де  $\varepsilon$  — ЕРС джерела струму;  $t$  — час, що пройшов після замикання ланцюга;

б)  $I = I_0 e^{-Rt/L}$  (при розмиканні ланцюга), де  $I_0$  — сила струму в ланцюзі при  $t=0$ ;  $t$  — час, що пройшов з моменту розмикання ланцюга.

Енергія магнітного поля. Об'ємна густина енергії магнітного поля (відношення енергії магнітного поля соленоїда до його об'єму)

$$\varpi = BH/2, \text{ чи } \varpi = B^2 / (2\mu\mu_0)$$

де  $B$  — магнітна індукція;  $H$  — напруженість магнітного поля.



## 2.2. Приклади рішення задач

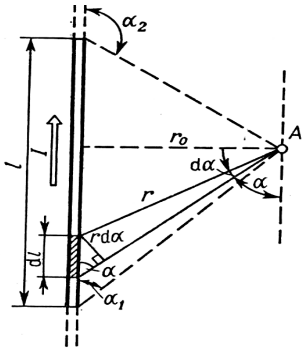


Рис.16

**Приклад 1.** По відрітку прямого дроту довжиною  $l=80\text{см}$  тече струм  $I=50\text{А}$ . Визначити магнітну індукцію  $B$  поля, створеного цим струмом, у точці  $A$ , рівновіддаленої від кінців відрізка дроту і знаходиться на відстані  $r_0=30\text{см}$  від його середини.(рис.16)

**Рішення.** Для рішення задач скористаємося законом Біо - Савара-Лапласа і принципом суперпозиції магнітних полів. Закон Біо-Савара-Лапласа дозволяє визначити магнітну індукцію  $dB$ , створювану елементом струму  $Idl$ . Помітимо, що вектор  $dB$  у точці  $A$  спрямований за площину креслення. Принцип суперпозиції дозволяє для визначення  $B$  скористатися геометричним підсумовуванням (інтегруванням):

$$B = \int_l dB, \quad (1)$$

де символ  $l$  означає, що інтегрування поширюється на всю довжину дроту.

Запишемо закон Біо-Савара-Лапласа у векторній формі:

$$dB = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi r^2} [dlr],$$

де  $dB$  — магнітна індукція, створена елементом дроту довжиною  $dl$  зі струмом  $I$  у точці, обумовленій радіусом-вектором  $r$ ;  $\mu_0$  - магнітна постійна;  $\mu$ , — магнітна проникність середовища, у якій знаходиться дріт (у нашому випадку  $\mu=1$ ). Помітимо, що вектори  $dB$  від різних елементів струму співпадають за напрямком, тому вираз (1) можна переписати в скалярній формі:

$$B = \int_l dB,$$

$$\text{де } dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{\sin \alpha}{r^2} dl.$$

В скалярному вираженні закону Біо-Савара-Лапласа кут  $\alpha$  є кут між елементом струму  $Idl$  і радіус-вектором  $r$ . Таким чином,

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_l \frac{\sin \alpha}{r^2} dl. \quad (2)$$

Перетворимо підінтегральний вираз так, щоб була одна перемінна — кут  $\alpha$ . Для цього виразимо довжину елемента дроту  $dl$  через кут  $d\alpha$ :  $dl = r d\alpha / \sin \alpha$  (рис. 16). Тоді підінтегральний вираз  $\frac{\sin \alpha}{r^2} dl$  запишемо

у вигляді  $\frac{\sin \alpha}{r^2} \cdot \frac{rd\alpha}{\sin \alpha} = \frac{d\alpha}{r}$ . Помітимо, що перемінна  $r$  також залежить від  $\alpha$ , ( $r=r_0/\sin\alpha$ ); отже,

$$\frac{d\alpha}{r} = \frac{\sin \alpha}{r_0} d\alpha.$$

Таким чином, вираз (2) можна переписати у вигляді

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi r_0} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha,$$

де  $\alpha_1$  і  $\alpha_2$  – межі інтегрування.

Виконаємо інтегрування

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2), \quad (3)$$

Помітимо, що при симетричному розташуванні точки А щодо відрізка дроту  $\cos \alpha_2 = -\cos \alpha_1$ . З урахуванням цього формула (3) прийме вигляд

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} \cos \alpha_1 \quad (4)$$

З рис. 16 випливає що;

$$\cos \alpha = \frac{l/2}{\sqrt{(l/2)^2 + r_0^2}} = \frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}}.$$

Підставивши вираз  $\cos \alpha_1$  у формулу (4), одержимо

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0} \times \frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}} \quad (5)$$

Зробивши обчислення по формулі (5), знайдемо

$$B=26,7\text{мкТл.}$$

Напрямок вектора магнітної індукції  $B$  поля, створеного прямим струмом, можна визначити за правилом буравчика (правила правого гвинта). Для цього проводимо магнітну силову лінію (штрихова лінія на рис. 17) і по дотичній до неї в цікавлячій нас точці проводимо вектор  $B$ . Вектор магнітної індукції  $B$  в точці А (рис. 18) спрямований і перпендикулярно площині креслення від нас.

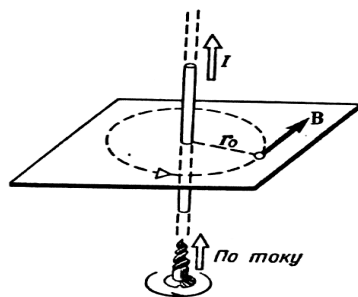


Рис. 17

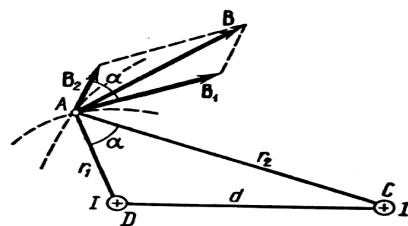


Рис.18

**Приклад 2.** Два паралельних нескінченно довгих проводи D і C, по яких тече в одному напрямку електричний струм силою  $I=60\text{А}$ , розташовані на відстані  $d=10\text{см}$  один від одного. Визначити магнітну індукцію  $B$  поля, створеного провідниками зі струмом у точці А (рис. 18), що відстоїть від вісі одного провідника на відстані  $r_1=5\text{см}$ , від іншого —  $r_2=12\text{см}$ .

**Рішення.** Для визначення магнітної індукції  $B$  в точці А скористаємося принципом суперпозиції магнітних полів. Для цього визначимо напрямки магнітних індукцій  $B_1$ , і  $B_2$  полів, створених кожним провідником зі струмом окремо, і складемо їх геометрично:

$$B=B_1+B_2.$$

Модуль вектора  $B$  може бути знайдений по теоремі косинусів:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2 \cos \alpha} , \quad (1)$$

де  $\alpha$  — кут між векторами  $B_1$  і  $B_2$ .

Магнітні індукції  $B_1$  і  $B_2$  виражаються відповідно через силу струму  $I$  і відстані  $r_1$  і  $r_2$  від проводів до точки А:

$$B_1 = \mu_0 I / (2\pi r_1); \quad B_2 = \mu_0 I / (2\pi r_2)$$

Підставляючи вираз  $B_1$  і  $B_2$  у формулу (1) і виносячи  $\mu_0 I / (2\pi)$  за знак кореня, одержуємо

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2}{r_1 r_2} \cos \alpha} . \quad (2)$$

Обчислимо  $\cos \alpha$ . Помітивши, що  $\alpha = \angle DAC$  (так як кути з відповідно перпендикулярними сторонами), за теоремою косинусів запишемо

$$d^2 = r_1^2 + r_2^2 + 2r_1 r_2 \cos \alpha ,$$

де  $d$  — відстань між проводами. Звідси

$$\cos \alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1 \cdot r_2}; \quad \cos \alpha = \frac{5^2 + 12^2 - 10^2}{2 \cdot 5 \cdot 12} = \frac{23}{40}.$$

Підставимо у формулу (2) числові значення фізичних величин і зробимо обчислення:

$$B = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 60}{2 \cdot 3,14} \sqrt{\frac{1}{(0,05)^2} + \frac{1}{(0,12)^2} + \frac{2}{0,05 \cdot 0,12} \cdot \frac{23}{40}} \text{Тл} = 3,08 \cdot 10^{-4} \text{Тл} = 308 \text{мкТл}$$

**Приклад 3.** По тонкому провідному кільцю радіусом  $R=10\text{см}$  тече струм  $I=80\text{А}$ . Знайти магнітну індукцію  $B$  в точці А, рівновіддаленій від усіх точок кільця на відстань  $r=20\text{см}$ .

**Рішення.** Для рішення задачі скористаємося законом Біо — Савара — Лапласа:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I[dlr]}{r^2},$$

де  $dB$  — магнітна індукція поля, створеного елементом струму  $I dl$  точки, обумовленої радіусом вектором  $r$ .

Виділимо на кільці елемент  $dl$  і від нього в точку  $A$  проведемо радіус-вектор  $r$  (рис. 19). Вектор  $dB$  направимо відповідно до правила буравчика.

Відповідно до принципу суперпозиції магнітних полів, магнітна індукція  $B$  в точці  $A$  визначається інтегруванням:

$$B = \int_l dB$$

де інтегрування ведеться по всіх елементах  $dl$ . Розкладемо вектор  $dB$  на дві складові:  $dB_{\perp}$ , перпендикулярну площині кільця, і  $dB_{\parallel}$ , паралельно площині кільця, тобто

$$dB = dB_{\perp} + dB_{\parallel}$$

Тоді

$$B = \int_l dB_{\perp} + \int_l dB_{\parallel}$$

Помітивши, що  $\int_l dB_{\parallel} = 0$  з понять симетрії і що вектори  $dB_{\perp}$  від різних елементів  $dl$  співнаправлені, замінимо векторне підсумовування (інтегрування) скалярним:

$$B = \int_l dB_{\perp}, \quad \text{де} \quad dB = dB \cos \beta \quad \text{і} \quad dB = \frac{\mu_0 I dl}{4\pi r^2} \quad (\text{оскільки } dl$$

перпендикулярний  $r$  і, отже,  $\sin \alpha = 1$ ). Таким чином,

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{r^2} \cdot \cos \beta \int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0 I \cos \beta \cdot 2\pi R}{4\pi r^2}.$$

Після скорочення на  $2\pi$  і заміни  $\cos \beta$  на  $R/r$  (рис.19) одержимо

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2r^3}.$$

Перевіримо, чи дає права частина рівності одиницю магнітної індукції (Тл):

$$\frac{[\mu_0][I][R^2]}{[r^3]} = \frac{1\text{Гн} \cdot 1\text{А} \cdot 1\text{м}^2}{\text{м} \cdot 1\text{м}^3} = \frac{1\text{Гн} \cdot 1\text{А}^2}{1\text{А} \cdot 1\text{м}^2} = \frac{1\text{Дж}}{1\text{А} \cdot 1\text{м}^2} = \frac{1\text{Н} \cdot 1\text{м}}{1\text{А} \cdot 1\text{м}} = 1\text{Тл}$$

Тут ми скористалися визначальною формулою для магнітної індукції:

$$B = \frac{M_{\max}}{p}.$$

Тоді

$$1\text{Тл} = \frac{1\text{Н} \times 1\text{м}}{1\text{А} \times 1\text{м}^2}.$$

Виразимо усі величини в одиницях СІ і

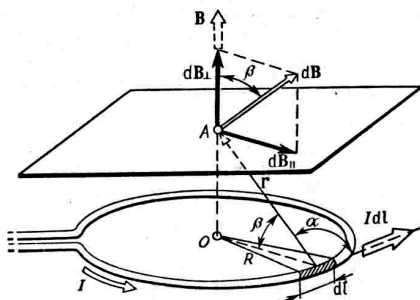


Рис.19

зробимо обчислення

$$B = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 80 \cdot (0,1)^2}{2 \cdot (0,2)^3} \text{Тл} = 6,28 \cdot 10^{-5} \text{Тл},$$

чи  $B=62,8 \mu\text{кТл}$ .

Вектор  $\mathbf{B}$  спрямований по вісі кільця (пунктирна стрілка на рис. 19) відповідно до правила буравчика.

**Приклад 4.** Два нескінченно довгих проводи схрещені під прямим кутом (рис. 20). По проводах течуть струми  $I_1=80 \text{ А}$  та  $I_2=60 \text{ А}$ . Відстань  $d$  між проводами дорівнює 10 см. Визначити магнітну індукцію  $B$  в точці  $A$ , однаково віддаленій від обох проводів.

**Рішення.** Відповідно до принципу суперпозиції магнітних полів магнітна індукція  $\mathbf{B}$  поля, створеного струмами  $I_1$  і  $I_2$  визначається виразом  $B=B_1 + B_2$ , де  $B_1$  — магнітна індукція поля, створеного в точці  $A$  струмом  $I_1$ ;

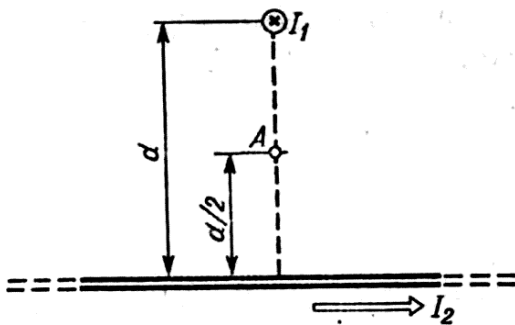


Рис. 20

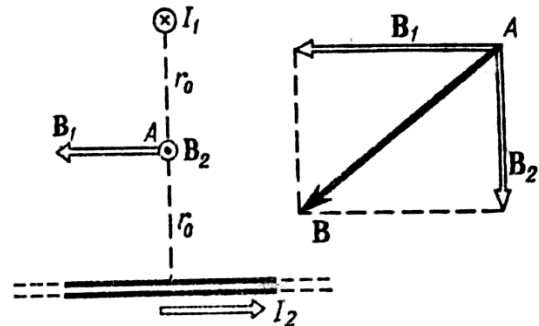


Рис. 21

$B_2$  — магнітна індукція поля, створеного в точці  $A$  струмом  $I_2$ .

Помітимо, що вектори  $B_1$  і  $B_2$  взаємно перпендикулярні (їхні напрямки знаходяться за правилом буравчика і зображені в двох проекціях на рис. 21). Тоді модуль вектора  $B$  можна визначити по теоремі Піфагора:

$$B = |\mathbf{B}| = \sqrt{B_1^2 + B_2^2},$$

де  $B_1$  і  $B_2$  визначаються по формулах розрахунку магнітної індукції для нескінченно довгого прямолінійного дроту зі струмом:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_0} \quad \text{і} \quad B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_0}$$

У нашому випадку  $r_0=d/2$ . Тоді

$$B = \frac{\mu_0}{\pi d} \sqrt{I_1^2 + I_2^2}.$$

Перевірка одиниць величин аналогічно виконаний в прикладі (3).

Зробимо обчислення:

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{\pi \cdot 10^{-1}} \sqrt{80^2 + 60^2} Tл = 4 \cdot 10^{-4} Tл = 400 \text{ мкТл}.$$

**Приклад 5.** Нескінченно довгий провід зігнутий так, як це зображено на рис. 22. Радіус  $R$  дуги кола дорівнює 10 см. Визначити магнітну індукцію  $\mathbf{B}$  поля, створену в точці  $O$  струм  $I=80$  А, що тече по цьому проводі.

**Рішення.** Магнітну індукцію  $B$  в точці  $O$  знайдемо, використовуючи принцип суперпозиції магнітних полів:  $\mathbf{B} = \sum \mathbf{B}_i$ . У нашому випадку провід можна розбити на три частини (рис. 23): два прямолінійних проводи (1 і 3),

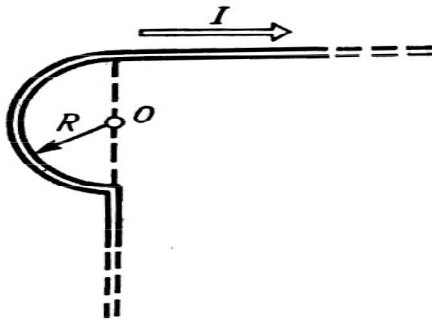


Рис. 22

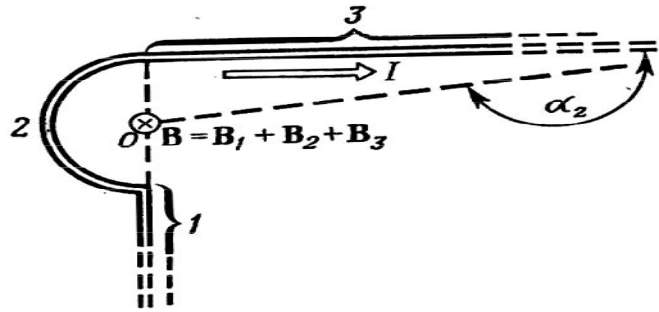


Рис. 23

одним кінцем направлени в нескінченність, і дугу півкола (2) радіуса  $R$ .

$$\text{Тоді } B = B_1 + B_2 + B_3,$$

де  $B_1$ ,  $B_2$  і  $B_3$  — магнітні індукції в точці  $O$ , створені струмом, що тече відповідно на першій, другій і третій ділянках проводу.

Так як точка  $O$  лежить на осі дроту 1, то  $B_1=0$  і тоді

$$B = B_2 + B_3$$

З урахуванням того, що вектори  $B_2$  і  $B_3$  спрямовані відповідно до правила буравчика перпендикулярно площині креслення від нас, то геометричне підсумовування можна замінити алгебраїчним:

$$B = B_2 + B_3$$

Магнітну індукцію  $B_2$  знайдемо, скориставшись виразом для магнітної індукції в центрі колового струму:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}.$$

У нашому випадку магнітне поле в точці  $O$  створюється лише половиною такого колового струму, тому

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{4R}.$$

Магнітну індукцію  $B_3$  знайдемо, скориставшись співвідношенням 3, виведеним у прикладі 1:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$$

У нашому випадку  $r_0=R$ ,  $\alpha_1=\pi/2$  ( $\cos\alpha_1=0$ ),  $\alpha_2 \rightarrow \pi$  ( $\cos\alpha_2= -1$ ), Тоді:

$$B_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}.$$

Використовуючи знайдені вирази для  $B_2$  і  $B_3$ , одержимо

$$B = B_1 + B_2 = \frac{\mu_0 I}{4R} + \frac{\mu_0 I}{4\pi R}$$

чи  $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} (\pi + 1).$

Перевірка одиниць величин аналогічно виконана в прикладі 3.

Зробимо обчислення:

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 80}{4\pi \cdot 0,1} (\pi + 1) \text{Тл} = 3,31 \cdot 10^{-4} \text{Тл}.$$

**Приклад 6.** По двом паралельним прямим проводах довжиною  $l=2,5$  м кожний, що знаходяться на відстані  $d=20$  см один від одного, течуть однакові струми  $I=1$  кА. Обчислити силу взаємодії струмів.

**Рішення.** Взаємодія двох проводів, по яких течуть струми, здійснюється через магнітне поле. Кожен струм створює магнітне поле, що діє на інший провід.

Припустимо, що обидва струми (позначимо їх для зручності  $I_1$  і  $I_2$ ) течуть в одному напрямку. Струм  $I_1$  створює в місці розташування другого дроту (зі струмом  $I_2$ ) магнітне поле.

Проведемо лінію магнітної індукції (пунктир на рис. 24) через другий провід і по дотичній до неї — вектор магнітної індукції  $B_1$ . Модуль магнітної індукції  $B_1$  визначається співвідношенням

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}. \quad (1)$$

Відповідно по закону Ампера, на кожен елемент другого дроту зі струмом  $I_2$  довжиною  $dl$  діє в магнітному полі сила

$$dF = I_2 B_1 dl \sin(dlB).$$

Тому що вектор  $dl$  перпендикулярний вектору  $B_1$ , то  $\sin(dlB)=1$  і тоді

$$dF = I_2 B_1 dl.$$

Підставивши в цей вираз  $B_1$  згідно (1), одержимо

$$dF = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} dl.$$

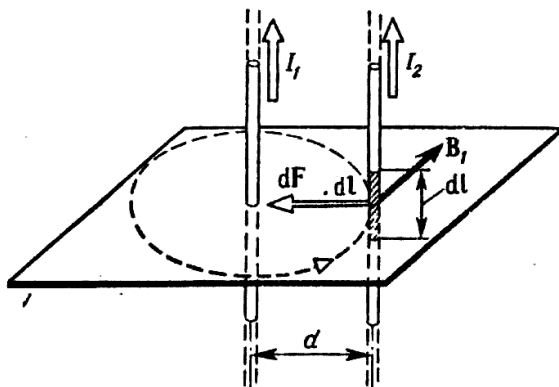


Рис. 24

Силу  $F$  взаємодії проводів зі струмом знайдемо інтегруванням:

$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} \int_0^l dl = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} l.$$

Помітивши, що  $I_1 = I_2 = I$

$$F = \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi d}.$$

Переконаємося в тому, що права частина цієї рівності дає одиницю сили (Н) :

$$\frac{[\mu_0] [I^2] [l]}{[d]} = \frac{1 \text{ Гн/м} \times 1 \text{ А}^2 \times 1 \text{ м}}{1 \text{ м}} = \frac{1 \text{ Дж}}{1 \text{ м}} = 1 \text{ Н}$$

Зробимо обчислення:

$$F = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot (10^3)^2 \cdot 2,5}{2\pi \cdot 0,2} \text{ Н} = 2,5 \text{ Н}$$

Сила  $F$  співпадає по напрямку із силою  $dF$  (рис. 24) і визначається (у даному випадку простіше) правилом лівої руки.

**Приклад 7.** Протон, що пройшов прискорюючу різницю потенціалів  $U=600\text{В}$ , влетів в однорідне магнітне поле з індукцією  $B=0,3\text{Тл}$  і почав рухатися по колу. Обчислити радіус  $R$  кола.(рис. 25)

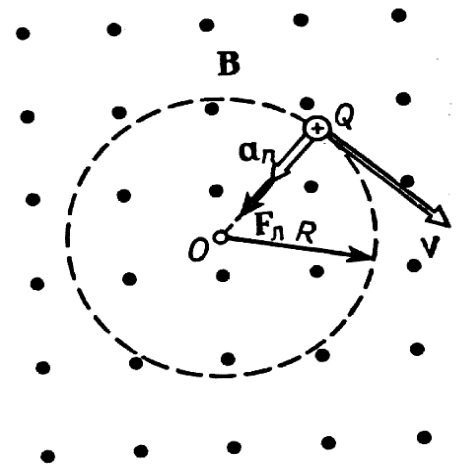


Рис. 25

**Рішення.** Рух зарядженої частинки в однорідному магнітному полі буде відбуватися по колі тільки в тому випадку, коли частинка влетить у магнітне поле перпендикулярно лініям магнітної індукції  $v \perp B$ . Тому що сила Лоренца перпендикулярна вектору  $v$ , то вона надасть частинці (протону) нормальне прискорення  $a_n$ .

Відповідно до другого закону Ньютона,

$$F_L = ma_n, \quad (1)$$

де  $m$  — маса протона.

На рис.27 сполучена траєкторія протона з площиною креслення і надано (довільно) напрямком вектора  $v$ . Силу Лоренца направимо перпендикулярно вектору  $v$  до центра кола (вектори  $a_n$  і  $F_L$  співпадає). Використовуючи правило лівої руки, визначимо напрямок магнітних силових ліній (напрямок вектора  $B$ ).

Перепишемо вираз (1) у скалярній формі (у проекції на радіус):

$$F_L = ma_n. \quad (2)$$

У скалярній формі  $F_L = Qv \sin \alpha$ . У нашому випадку  $v \perp B$  і  $\sin \alpha = 1$ , тоді



$F_{л} = QvB$ . Тому що нормальне прискорення  $a_n = v^2/R$ , то вираз (2) перепишемо таким способом:

$$QvB = mv^2 / R$$

Звідси знаходимо радіус кола:

$$R = mv / (QB).$$

Помітивши, що  $mv$  є імпульс протона ( $p$ ), цей вираз можна записати у вигляді

$$R = p / (QB). \quad (3)$$

Імпульс протона знайдемо, скориставшись зв'язком між роботою сил електричного поля і зміною кінетичної енергії протона, тобто  $A = \Delta T$ , чи

$$Q(\varphi_1 - \varphi_2) = T_2 - T_1,$$

де  $\varphi_1 - \varphi_2$  — прискорююча різниця потенціалів (чи напруга, що прискорює,  $U$ );  $T_1$  і  $T_2$  — початкова і кінцева кінетичні енергії протона.

Нехтуючи початковою кінетичною енергією протона ( $T_1 \approx 0$ ) і виразивши кінетичну енергію  $T_2$  через імпульс  $p$ , одержимо

$$QU = p^2 / (2m)$$

Знайдемо з цього виразу імпульс підставимо його у формулу (3):

$$R = \frac{\sqrt{2mQU}}{QB},$$

чи

$$R = \frac{1}{B} \sqrt{2mU/Q}. \quad (4)$$

Переконаємося в тому, що права частина рівності дає одиницю довжини (м):

$$\begin{aligned} \frac{[m^{1/2}][U^{1/2}]}{[B][Q^{1/2}]} &= \frac{1}{1Tл} \left( \frac{1кг \times 1В}{1Кл} \right)^{1/2} = \frac{(1кг)^{1/2} \times 1А \cdot м^2 \times (1Дж)^{1/2}}{1Дж \times 1Кл} = \frac{(1кг)^{1/2} \times 1м^2}{(1Дж)^{1/2} \times 1с} = \\ &= \frac{(1кг)^{1/2} \cdot м^2}{(1Дж)^{1/2} \cdot м/с \cdot с} = 1м \end{aligned}$$

Підставимо у формулу (4) числові значення фізичних величин і зробимо обчислення:

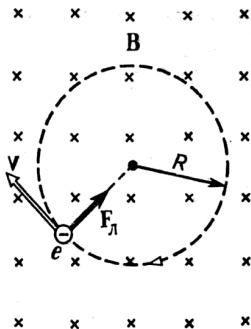


Рис. 26

$$R = \frac{1}{0,3} \sqrt{\frac{2 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 600}{1,6 \cdot 10^{-19}}} м = 0,0118 м = 11,8 мм.$$

**Приклад 8.** Електрон, влетівши в однорідне магнітне поле ( $B = 0,2$  Тл), став рухатися по кола радіуса  $R = 5$  см. Визначити магнітний момент  $p_m$  еквівалентного колового струму.

**Рішення.** Електрон починає рухатися по кола,

якщо він влітає в однорідне магнітне поле перпендикулярно лініям магнітної індукції. На рис. 26 лінії магнітної індукції перпендикулярні площини креслення і спрямовані «від нас» (позначені хрестиками).

Рух електрона по колу еквівалентно круговому струмі, який у даному випадку визначається виразом

$$I_{екв} = \frac{|e|}{T},$$

де  $e$  - заряд електрона;  $T$  – період його обертання.

Період обертання можна виразити через швидкість електрона  $v$  і шлях, пройдений електроном за період  $T = v / (2\pi R)$ . Тоді

$$I_{екв} = |e|v / (2\pi R). \quad (1)$$

Знаючи  $I_{екв}$ , знайдемо магнітний момент еквівалентного колового струму. По визначенню, магнітний момент контуру зі струмом виражається співвідношенням

$$p_m = I_{екв} S, \quad (2)$$

де  $S$  — площа, обмежена колом, описаним електроном ( $S = \pi R^2$ ).

Підставивши  $I_{екв}$  із (1) у виразу (2), одержимо

$$p_m = \frac{|e|v}{2\pi R} \times \pi R^2$$

Скоротимо на  $\pi R$  і перепишемо цей вираз у вигляді:

$$p_m = \frac{1}{2} |e|vR. \quad (3)$$

В отриманому виразі є швидкість електрона, що зв'язана з радіусом  $R$  кола, по якій він рухається, співвідношенням  $R = mv / (QB)$  (див. приклад 8).

Замінивши  $Q$  на  $|e|$ , знайдемо швидкість  $v = |e|BR / m$  і підставимо її у формулу (3):

$$p_m = \frac{|e^2|BR^2}{2m}.$$

Переконаємося в тому, що права частина рівності дає одиницю магнітного моменту ( $A \cdot m^2$ ):

$$\frac{|e^2|[B]R^2}{[m]} = \frac{(1Kл)^2 \cdot 1Tл \cdot (1m)^2}{1кг} = \frac{(1Kл)^2 \cdot 1H}{1кг \cdot 1A \cdot m} = \frac{(1A)^2 \cdot c^2 \cdot кг \cdot m \cdot m^2}{1A \cdot m \cdot кг \cdot c^2} = 1A \cdot m$$

**Приклад 9.** Електрон рухається в однорідному магнітному полі ( $B=10\text{мТл}$ ) по гвинтовій лінії, радіус  $R$  якої дорівнює 1 см і крок  $h=6$  см. Визначити період  $T$  обертання електрона і його швидкість  $v$ .

**Рішення.** Електрон буде рухатися по гвинтовій лінії, якщо він влітає в однорідне магнітне поле під деяким кутом ( $\alpha \neq \pi/2$ ) до ліній магнітної індукції. Розкладемо, як це показано на рис.27, швидкість  $v$  електрона на два складові: рівнобіжну вектору  $B(v_{\parallel})$  і перпендикулярну йому ( $v_{\perp}$ ). Швидкість  $v_{\parallel}$  у магнітному полі не змінюється і забезпечує переміщення електрона уздовж силової лінії. Швидкість  $v_{\perp}$  у результаті дії сили Лоренца буде змінюватися тільки по напрямку ( $F_{Л\perp} \perp v_{\perp}$ ) (під час відсутності рівнобіжної складової ( $v_{\parallel} = 0$ ) рух електрона відбувався б по колу в площині, перпендикулярній магнітним силовим лініям). Таким чином, електрон буде брати участь одночасно в двох рухах: рівномірному переміщенні із швидкістю  $v_{\parallel}$  і рівномірному русі по колу зі швидкістю  $v_{\perp}$ .

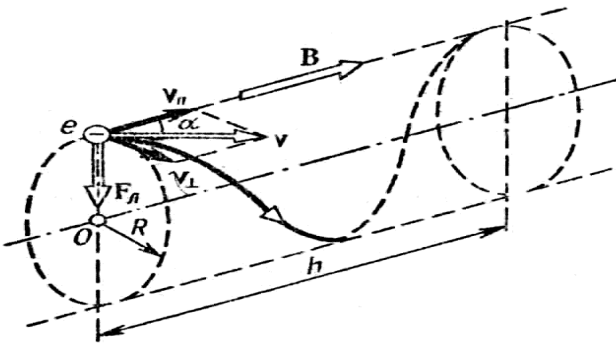


Рис. 27

Лоренца повідомляє електрону нормальне прискорення  $a_n = v_{\perp}^2 / R$ . Відповідно до другого закону Ньютона можна написати

$$F_{Л\perp} = ma_n$$

чи

$$|e|v_{\perp}B = mv_{\perp}^2 / R, \quad (2)$$

де  $v_{\perp} = v \sin \alpha$ .

Скоротивши (2) на  $v_{\perp}$ , виразимо співвідношення  $R/v_{\perp}$ . ( $R/v_{\perp} = m/|e|B$ ) і підставимо його у формулу (1):

$$T = 2\pi \times \frac{m}{|e|B}.$$

Переконаємося в тому, що права частина рівності дає одиницю часу (с):

$$\frac{[m]}{[e][B]} = \frac{1\text{кг}}{1\text{Кл}\cdot 1\text{Тл}} = \frac{1\text{кг}\cdot \text{А}\cdot \text{м}^2}{1\text{А}\cdot \text{с}\cdot \text{Н}\cdot \text{м}} = \frac{1\text{кг}\cdot \text{с}^2\cdot \text{м}^2}{1\text{с}\cdot \text{кг}\cdot \text{м}^2} = 1\text{с}$$

Зробимо обчислення:

$$T = \frac{2\pi \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10 \cdot 10^{-3}} \text{с} = 3,57 \cdot 10^{-9} \text{с} = 3,57 \text{нс}.$$

Модуль швидкості  $v$ , як це видно з рис. 29, можна виразити через  $v_{\perp}$  і

$$v_{II}: \quad v = \sqrt{v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2}$$

З формули (2) виразимо перпендикулярну складову швидкості:

$$v_{\perp} = \frac{|e|BR}{m}.$$

Рівнобіжну складову швидкості  $v_{\parallel}$  знайдемо з наступних розумінь. За час, рівний періоду звертання  $T$ , електрон пройде уздовж силової лінії відстань, рівну кроку гвинтової лінії, тобто  $h = Tv_{\parallel}$ , звідки

$$v_{\parallel} = h/T$$

Підставивши замість  $T$  праву частину виразу (2), одержимо

$$v_{\parallel} = \frac{|e|Bh}{2\pi m}.$$

Таким чином, модуль швидкості електрона

$$v = \sqrt{v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2} = \frac{|e|B}{m} \sqrt{R^2 + \left(\frac{h}{2\pi}\right)^2}.$$

Переконаємося в тому, що права частина рівності дає одиницю швидкості (м/с). Для цього помітимо, що  $R$  і  $h$  мають однакову одиницю — метр (м). Тому в квадратних дужках ми поставимо тільки одну з величин (наприклад,  $R$ ):

$$\frac{[e][B][R^2]^{1/2}}{[m]} = \frac{1\text{Кл} \cdot 1\text{Тл}}{1\text{кг}} \text{ м} = \frac{1\text{А} \cdot \text{с} \cdot \text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{м}}{\text{кг} \cdot \text{А} \cdot \text{м}^2} = \frac{1\text{Н} \cdot \text{с}}{1\text{кг}} = \frac{1\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}}{1\text{кг} \cdot \text{с}^2} = 1\text{м/с}$$

Зробимо обчислення

$$v = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{9,1 \cdot 10^{-31}} \left[ (0,01)^2 + \left(\frac{0,06}{2\pi}\right)^2 \right]^{1/2} \text{ м/с} = 2,46 \cdot 10^7 \text{ м/с}.$$

**Приклад 10.** Альфа-частинка пройшла різницю потенціалів, що прискорює,  $U=104$  В і влетіла в схрещені під прямим кутом електричне ( $E=10$ кВ/м) і магнітне ( $B=0,1$ Тл) поля. Знайти відношення заряду альфа-частинки до її маси, якщо, рухаючи перпендикулярно обом полям, частка не випробує відхилень від прямолінійної траєкторії.

**Рішення.** Для того щоб знайти відношення заряду  $Q$  альфа-частинки до її маси  $m$ , скористаємося зв'язком між роботою сил електричного поля і зміною кінетичної енергії частинки:

$$QU = mv^2 / 2$$

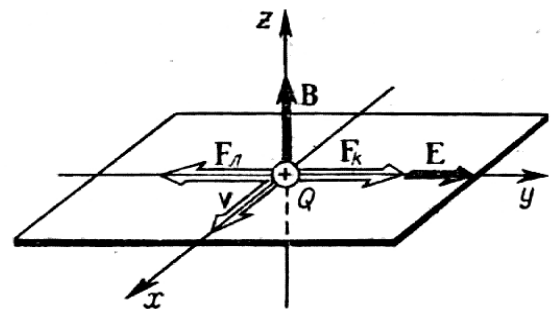


Рис. 28

$$\text{звідки } Q/m = v^2 / (2U) \quad (1)$$

Швидкість  $v$  альфа-частинки знайдемо з наступних розумінь. У схрещених електричному і магнітному полях на заряджену частку, що рухається, діють дві сили:

а) сила Лоренца  $F_L = Q[vB]$ , спрямована перпендикулярно швидкості  $v$  і вектору магнітної індукції  $B$ ;

б) Кулонівська сила  $F_K = QE$ , співпадає за напрямком з вектором напруженості  $E$  електростатичного поля ( $Q > 0$ ). На рис. 28 направимо вектор магнітної індукції

$B$  уздовж вісі  $Oz$ , швидкість  $v$  — у позитивному напрямку вісі  $Ox$ , тоді  $F_L$  і  $F_K$  будуть спрямовані так, як показано на рисунку.

Альфа-частинка не буде випробувати відхилення, якщо геометрична сума сил.  $F_L = F_K$  буде дорівнювати нулю. У проекції на вісь  $Oy$  одержимо наступну рівність (при цьому враховано, що  $v \perp B$  і  $\sin \alpha = 1$ ):

$$\text{Тоді} \quad QE - QvB = 0,$$

Звідки

$$v = E / B.$$

Підставивши це вираз швидкості у формулу (1), одержимо

$$Q/m = E^2 / (2UB^2).$$

Переконаємося в тому, що права частина рівності дає одиницю питомого заряду (Кл/кг):

$$\frac{[E^2]}{[U][B^2]} = \frac{(1B/m)^2}{1B \cdot 1Tл)^2} = \frac{(1B \cdot A)^2}{1B \cdot (1H)^2} = \frac{1Дж \cdot 1Кл}{(1H \cdot c)^2} = \frac{1Кл \cdot м}{1H \cdot c^2} = 1Кл / кг$$

Зробимо обчислення:

$$\frac{Q}{m} = \frac{(10^4)^2}{2 \cdot 10^4 \cdot (0,1)^2} Кл / кг = 4,81 \cdot 10^7 Кл / кг = 48,1 МКл / кг$$

**Приклад 11.** Коротка котушка, що містить  $N=103$  витків, рівномірно обертається з частотою  $n=10c^{-1}$  навколо вісі АВ, що лежить у площині котушки і перпендикулярна лініям однорідного магнітного поля ( $B=0,04Тл$ ). Визначити миттєве значення ЕРС індукції для тих моментів часу, коли площина котушки складає кут  $\alpha=60^\circ$  з лініями поля. Площа  $S$  котушки дорівнює  $100 \text{ см}^2$ .

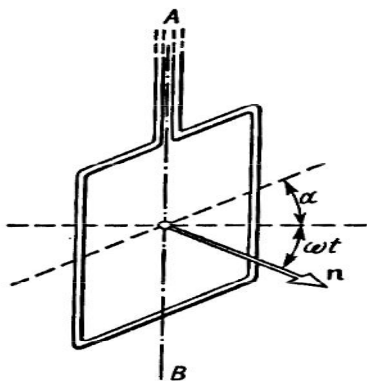


Рис. 29

**Рішення.** Миттєве значення ЕРС індукції  $\varepsilon_i$  визначається основним рівнянням електромагнітної індукції Фарадея—Максвела:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\psi}{dt}$$

Зчеплення потоку  $\psi = N\Phi$ , де  $N$  — число витків котушки, що пронизуються магнітним потоком  $\Phi$ . Підставивши вираз  $\Psi$  у формулу (1), одержимо

$$\varepsilon_i = -N\frac{d\Phi}{dt}. \quad (2)$$

При обертанні котушки магнітний потік  $\Phi$ , що пронизує котушку в момент часу  $t$ , змінюється за законом  $\Phi = BS\cos\omega t$ , де  $B$  — магнітна індукція;  $S$  — площа котушки;  $\omega$  — кутова швидкість котушки. Підставивши у формулу (2) вираз магнітного потоку  $\Phi$  і продиференціювавши за часом, знайдемо миттєве значення ЕРС індукції:

$$\varepsilon_i = NBS\omega \sin \omega t.$$

Помітивши, що кутова швидкість  $\omega$  зв'язана з частотою обертання  $n$  котушки співвідношенням  $\omega = 2\pi n$  і що кут  $\omega t = \pi/2 - \alpha$  (рис. 29), одержимо (враховано, що  $\sin(\pi/2 - \alpha) = \cos \alpha$ )

$$\varepsilon_i = 2\pi n N B S \cos \alpha.$$

Переконаємося в тому, що права частина цієї рівності дає одиницю ЕРС (В):

$$[n][B][S] = \frac{1\text{Тл} \cdot \text{м}^2}{1\text{с}} = \frac{1\text{Н} \cdot \text{м}^2}{1\text{А} \cdot \text{м} \cdot \text{с}} = \frac{1\text{Дж}}{1\text{Кл}} = 1\text{В}.$$

Зробимо обчислення:

$$\varepsilon_i = 2 \cdot 2,14 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 0,04 \cdot 10^{-2} \cdot 0,05\text{В} = 25,1\text{В}.$$

**Приклад 12.** Квадратна дрова рамка зі стороною  $a=5$  см і опором  $R=10$  мОм знаходиться в однорідному магнітному полі ( $B=40$  мТл). Нормаль до площини рамки складає кут  $\alpha=30^\circ$  з лініями магнітної індукції. Визначити заряд  $Q$ , що пройде по рамці, якщо магнітне поле виключити.

**Рішення.** При вимиканні магнітного поля відбудеться зміна магнітного потоку. Внаслідок цього в рамці виникне ЕРС індукції, обумовлена основним законом електромагнітної індукції

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

ЕРС індукції викликає в рамці індукційний струм, миттєве значення якого можна визначити скориставшись законом Ома для повного ланцюга  $I_i = \varepsilon_i / R$ , де  $R$  — опір рамки. Тоді

$$I_i R = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Тому що миттєве значення сили індукційного струму  $I_i = \frac{dQ}{dt}$ , то це вираз можна переписати у вигляді

$$\frac{dQ}{dt} R = -\frac{d\Phi}{dt}, \text{ звідки } dQ = -\frac{d\Phi}{R} \quad (1)$$

Проінтегрувавши вираз (1), знайдемо

$$\int_0^Q dQ = -\frac{1}{R} \int_{\Phi_1}^{\Phi_2} d\Phi \text{ чи } Q = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{R}.$$

Помітивши що при виключеному полі (кінцевий стан)  $\Phi_2=0$ , остання рівність переписеться у вигляді

$$Q = \frac{\Phi_1}{R}. \quad (2)$$

Знайдемо магнітний потік  $\Phi_1$ . По визначенню магнітного потоку маємо

$$\Phi_1 = BS \cos \alpha,$$

де  $S$  — площа рамки.

У нашому випадку (рамка квадратна)  $S=a^2$ . Тоді

$$\Phi_1 = Ba^2 \cos \alpha. \quad (3)$$

Підставивши (3) у (2), одержимо

$$Q = \frac{Ba^2}{R} \cos \alpha.$$

Переконаємося в тому, що права частина цієї рівності дає одиницю заряду (Кл):

$$\frac{[B][a^2]}{[R]} = \frac{1\text{Тл} \cdot (1\text{м}^2)}{1\text{Ом}} = \frac{1\text{Н} \cdot \text{м}^2}{1\text{А} \cdot \text{м} \cdot \text{Ом}} = \frac{1\text{Дж}}{1\text{В}} = 1\text{Кл}$$

Зробимо обчислення:

$$Q = \frac{0,04 \cdot 25 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{3/2}}{0,01} \text{Кл} = 8,67 \cdot 10^{-3} \text{Кл} = 8,67 \text{мКл}$$

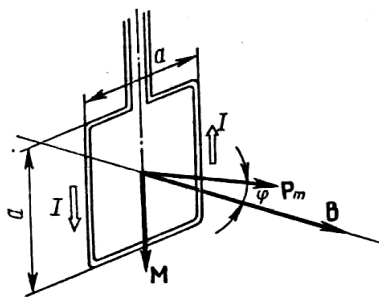


Рис. 30

**Приклад 13.** Плоский квадратний контур зі стороною  $a=10$  см, по якому тече струм  $I=100$  А, вільно установився в однорідному магнітному полі ( $B=1$ Тл). Визначити роботу  $A$ , чинену зовнішніми силами при повороті контуру щодо вісі, що проходить через середину його протилежних сторін, на кут: 1)  $\varphi_1=90^\circ$ ; 2)  $\varphi_2=3^\circ$ . При повороті контуру сила струму в ньому підтримується незмінною.

**Рішення.** Як відомо, на контур зі струмом у

магнітному полі діє момент сили (рис. 30)

$$M = p_m B \sin \varphi, \quad (1)$$

де  $p_m = IS = I a^2$  — магнітний момент контуру;  $B$  — магнітна індукція;  $\varphi$  — кут між векторами  $p_m$  (спрямований по нормалі до контуру) і  $B$ . За умовою задачі в початковому положенні контур вільно встановився в магнітне поле. При цьому момент сили дорівнює нулю ( $M=0$ ), а виходить,  $\varphi=0$ , тобто вектори  $p_m$  і  $B$  співпадають за напрямком. Якщо зовнішні сили виведуть контур з положення рівноваги, то момент сил, що виник [див. (1)] буде прагнути повернути контур у вихідне положення. Протидіяти цьому буде робота зовнішніх сил. Оскільки момент сил змінний (залежить від кута повороту  $\varphi$ ), то для підрахунку роботи застосуємо формулу роботи в диференціальній формі  $dA = M d\varphi$ . З огляду на формулу (1), одержуємо

$$dA = I B a^2 \cdot \sin \varphi d\varphi.$$

Взявши інтеграл від цього вираз, знайдемо роботу при повороті на кінцевий кут:

$$A = I B a^2 \int_0^{\varphi} \sin \varphi d\varphi \quad (2)$$

Робота при повороті на кут  $\varphi=90^\circ$

$$A_1 = I B a^2 \int_0^{\pi/2} \sin \varphi d\varphi = I B a^2 \cdot [(-\cos \varphi)]_0^{\pi/2} = I B a^2 \quad (3)$$

Виразимо числові значення величин в одиницях СІ ( $I=100$  А,  $B=1$  Тл,  $a=10$  см=0,1 м) і підставимо в (3):

$$A_1 = 100 \cdot 1 \cdot (0,1)^2 \text{ Дж} = 1 \text{ Дж}$$

Робота при повороті на кут  $\varphi_2=3^\circ$ . У цьому випадку, з огляду на, що кут  $\varphi_2$  малий, замінимо у виразі (2)  $\sin \varphi \approx \varphi$ :

$$A_2 = I B a^2 \int_0^{\varphi_2} \varphi d\varphi = \frac{1}{2} I B a^2 \varphi_2^2 \quad (4)$$

Виразимо кут  $\varphi_2$  у радіанах. Після підстановки числових значень величин у (4) знайдемо

$$A_2 = \frac{1}{2} 100 \cdot 1 \cdot (0,1)^2 \cdot (0,0523)^2 \text{ Дж} = 1,37 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 1,37 \text{ мДж}.$$

Задачу можна вирішити й іншими способами:

1. Робота зовнішніх сил по переміщенню контуру зі струмом у магнітному полі дорівнює добутку сили струму в контурі на зміну магнітного потоку, що пронизує контур:

$$A = I \Delta \Phi = I (\Phi_1 - \Phi_2),$$

де  $\Phi_1$  — магнітний потік, що пронизує контур до переміщення;  $\Phi_2$  —



те ж, після переміщення.

Якщо  $\varphi_1=90^\circ$ , то  $\Phi_1=BS$ ,  $\Phi_2=0$ .

Отже,  $A=IBS=IBa_2$ ,

$I$  що збігається з (3).

2. Скористаємося виразом для механічної потенційної енергії контуру зі струмом у магнітному полі

$$\Pi(\varphi) = -p_m B \cos \varphi.$$

Тоді робота зовнішніх сил

$$A = \Delta\Pi = \Pi_2 - \Pi_1,$$

чи

$$A = p_m B (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2).$$

Тому що  $p_m=Ia^2$ ,  $\cos \varphi_1=1$  і  $\cos \varphi_2=0$ , то

$$A = IBa^2,$$

що також збігається з (3).

**Приклад 14.** Соленоїд із сердечником з немагнітного матеріалу містить  $N=1200$  витків дроту, щільно прилягаючий один до одного. При силі струму  $I=4$  А магнітний потік  $\Phi=6$  мкВб. Визначити індуктивність  $L$  соленоїда і енергію  $W$  магнітного поля соленоїда.

**Рішення.** Індуктивність  $L$  зв'язана з зчепленням потоку  $\Psi$  і силою струму  $I$  співвідношенням

$$\Psi = IL. \quad (1)$$

Зчеплення потоку, у свою чергу, може бути визначене через потік  $\Phi$  і число витків  $N$  (за умови, що витки щільно прилягають один до одного):

$$\Psi = \Phi N \quad (2)$$

З формул (1) і (2) знаходимо індуктивність соленоїда:

$$L = N\Phi / I \quad (3)$$

Енергія магнітного поля соленоїда

$$W = \frac{1}{2} LI^2$$

Виразивши  $L$  згідно (3), одержимо

$$W = \frac{1}{2} N\Phi I. \quad (4)$$

Підставимо у формули (3) і (4) значення фізичних величин і зробимо обчислення:

$$L = \frac{1,2 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^{-6}}{4} \text{ Гн} = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ Гн} = 1,8 \text{ мГн};$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot 1,2 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^{-6} \cdot 4 \text{ Дж} = 1,44 \cdot 10^{-2} \text{ Дж} = 14,4 \text{ мДж}.$$

### 2.3. Задачі для самостійного рішення

1. Напруженість магнітного поля  $H=100$  А/м. Обчислити магнітну індукцію  $B$  цього поля у вакуумі. [126 мкТл]
2. По двох довгих рівнобіжних проводах течуть в однаковому напрямку струми  $I_1 = 10$  А і  $I_2 = 15$  А. Відстань між проводами  $A=10$  см. Визначити напруженість  $H$  магнітного поля в точці, вилученої від першого дроту на  $r_1=8$  см і від другого на  $r_2=6$  см. [44,5 А/м]
3. Вирішити задачу 2 за умови, що струми течуть у протилежних напрямках, точка вилучена від першого дроту на  $r_1=15$  см і від другого на  $r_2=10$  см. [17,4 А/м]
4. По тонкому провіднику, вигнутому у вигляді правильного шестикутника зі стороною  $a=10$  см, тече струм  $I=20$  А. Визначити магнітну індукцію  $B$  в центрі шестикутника. [138 мкТл]
5. Обмотка соленоїда містить два шари щільно прилягаючи один до одного витки дроту діаметром  $d=0,2$  мм. Визначити магнітну індукцію  $B$  на вісі соленоїда, якщо по дроту тече струм  $I_1=0,5$  А. [6,28 мТл]
6. В однорідному магнітному полі з індукцією  $B=0,01$  Тл поміщений прямий провідник довжиною  $l=20$  см (проводи що підводяться знаходяться поза полем). Визначити силу  $F$ , що діє на провідник, якщо по ньому тече струм  $I=50$  А, а кут  $\varphi$  між напрямком струму і вектором магнітної індукції дорівнює  $30^\circ$ . [50 мН]
7. Рамка зі струмом  $I = 5$  А містить  $N=20$  витків тонкого дроту. Визначити магнітний момент  $p_m$  рамки зі струмом, якщо її площа  $S=10$  см<sup>2</sup>. [0,1 А м<sup>2</sup>]
8. По витку радіусом  $R=10$  см тече струм  $I=50$  А. Виток поміщений в однорідне магнітне поле ( $B=0,2$  Тл). Визначити момент сили  $M$ , що діє на виток, якщо площина витка складає кут  $\varphi=60^\circ$  з лініями індукції. [0,157 Н·м]
9. Протон влетів у магнітне поле перпендикулярно лініям індукції і описав дугу радіусом  $R=10$  см. Визначити швидкість  $v$  протона, якщо магнітна індукція  $B=1$  Тл. [9,57 Мм/с]
10. Визначити частоту  $n$  звертання електрона по коловій орбіті в магнітному полі ( $B=1$  Тл). [ $2,8 \cdot 10^{10} \text{с}^{-1}$ ]
11. Електрон в однорідному магнітному полі рухається по гвинтовій лінії радіусом  $R=5$  см і кроком  $h=20$  см. Визначити швидкість  $v$  електрона, якщо магнітна індукція  $B = 0,1$  мТл. [ $1,04 \cdot 10^6$  м/с]
12. Кільце радіусом  $R=10$  см знаходиться в однорідному магнітному полі ( $B=0,318$  Тл). Площина кільця складає з лініями індукції кут  $\varphi=30^\circ$ . Обчислити магнітний потік  $\Phi$ , що пронизує кільце. [5 мВб]
13. По провіднику, зігнутому у вигляді квадрата зі стороною  $a=10$  см, тече струм  $I=20$  А. Площина квадрата перпендикулярна магнітним силовим

лініям поля. Визначити роботу  $A$ , яку необхідно зробити для того, щоб видалити провідник за межі поля. Магнітна індукція  $B=0,1$  Тл. Поле вважати однорідним. [0,02 Дж]

14. Провідник довжиною  $l=1$  м рухається зі швидкістю  $v=5$  м/с перпендикулярно лініям індукції однорідного магнітного поля. Визначити магнітну індукцію  $B$ , якщо на кінцях провідника виникає різниця потенціалів  $U=0,02$  В. [4 мТл]

15. Рамка площею  $S=50$  см<sup>2</sup>, що містить  $N=100$  витків, рівномірно обертається в однорідному магнітному полі ( $B=40$  мТл). Визначити максимальну ЕРС індукції  $\varepsilon_{\max}$ , якщо вісь обертання лежить у площині рамки і перпендикулярна лініям індукції, а рамка обертається з частотою  $n=960$  об/хв. [2,01 В]

16. Кільце з дроту опором  $R=1$  мОм знаходиться в однорідному магнітному полі ( $B=0,4$  Тл). Площина кільця складає з лініями індукції кут  $\varphi=90^\circ$ . Визначити заряд  $Q$ , що протече по кільцю, якщо його висмикнути з поля. Площа кільця  $S=10$  см<sup>2</sup>. [0,4 Кл]

17. Соленоїд містить  $N=4000$  витків дроту, по якому тече струм  $I=20$  А. Визначити магнітний потік  $\Phi$  і потокозчеплення  $\Psi$ , якщо індуктивність  $L=0,4$  Гн. [2 мВб; 8 Вб]

18. На картонний каркас довжиною  $l=50$  см і площею перетину  $S=4$  см<sup>2</sup> намотаний в один шар провід діаметром  $d=0,2$  мм так, що витки щільно прилягають один до одного (товщиною ізоляції знехтувати). Визначити індуктивність  $L$  соленоїда, що вийшов. [6,28 мГн]

19. Визначити силу струму в ланцюзі через  $t=0,01$  с після її розмикання. Опір ланцюга  $R=20$  Ом і індуктивність  $L=0,1$  Гн. Сила струму до розмикання ланцюга  $I_0=50$  А. [6,75 А]

20. По обмотці соленоїда індуктивністю  $L=0,2$  Гн тече струм  $I_1=10$  А. Визначити енергію  $W$  магнітного поля соленоїда. [10 Дж]

## 2.4 Контрольна робота №3

Таблиця варіантів

Варіанти	Номери задач							
	310	340	350	370	420	440	460	470
0	310	340	350	370	420	440	460	470
1	301	331	341	361	411	431	451	461
2	302	332	342	362	412	432	452	462
3	303	333	343	363	413	433	453	463
4	304	334	344	364	414	434	454	464
5	305	335	345	365	415	435	455	465
6	306	336	346	366	416	436	456	466

7	307	337	347	367	417	437	457	467
8	308	338	348	368	418	438	458	468
9	309	339	349	369	419	439	459	469

301. Точкові заряди  $Q_1=20\text{мкКл}$ ,  $Q_2=-10\text{мкКл}$  знаходяться на відстані  $d=5\text{ см}$  один до одного. Визначити напруженість поля в точці, віддаленій на  $r_1=3\text{ см}$  від першого і на  $r_2=4\text{ см}$  від другого заряду. Визначити також силу  $F$ , що діє в цій точці на точковий заряд  $Q=1\text{мкКл}$ .

302. Три однакових точкових заряди  $Q_1=Q_2=Q_3=2\text{нКл}$  знаходяться у вершинах рівностороннього трикутника зі сторонами  $a=10\text{см}$ . Визначити модуль і напрямок сили  $F$ , що діє на один із зарядів з боку двох інших.

303. Два позитивних точкових заряди  $Q$  і  $9Q$  закріплені на відстані  $d=100\text{ см}$  один від одного. Визначити, у якій точці на прямій, що проходить через заряди, варто помістити третій заряд так, щоб він знаходився в рівновазі. Вказати, який знак повинний мати цей заряд для того, щоб рівновага була стійкою, якщо переміщення зарядів можливі тільки уздовж прямої, що проходить через закріплені заряди.

304. Дві однаково заряджених кульки підвішені в одній точці на нитках однакової довжини. При цьому нитки розійшлися на кут  $\alpha$ . Кульки занурюють в олію. Яка густина  $\rho$  олії, якщо кут розбіжності ниток при зануренні в олію залишається незмінним? Густина матеріалу кульок  $\rho_0=1,5 \cdot 10^3\text{ кг/м}^3$ , діелектрична проникність олії  $\epsilon=2,2$ .

305. Чотири однакових заряди  $Q_1=Q_2=Q_3=Q_4=40\text{нКл}$  закріплені у вершинах квадрата зі стороною  $a=10\text{ см}$ . Знайти силу  $F$ , що діє на один з цих зарядів з боку трьох інших.

306. Точкові заряди  $Q_1=30\text{мкКл}$  і  $Q_2=-20\text{мкКл}$  знаходяться на відстані  $d=20\text{ см}$  один від одного. Визначити напруженість електричного поля  $E$  в точці, віддаленій від першого заряду на відстань  $r_1=30\text{ см}$ , а від другого на  $r_2=15\text{ см}$ .

307. У вершинах правильного трикутника зі стороною  $a=10\text{ см}$  знаходяться заряди  $Q_1=10\text{мкКл}$ ,  $Q_2=20\text{мкКл}$  і  $Q_3=30\text{мкКл}$ . Визначити силу  $F$ , що діє на заряд  $Q_2$  з боку двох інших зарядів.

308. У вершинах квадрата знаходяться однакові заряди  $Q_1=Q_2=Q_3=Q_4=8 \cdot 10^{-10}\text{ Кл}$ . Який негативний заряд  $Q$  потрібно помістити в центрі квадрата, щоб сила взаємного відштовхування позитивних зарядів була урівноважена силою притягання негативного заряду?

309. На відстані  $d=20\text{ см}$  знаходяться два точкових заряди:  $Q_1=-50\text{ нКл}$  і  $Q_2=100\text{ нКл}$ . Визначити силу  $F$ , що діє на заряд  $Q_3=-10\text{ нКл}$ , віддалений від обох зарядів на однакову відстань, рівну  $d$ .

310. Відстань  $d$  між двома точковими зарядами ( $Q_1=2\text{нКл}$  і  $Q_2=4\text{нКл}$

дорівнює 60 см. Визначити точку, у яку потрібно помістити третій заряд  $Q_3$  так, щоб система зарядів знаходилася в рівновазі. Визначити заряд  $Q_3$  і його знак. Стійка чи хитлива буде рівновага?

311. Тонкий стержень довжиною  $l=20$  см несе рівномірно розподілений заряд  $\tau=0,1$  мкКл. Визначити напруженість  $E$  електричного поля, створеного розподіленим зарядом у точці  $A$ , що лежить на вісі стержня на відстані  $a=20$  см від його кінця.

312. По тонкому півкільцю радіуса  $R=10$  см рівномірно розподілений заряд з лінійною густиною  $\tau=1$  мкКл/м. Визначити напруженість  $E$  електричного поля, створеного розподіленим зарядом у точці  $O$ , що збігається з центром кільця.

313. Тонке кільце несе розподілений заряд  $Q=0,2$  мкКл. Визначити напруженість  $E$  електричного поля, створеного розподіленим зарядом у точці  $A$ , рівновіддалені від усіх точок кільця на відстань  $r=20$  см. Радіус кільця  $R=10$  см.

314. Третина тонкого кільця радіуса  $R=10$  см несе розподілений заряд  $Q=50$  нКл. Визначити напруженість  $E$  електричного поля, створеного розподіленим зарядом у точці  $O$ , що збігається з центром кільця.

315. Нескінченний тонкий стержень, обмежений з одного боку, несе рівномірно розподілений заряд з лінійною густиною  $\tau=0,5$  мкКл/м. Визначити напруженість  $E$  електричного поля, створеного розподіленим зарядом у точці  $A$ , що лежить на вісі стержня на відстані  $a=20$  см від його початку.

316. По тонкому кільцю радіусом  $R=20$  см рівномірно розподілений з лінійною густиною  $\tau=0,2$  мкКл/м заряд. Визначити напруженість  $E$  електричного поля, створеного розподіленим зарядом у точці  $A$ , що знаходиться на вісі кільця на відстані  $h=2R$  від його центра.

317. По тонкому півкільцю рівномірно розподілений заряд  $Q=20$  мкКл із лінійною густиною  $\tau=0,1$  мкКл/м. Визначити напруженість  $E$  електричного поля, створеного розподіленим зарядом у точці  $O$ , що збігається з центром кільця.

318. Чверть тонкого кільця радіусом  $R=10$  см несе рівномірно розподілений заряд  $Q=0,05$  мкКл. Визначити напруженість  $E$  електричного поля, створеного розподіленим зарядом у точці  $O$ , що збігається з центром кільця.

319. По тонкому кільцю рівномірно розподілений заряд  $Q=10$  нКл із лінійною густиною  $\tau=0,01$  мкКл/м. Визначити напруженість  $E$  електричного поля, створеного розподіленим зарядом у точці  $A$ , що лежить на вісі кільця і віддаленого від його центра на відстань, рівна радіусу кільця.

320. Дві третини тонкого кільця радіусом  $R=10$  см несуть рівномірно розподілений з лінійною густиною  $\tau=0,2$  мкКл/м заряд. Визначити напруженість  $E$  електричного поля, створеного розподіленим зарядом у точці

О, що збігається з центром кільця.

321. На двох концентричних сферах радіусом  $R$  і  $2R$  рівномірно розподілені заряди з поверхневою густиною  $\sigma_1$  і  $\sigma_2$  (рис. 31). Потрібно: 1) використовуючи теорему Остроградського-Гаусса, знайти залежність  $E(r)$  напруженості електричного поля від відстані для трьох областей: *I*, *II* і *III*. Прийняти  $\sigma_1=4\sigma$ ,  $\sigma_2=\sigma$ ; 2) обчислити напруженість  $E$  в точці, вилученій від центра на відстань  $r$ , і вказати напрямок вектора  $E$ . Прийняти  $\sigma=30$  нКл/м<sup>2</sup>,  $r=1,5R$ ; 3) побудувати графік  $E(r)$ .

322. Див. умова задачі 321. В п. 1 прийняти  $\sigma_1=\sigma_2=-\sigma$ . В п. 2 прийняти  $\sigma=0,1$  мкКл/м<sup>2</sup>,  $r=3$ .

323. Див. умова задачі 321. В п.1 прийняти  $\sigma_1=-4\sigma$ ,  $\sigma_2=\sigma$ . В п. 2 прийняти  $\sigma=50$ нКл/м<sup>2</sup>,  $r=1,5R$ .

324. Див. умова задачі 321. В п. 1 прийняти  $\sigma_1=-2\sigma$ ,  $\sigma_2=\sigma$ . В п. 2 прийняти  $\sigma=0,1$  мкКл/м<sup>2</sup>,  $r=3R$ .

325. На двох нескінченних паралельних площинах рівномірно розподілені заряди з поверхневою густиною  $\sigma_1$  і  $\sigma_2$  (рис. 32). Потрібно: 1) використовуючи теорему Остроградського-Гаусса і принцип суперпозиції електричних полів, знайти вираз  $E(x)$  напруженості електричного поля в трьох областях: *I*, *II* і *III*. Прийняти  $\sigma_1=2\sigma$ ,  $\sigma_2=\sigma$ ; 2) обчислити напруженість  $E$  поля в точці, розташованій ліворуч від площин, і вказати напрямок вектора  $E$ ; 3) побудувати графік  $E(x)$ .

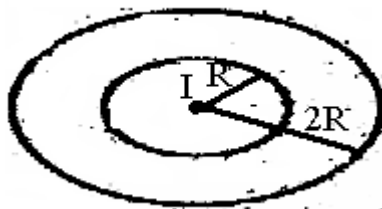


Рис. 31

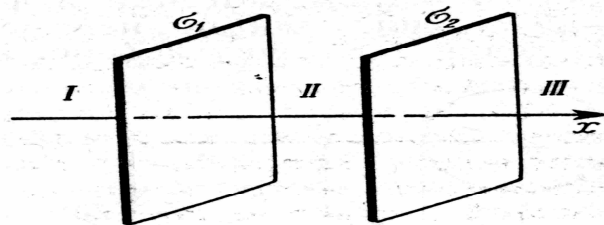


Рис. 32

3

26.

Див. умову задачі 325. У п. 1 прийняти  $\sigma_1=-4\sigma$ ,  $\sigma_2=2\sigma$ . У п. 2 прийняти  $\sigma=40$  нКл/м<sup>2</sup> і точку розташувати між площинами.

327. Див. умова задачі 325. У п. 1 прийняти  $\sigma_1=\sigma$ ,  $\sigma_2=-2\sigma$ . У п. 2 прийняти  $\sigma=20$  нКл/м<sup>2</sup> і точку розташувати справа від площин.

328. На двох коаксіальних нескінченних циліндрах радіусами  $R$

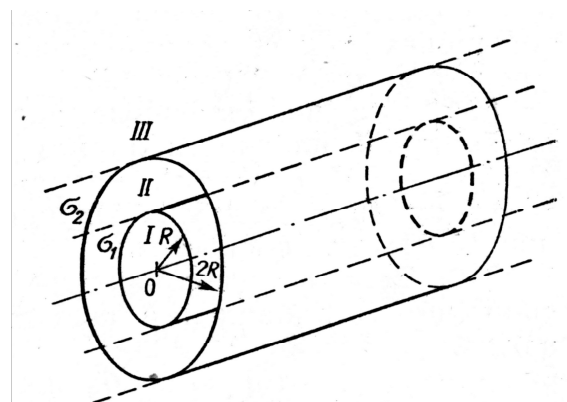


Рис. 33

і  $2R$  рівномірно розподілені заряди з поверхневою густиною  $\sigma_1$  і  $\sigma_2$  (рис. 33). Потрібно: 1) використовуючи теорему Остроградського-Гаусса: знайти залежність  $E(r)$  напруженості електричного поля від відстані для трьох областей:  $I, II, III$ . Прийняти  $\sigma_1 = -2\sigma$ ,  $\sigma_2 = \sigma$ ; 2) обчислити напруженість  $E$  в точці, вилученої від вісі циліндрів на відстань  $r$ , і вказати напрямок вектора  $E$ . Прийняти  $\sigma = 50 \text{ нКл/м}^2$ ,  $r = 1,5R$ ;  
3) побудувати графік  $E(r)$ .

329. Див. умова задачі 328. У п. 1 прийняти  $\sigma_1 = \sigma$ ,  $\sigma_2 = -\sigma$ . У п. 2 прийняти  $\sigma = 60 \text{ нКл/м}^2$ ,  $r = 3R$ .

330. Див. умова задачі 328. У п. 1 прийняти  $\sigma_1 = -\sigma$ ,  $\sigma_2 = 4\sigma$ . У п. 2 прийняти  $\sigma = 30 \text{ нКл/м}^2$ ,  $r = 4R$ .

331. Два точкових заряди  $Q_1 = 6 \text{ нКл}$  і  $Q_2 = 3 \text{ нКл}$  знаходяться на відстані  $d = 60 \text{ см}$  один від одного. Яку роботу необхідно зробити зовнішнім силам, щоб зменшити відстань між зарядами вдвічі?

332. Електричне поле створене зарядженою провідною кулею, потенціал  $\phi$  якої  $300 \text{ В}$ . Визначити роботу сил поля по переміщенню заряду  $q = 0,2 \text{ мкКл}$  із точки 1 у точку 2 (рис. 34).

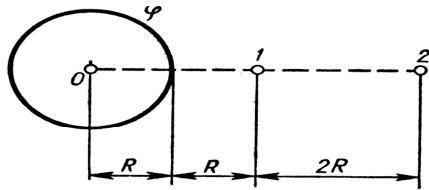


Рис. 34

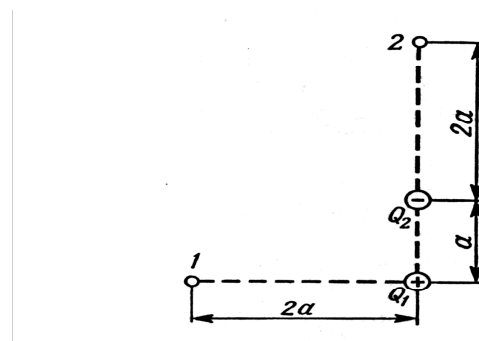


Рис. 35

333. Електричне поле створене зарядами  $Q_1 = 2 \text{ мкКл}$ ,  $Q_2 = -2 \text{ мкКл}$ , що знаходяться на відстані  $a = 10 \text{ см}$  один від одного. Визначити роботу сил поля, при переміщенні заряду  $Q = 0,5 \text{ мкКл}$  із точки 1 у точку 2 (рис. 35).

334. Дві паралельно заряджені площини, з поверхневою густиною заряду  $\sigma_1 = 2 \text{ мкКл/м}^2$  і  $\sigma_2 = -0,8 \text{ мкКл/м}^2$ , знаходяться на відстані  $d = 0,6 \text{ см}$  одна від одної. Визначити різницю потенціалів  $U$  між площинами.

335. Диполь з електричним моментом  $p = 100 \text{ пКл}\cdot\text{м}$  вільно установився у вільному електричному полі напруженістю  $E = 200 \text{ кВ/м}$ . Визначити роботу зовнішніх сил, яку необхідно затрати для повороту диполя на кут  $\alpha = 180^\circ$ .

336. Чотири однакових краплі ртуті, заряджених до потенціалу  $\phi = 10 \text{ В}$ , зливаються в одну. Який потенціал  $\phi_1$  краплі, що утворилася?

337. Тонкий стержень зігнутий у кільце радіусом  $R = 10 \text{ см}$ . Він

рівномірно заряджений з лінійною густиною заряду  $\tau=800\text{нКл/м}$ . Визначити потенціал  $\varphi$  у точці, розташованій на вісі кільця на відстані  $h=10\text{см}$  від його центра.

338. Поле утворене точковим диполем з електричним моментом  $p=200\text{пКл}\cdot\text{м}$ . Визначити різниця потенціалів  $U$  двох точок поля, розташованих симетрично щодо диполя на його вісі на відстані  $r=40\text{см}$  від центра диполя.

339. Електричне поле утворене нескінченно довгою зарядженою ниткою, лінійна густина заряду якої  $\tau=20\text{пКл/м}$ . Визначити різницю потенціалів  $U$  двох точок поля, що знаходять від нитки на відстані  $r_1=8\text{ см}$  і  $r_2=12\text{ см}$ .

340. Тонка квадратна рамка рівномірно заряджена з лінійною густиною заряду  $\tau=200\text{пКл/м}$ . Визначити потенціал  $\varphi$  поля в точці перетину діагоналей.

341. Порошина масою  $m=200\text{мкг}$ , що несе на собі заряд  $Q=40\text{нКл}$ , влетіла в електричне поле в напрямку силових ліній. Після проходження різниці потенціалів  $U=200\text{ В}$  порошина мала швидкість  $v=10\text{м/с}$ . Визначити швидкість  $v_0$  порошини до того, як вона влетіла в поле.

342. Електрон, який мав кінетичну енергією  $T=10\text{еВ}$ , влетів в однорідне електричне поле в напрямку силових ліній. Яку швидкістю буде мати електрон, пройшовши в цьому полі різницю потенціалів  $U=8\text{В}$ ?

343. Знайти відношення швидкостей іонів  $\text{Cu}^{2+}$  і  $\text{K}^+$ , що пройшли однакову різницю потенціалів.

344. Електрон з енергією  $T=400\text{ еВ}$  (у нескінченності) рухається уздовж силової лінії в напрямку до поверхні металевої зарядженої сфери радіусом  $R=10\text{ см}$ . Визначити мінімальну відстань  $a$ , на яку наблизиться електрон до поверхні сфери, якщо заряд її  $Q=-10\text{ нКл}$ .

345. Електрон, пройшовши в плоскому конденсаторі шлях від однієї пластини до іншої, придбав швидкість  $v=105\text{ м/с}$ . Відстань між пластинами  $d=8\text{ мм}$ . Знайти: 1) різницю потенціалів  $U$  між пластинами; 2) поверхневу густина заряду  $\sigma$  на пластинах.

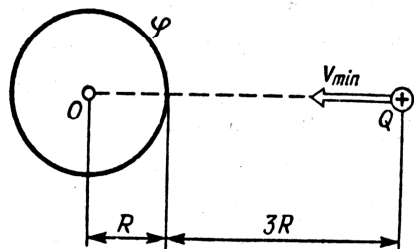


Рис. 36

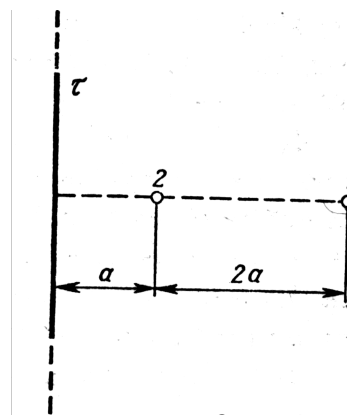


Рис. 37



346. Порошина масою  $m=5\text{нг}$ , що несе на собі  $N=10$  електронів, пройшла у вакуумі прискорюючу різницю потенціалів  $U=1\text{МВ}$ . Яка кінетична енергія  $T$  порошини? Яку швидкість  $v$  придбала порошина?

347. Яку мінімальну швидкість  $v_{\min}$  повинен мати протон, щоб він міг досягти поверхні металевої кулі зарядженої до потенціалу  $\varphi =400\text{ В}$  (рис. 36)?

348. В однорідне електричне поле напруженістю  $E=200\text{В/м}$  влітає (вздовж силової лінії) електрон зі швидкістю  $v_0=2\text{Мм/с}$ . Визначити відстань  $l$ , що пройде електрон до точки, в якій його швидкість буде дорівнювати половині початкової.

349. Електричне поле створене нескінченною зарядженою прямою лінією з рівномірно розподіленим зарядом ( $\tau=10\text{нКл/м}$ ). Визначити кінетичну енергію  $T_2$  електрона в точці 2, якщо в точці 1 його кінетична енергія  $T_1=200\text{ еВ}$  (рис. 37).

350. Електрон рухається вздовж силової лінії однорідного електричного поля. У деякій точці поля з потенціалом  $\varphi_1=100\text{ В}$  електрон мав швидкість  $v_1=6\text{Мм/с}$ . Визначити потенціал  $\varphi_2$  точки поля, дійшовши до якого електрон втратить половину своєї швидкості.

351. Конденсатори ємністю  $C_1=5\text{ мкФ}$  і  $C_2=10\text{ мкФ}$  заряджені до напруг  $U_1=60\text{В}$  і  $U_2=100\text{В}$  відповідно. Визначити напругу на обкладках конденсаторів після їхнього з'єднання обкладками, що мають однойменні заряди.

352. Конденсатор ємністю  $C_1=10\text{ мкФ}$  заряджений до напруги  $U=10\text{В}$ . Визначити заряд на обкладках цього конденсатора після того, як паралельно йому був підключений інший, незаряджений, конденсатор ємністю  $C_2=20\text{ мкФ}$ .

353. Конденсатори ємностями  $C_1=2\text{ мкФ}$ ,  $C_2=5\text{ мкФ}$  і  $C_3=10\text{ мкФ}$  з'єднані послідовно і знаходяться під напругою  $U=850\text{В}$ . Визначити напругу і заряд на кожному з конденсаторів.

354. Два конденсатори ємностями  $C_1=2\text{мкФ}$  і  $C_2=5\text{мкФ}$  заряджені до напруг  $U_1=100\text{В}$  и  $U_2=150\text{В}$  відповідно. Визначити напругу на обкладках конденсаторів після їхнього з'єднання обкладками, що мають різнойменні заряди.

355. Два однакових плоских повітряних конденсатори ємністю  $C=100\text{пФ}$  кожний з'єднані в батарею послідовно. Визначити, на скільки зміниться ємність  $C$  батареї, якщо простір між пластинами одного з конденсаторів заповнити парафіном.

356. Два конденсатори ємностями  $C_1=5\text{мкФ}$  і  $C_2=8\text{мкФ}$  з'єднані послідовно і приєднані до батареї з ЕРС  $\varepsilon=80\text{В}$ . Визначити заряди  $Q_1$  і  $Q_2$  конденсаторів і різниці потенціалів  $U_1$  і  $U_2$  між їхніми обкладками.

357. Плоский конденсатор складається з двох круглих пластин

радіусом  $R=10\text{см}$  кожна. Відстань між пластинами  $d=2\text{мм}$ . Конденсатор приєднаний до джерела напруги  $U=80\text{В}$ . Визначити заряд  $Q$  і напруженість  $E$  поля конденсатора в двох випадках: а) діелектрик — повітря; б) діелектрик — скло.

358. Дві металеві кульки радіусами  $R_1=5\text{см}$  і  $R_2=10\text{см}$  мають заряди  $Q_1=40\text{нКл}$  і  $Q_2=-20\text{нКл}$  відповідно. Знайти енергію  $W$ , що виділиться при розряді, якщо кулі з'єднати провідником.

359. Простір між пластинами плоского конденсатора заповнено двома шарами діелектрика: скла товщиною  $d_1=0,2\text{ см}$  і шаром парафіну товщиною  $d_2=0,3\text{см}$ . Різниця потенціалів між обкладками  $U=300\text{В}$ . Визначити напруженість  $E$  поля і падіння потенціалу в кожному із шарів.

360. Плоский конденсатор із площею пластин  $S=200\text{см}^2$  кожна заряджений до різниці потенціалів  $U=2\text{кВ}$ . Відстань між пластинами  $d=2\text{ см}$ . Діелектрик — скло. Визначити енергію  $W$  поля конденсатора і густину енергії  $w$  поля.

361. Котушка і амперметр з'єднані послідовно і підключені до джерела струму. До клем котушки приєднано вольтметр з опором  $r=4\text{кОм}$ . Амперметр показує силу струму  $I=0,3\text{А}$ , вольтметр — напруга  $U=120\text{В}$ . Визначити опір  $R$  котушки. Визначити відносну похибку  $\varepsilon$ , що буде допущена при вимірі опору, якщо зневажити силою струму, що тече через вольтметр.

362. ЕРС батареї  $\varepsilon=80\text{ В}$ , внутрішній опір  $R_i=5\text{Ом}$ . Зовнішній ланцюг споживає потужність  $P=100\text{Вт}$ . Визначити силу струму  $I$  у ланцюгу, напругу  $U$ , під яким знаходиться зовнішній ланцюг, і її опір  $R$ .

363. Від батареї, ЕРС якої  $\varepsilon=600\text{В}$ , потрібно передати енергію на відстань  $l=1\text{км}$ . Споживана потужність  $P=5\text{кВт}$ . Знайти мінімальні втрати потужності в мережі, якщо діаметр підвідних мідних проводів,  $d=0,5\text{см}$ .

364. При зовнішньому опорі  $R_1=8\text{Ом}$  сила струму в ланцюзі  $I_1=0,8\text{А}$ , при опорі  $R_2=15\text{Ом}$  сила струму  $I_2=0,5\text{А}$ , Визначити силу струму  $I_{\text{к.з}}$  короткого замикання джерела ЕРС.

365. ЕРС батареї  $\varepsilon=24\text{В}$ . Найбільша сила струму, що може дати батарея,  $I_{\text{max}}=10\text{А}$ . Визначити максимальну потужність  $P_{\text{max}}$ , що може виділятися в зовнішньому ланцюзі.

366. Акумулятор з ЕРС  $\varepsilon=12\text{В}$  заряджається від мережі постійного струму з напругою  $U=15\text{В}$ . Визначити напругу на клеммах акумулятора, якщо його внутрішній опір  $R_i=10\text{ Ом}$ .

367. Від джерела з напругою  $U=800\text{В}$  необхідно передати споживачу потужність  $P=10\text{кВт}$  на деяку відстань. Який найбільший опір може мати лінія передачі, щоб втрати енергії в ній не перевищували 10% від переданої потужності?

368. При включенні електромотора в мережу з напругою  $U=220\text{В}$  він

споживає струм  $I=5\text{А}$ . Визначити потужність, споживану мотором, і його КПД, якщо опір  $R$  обмотки мотора дорівнює  $6\ \text{Ом}$ .

369. У мережу з напругою  $U=100\ \text{В}$  підключили котушку з опором  $R_1=2\ \text{кОм}$  і вольтметр, з'єднані послідовно. Показання вольтметра  $U_1=80\ \text{В}$ . Коли котушку замінили іншою, вольтметр показав  $U_2=60\ \text{В}$ . Визначити опір  $R_2$  іншої котушки.

370. ЕРС батареї  $\varepsilon=12\ \text{В}$ . При силі струму  $I=4\ \text{А}$  ККД батареї  $\eta=0,6$ . Визначити внутрішній опір  $R_i$  батареї.

371. За час  $t=20\ \text{с}$  при рівномірно зростаючій силі струму від нуля до деякого максимуму в провіднику опором  $R=50\ \text{Ом}$  виділилася кількість теплоти  $Q=4\ \text{кДж}$ . Визначити швидкість наростання сили струму, якщо опір провідника  $R=50\ \text{Ом}$ .

372. Сила струму в провіднику змінюється з часом за законом  $I = I_0 e^{-\alpha t}$ , де  $I_0=20\ \text{А}$ ,  $\alpha=10^2\ \text{с}^{-1}$ . Визначити кількість теплоти, що виділилося в провіднику за час  $t=10^{-2}\ \text{с}$ .

373. Сила струму в провіднику опором  $R=100\ \text{Ом}$  за час  $t=50\ \text{с}$  рівномірно наростає від  $I_1=5\ \text{А}$  до  $I_2=10\ \text{А}$ . Визначити кількість теплоти  $Q$ , що виділилося за цей час у провіднику.

374. У провіднику за час  $t=10\ \text{с}$  при рівномірному зростанні сили струму від  $I_1=1\ \text{А}$  до  $I_2=2\ \text{А}$  виділилася кількість теплоти  $Q=5\ \text{кДж}$ . Знайти опір  $R$  провідника.

375. Сила струму в провіднику змінюється з часом за законом  $I = I_0 \sin \omega t$ . Знайти заряд  $Q$ , що проходить через поперечний переріз провідника за час  $t$ , рівний половині періоду  $T$ , якщо початкова сила струму  $I_0=10\ \text{А}$ , циклічна частота  $\omega=50\ \pi\ \text{с}^{-1}$ .

376. За час  $t=10\ \text{с}$  при рівномірно зростаючій силі струму від нуля до деякого максимуму в провіднику виділилася кількість теплоти  $Q=40\ \text{кДж}$ . Визначити середню силу струму  $\langle I \rangle$  у провіднику, якщо його опір  $R=25\ \text{Ом}$ .

377. За час  $t=8\ \text{с}$  при рівномірно зростаючій силі струму в провіднику опором  $R=8\ \text{Ом}$  виділилася кількість теплоти  $Q=500\ \text{Дж}$ . Визначити заряд  $q$ , що проходить у провіднику, якщо сила струму в початковий момент часу дорівнює нулю.

378. Визначити кількість теплоти  $Q$ , що виділилося за час  $t=10\ \text{с}$  у провіднику опором  $R=100\ \text{Ом}$ , якщо сила струму в ньому, рівномірно зменшуючись, змінилася від  $I_1=10\ \text{А}$  до  $I_2=0$ .

379. Сила струму в ланцюзі змінюється за законом  $I = I_0 \sin \omega t$ . Визначити кількість теплоти, що виділиться в провіднику опором  $R=100\ \text{Ом}$  за час, рівний чверті періоду (від  $t_1=0$  до  $t_2=T/4$ , де  $T=10\ \text{с}$ ).

380. Сила струму в ланцюзі змінюється з часом за законом  $I = I_0 e^{-\alpha t}$ .  
 Визначити кількість теплоти, яка виділиться в провіднику опором  $R=200\text{ Ом}$  за час, протягом якого струм зменшиться в  $e$  раз. Коефіцієнт  $\alpha$  прийняти рівним  $2 \cdot 10^{-2} \text{ с}^{-1}$ .

401. Нескінченно довгий провід зі струмом  $I=100\text{ А}$  зігнутий так, як це показано на рис. 40. Визначити магнітну індукцію  $B$  в точці  $O$ . Радіус дуги  $R=10\text{ см}$ .

402. Магнітний момент  $p_m$  тонкого провідного кільця  $p_m=5\text{ А}\cdot\text{м}^2$ . Визначити магнітну індукцію  $B$  в точці  $A$ , що знаходиться на вісі кільця і віддаленої від точок кільця на відстань  $r=20\text{ см}$  (рис. 41).

403. По двох схрещених під прямим кутом нескінченно довгих проводах течуть струми  $I$  і  $2I$  ( $I=100\text{ А}$ ). Визначити магнітну індукцію  $B$  в точці  $A$  (рис. 42). Відстань  $d=10\text{ см}$ .

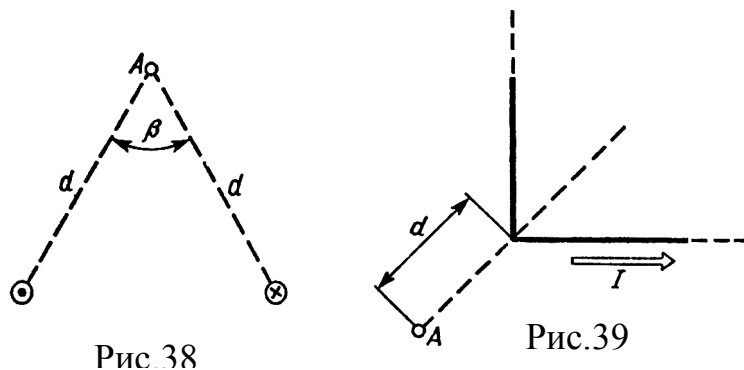
404. По нескінченно довгому провіді, вигнутому так, як це показано на рис. 43, тече струм  $I=200\text{ А}$ . Визначити магнітну індукцію  $B$  в точці  $O$ . Радіус дуги  $R=10\text{ см}$ .

405. По тонкому кільцю радіусом  $R=20\text{ см}$  тече струм  $I=100\text{ А}$ . Визначити магнітну індукцію  $B$  на вісі кільця в точці  $A$  (рис. 44). Кут  $\beta=\pi/3$ .

406. По двох нескінченно довгих проводах, схрещених під прямим кутом, течуть струми  $I_1$  і  $I_2=2I_1$  ( $I_1=100\text{ А}$ ). Визначити магнітну індукцію  $B$  в точці  $A$ , яка рівновіддалена від проводів на відстань  $R=10\text{ см}$  (рис. 39).

407. По нескінченно довгому провіді, вигнутому так, як це показано на рис. 46, тече струм  $I=200\text{ А}$ . Визначити магнітну індукцію  $B$  в точці  $O$ . Радіус дуги  $R=10\text{ см}$ .

408. По тонкому кільцю тече струм  $I=80\text{ А}$ . Визначити магнітну індукцію  $B$  в точці  $A$ , рівновіддаленої від точок кільця на відстань  $r=10\text{ см}$  (рис. 37). Кут  $\alpha=\pi/6$ .



409. По двох нескінченно довгих, прямих паралельних проводах течуть однакові струми  $I=60\text{ А}$ . Визначити магнітну індукцію  $B$  в точці  $A$  (рис. 39), рівновіддаленій від проводів на відстань  $d=10\text{ см}$ . Кут  $\beta=\pi/3$ .

410. Нескінченно довгий провід зі струмом  $I=50\text{А}$  зігнутий так, як це показано на рис. 39. Визначити магнітну індукцію  $B$  в точці  $A$ , що лежить на бісектрисі прямого кута на відстані  $d=10\text{см}$  від його вершини

411. По двох паралельних проводах довжиною  $l=3\text{м}$  кожний течуть однакові струми  $I=500\text{ А}$ . Відстань  $d$  між проводами дорівнює  $10\text{см}$ . Визначити силу  $F$  взаємодії проводів.

412. По трьох паралельних прямих проводах, що знаходиться на однаковій відстані  $d=20\text{см}$  один від одного, течуть однакові струми  $I=400\text{А}$ . У двох проводах напрямки струмів збігаються. Обчислити для кожного з проводів відношення сили, що діє на нього, до його довжини.

413. Квадратна дротова рамка розташована в одній площині з довгим прямим проводом так, що дві її сторони паралельні дроту. По рамці і дроту течуть однакові струми  $I=200\text{А}$ . Визначити силу  $F$ , що діє на рамку, якщо найближча до дроту сторона рамки знаходиться від нього на відстані, рівній її довжині.

414. Коротка котушка площею поперечного перерізу  $S=250\text{см}^2$ , що містить  $N=500$  витків дроту, по якому тече струм  $I=5\text{А}$ , розміщена в однорідному магнітному полі напруженістю  $H=1000\text{А/м}$ . Знайти: 1) магнітний момент  $p_m$  котушки; 2) обертаючий момент  $M$ , що діє на котушку, якщо вісь котушки складає кут  $\varphi=30^\circ$  з лініями поля.

415. Тонкий провід довжиною  $l=20\text{см}$  зігнутий у вигляді півкільця і розміщений у магнітному полі ( $B=10\text{мТл}$ ) так, що площа півкільця перпендикулярна лініям магнітної індукції. По дроту пропустили струм  $I=50\text{А}$ . Визначити силу  $F$ , що діє на провід. Проводи, що підводять, спрямовані вздовж ліній магнітної індукції.

416. Шини генератора довжиною  $l=4\text{м}$  знаходяться на відстані  $d=10\text{см}$  одна від одної. Знайти силу взаємного відштовхування шин при короткому замиканні, якщо струм  $I_{к.з}$  короткого замикання дорівнює  $5\text{кА}$ .

417. Квадратний контур зі стороною  $a=10\text{ см}$ , по якому тече струм  $I=50\text{А}$ , вільно установився в однорідному магнітному полі ( $B=10\text{мТл}$ ). Визначити зміну  $\Delta\Pi$  потенційної енергії контуру при повороті навколо вісі, що лежить у площині контуру, на кут  $\varphi=180^\circ$ .

418. Тонке провідне кільце зі струмом  $I=40\text{А}$  розміщено в однорідне магнітне поле ( $B=80\text{мТл}$ ). Площина кільця перпендикулярна лініям магнітної індукції. Радіус  $R$  кільця дорівнює  $20\text{ см}$ . Знайти силу  $F$ , що розтягує кільце.

419. Квадратна рамка з тонкого дроту може вільно обертатися навколо горизонтальної вісі, що збігає з однією зі сторін. Маса  $m$  рамки дорівнює  $20\text{ г}$ . Рамку помістили в однорідне магнітне поле ( $B=0,1\text{Тл}$ ), спрямоване вертикально нагору. Визначити кут  $\alpha$ , на який відхилилася рамка від вертикалі, коли по ній пропустили струм  $I=10\text{А}$ .

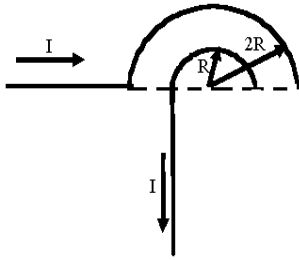


Рис.40

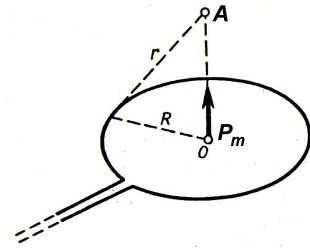


Рис.41

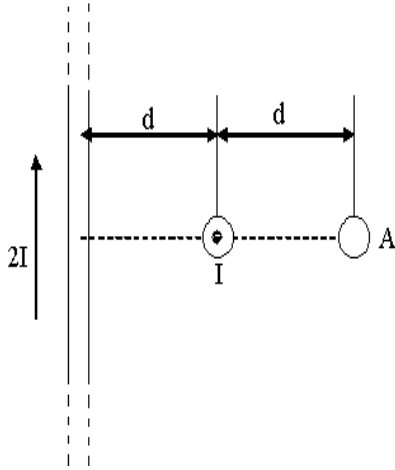


Рис.42

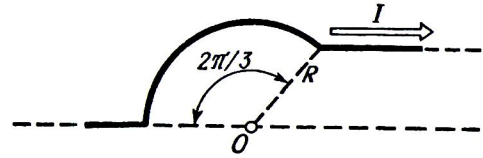


Рис.43

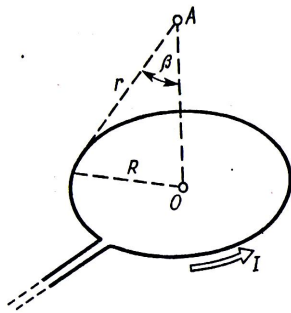


Рис.44

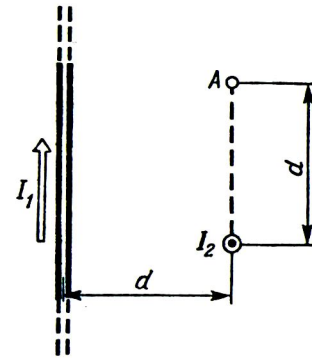


Рис.45

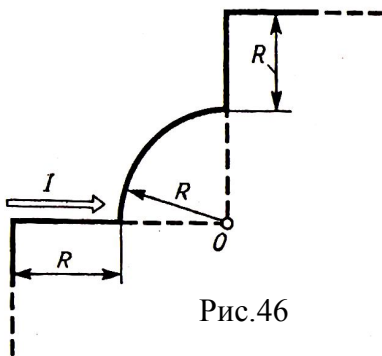


Рис.46

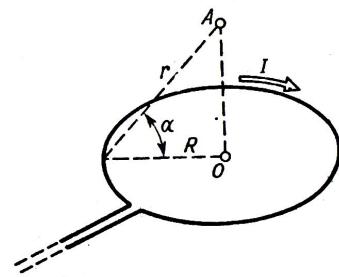


Рис.47

420. По круговому витку радіусом  $R=5$  см тече струм  $I=20$  А. Віток розташований в однорідному магнітному полі ( $B=40$  мТл) так, що нормаль до площини контуру складає кут  $\psi=\pi/6$  з вектором  $B$ . Визначити зміну  $\Delta\Pi$

потенційної енергії контуру при його повороті на кут  $\varphi=\pi/2$  у напрямку збільшення кута  $\psi$ .

421. По тонкому кільцю радіусом  $R=10$  см рівномірно розподілений заряд з лінійною густиною  $\tau=50$  нКл/м. Кільце обертається навколо вісі, перпендикулярній площині кільця і проходить через його центр, з частотою  $n=10$  с<sup>-1</sup>. Визначити магнітний момент  $p_m$ , обумовлений обертанням кільця.

422. Диск радіусом  $R=8$  см несе рівномірно розподілений по поверхні заряд ( $\sigma=100$  нКл/м<sup>2</sup>). Визначити магнітний момент  $p_m$ , обумовлений обертанням диска, навколо вісі, що проходить через його центр і перпендикулярно площині диска. Кутова швидкість обертання диска  $\omega=60$  рад/с.

423. Стержень довжиною  $l=20$  см заряджений рівномірно розподіленим зарядом з лінійною густиною  $\tau=0,2$  мкКл/м. Стержень обертається з частотою  $n=10$  с<sup>-1</sup> навколо вісі, перпендикулярній стержню і проходить через його кінець. Визначити магнітний момент  $p_m$ , обумовлений обертанням стержня.

424. Протон рухається по колу радіусом  $R=0,5$  см з лінійною швидкістю  $v=10^6$  м/с. Визначити магнітний момент  $p_m$ , створений еквівалентним коловим струмом.

425. Тонке кільце радіусом  $R=10$  см несе рівномірно розподілений заряд  $\tau=80$  нКл. Кільце обертається з кутовою швидкістю  $\omega=50$  рад/с відносно вісі, що збігається з одним з діаметрів кільця. Знайти магнітний момент  $p_m$ , обумовлений обертанням кільця.

426. Заряд  $Q=0,1$  мкКл рівномірно розподілений по стержню довжиною  $l=50$  см. Стержень обертається з кутовою швидкістю  $\omega=20$  рад/с відносно вісі, перпендикулярна стержню і проходить через його середину. Знайти магнітний момент  $p_m$ , обумовлений обертанням стержня.

427. Електрон в атомі водню рухається навколо ядра (протона) по колу радіусом  $R=53$  пм. Визначити магнітний момент  $p_m$  еквівалентного колового струму.

428. Суцільний циліндр радіусом  $R=4$  см і висотою  $h=15$  см несе рівномірно розподілений по об'єму заряд ( $\rho=0,1$  мкКл/м<sup>3</sup>). Циліндр обертається з частотою  $n=10$  с<sup>-1</sup> навколо вісі, що збігається з його геометричною віссю. Знайти магнітний момент  $p_m$  циліндра, обумовлений його обертанням.

429. По поверхні диска радіусом  $R=15$  см рівномірно розподілений заряд  $Q=0,2$  мкКл. Диск обертається з кутовою швидкістю  $\omega=30$  рад/с відносно вісі, яка перпендикулярна площині диска і проходить через його центр. Визначити магнітний момент  $p_m$ , обумовлений обертанням диска.

430. По тонкому стержню довжиною  $l=40$  см рівномірно розподілений заряд  $Q=60$  нКл. Стержень обертається з частотою  $\omega=12$  с<sup>-1</sup> навколо вісі, яка

перпендикулярна стержню і проходить через стержень на відстані  $a=l/3$  від одного з його кінців. Визначити магнітний момент  $p_m$ , обумовлений обертанням стержня.

431. Два іони різних мас з однаковими зарядами влетіли в однорідне магнітне поле, стали рухатися по колах радіусами  $R_1=3$  см і  $R_2=1,73$  см. Визначити відношення мас іонів, якщо вони пройшли однаково прискорюючу різницю потенціалів.

432. Однозарядний іон натрію пройшов прискорюючу різницю потенціалів  $U=1$  кВ і влетів перпендикулярно лініям магнітної індукції в однорідне поле ( $B=0,5$  Тл). Визначити відносну атомну масу  $A$  іона, якщо він описав коло радіусом  $R=4,37$  см.

433. Електрон пройшов прискорюючу різницю потенціалів  $U=800$  В і, влетівши в однорідне магнітне поле  $B=47$  мТл, став рухатися по гвинтовій лінії з кроком  $h=6$  см. Визначити радіус  $R$  гвинтової лінії.

434. Альфа-частинка пройшла прискорюючу різницю потенціалів  $U=300$  В і, потрапивши в однорідне магнітне поле, стала рухатися по гвинтовій лінії радіусом  $R=1$  см і кроком  $A=4$  см. Визначити магнітну індукцію  $B$  поля.

435. Заряджена частинка пройшла прискорюючу різницю потенціалів,  $U=100$  В і, влетівши в однорідне магнітне поле ( $B=0,1$  Тл), стала рухатися по гвинтовій лінії з кроком  $h=6,5$  см і радіусом  $R=1$  см. Визначити відношення заряду частинки до її маси.

436. Електрон влетів в однорідне магнітне поле ( $B=200$  мТл) перпендикулярно лініям магнітної індукції. Визначити силу еквівалентного колового струму  $I_{\text{екв}}$ , створеного рухом електрона в магнітному полі.

437. Протон пройшов прискорюючу різницю потенціалів  $U=300$  В і влетів в однорідне магнітне поле ( $B=20$  мТл) під кутом  $\alpha=30^\circ$  до ліній магнітної індукції. Визначити крок  $h$  і радіус  $R$  гвинтової лінії, по якій буде рухатися протон у магнітному полі.

438. Альфа-частинка, пройшовши прискорюючу різницю потенціалів  $U$  стала рухатися в однорідному магнітному полі з індукцією  $B=50$  мТл по гвинтовій лінії з кроком  $h=5$  см і радіусом  $R=1$  см. Визначити прискорюючу різницю потенціалів, яку пройшла альфа-частинка.

439. Іон з кінетичною енергією  $T=1$  кеВ потрапив в однорідне магнітне поле ( $B=21$  мТл) і став рухатися по колу. Визначити магнітний момент  $p_m$  еквівалентного колового струму.

440. Іон, потрапивши в магнітне поле ( $B=0,01$  Тл), став рухатися по колу. Визначити кінетичну енергію  $T$  (в еВ) іона, якщо магнітний момент  $p_m$  еквівалентного колового струму дорівнює  $1,6 \cdot 10^{-14}$  А·м<sup>2</sup>.

441. Протон влетів у схрещені під кутом  $\alpha=120^\circ$  магнітне ( $B=50$  мТл) і



електричне ( $E=20\text{кВ/м}$ ) поля. Визначити прискорення  $a$  протона, якщо його швидкість  $v$  ( $|v|=4\cdot 10^5$  м/с) перпендикулярна векторам  $E$  і  $B$ .

442. Іон, пройшовши прискорюючу різницю потенціалів  $U=645\text{В}$ , влетів у схрещені під прямим кутом однорідні магнітне ( $B=1,5\text{мТл}$ ) і електричне ( $E=200\text{В/м}$ ) поля. Визначити відношення заряду іона до його маси, якщо іон у цих полях рухається прямолінійно.

443. Альфа-частинка влетіла в схрещені під прямим кутом магнітне ( $B=5\text{мТл}$ ) і електричне ( $E=30\text{кВ/м}$ ) поля. Визначити прискорення  $a$  альфа-частинки, якщо її швидкість  $v$  ( $|v|=2\cdot 10^6$  м/с) перпендикулярна векторам  $B$  і  $E$ , причому сили, що діють з боку цих полів, протиставлені.

444. Електрон, пройшовши прискорюючу різницю потенціалів  $U=1,2\text{кВ}$ , потрапив у схрещені під прямим кутом однорідні магнітне й електричне поля. Визначити напруженість  $E$  електричного поля, якщо магнітна індукція  $B$  поля дорівнює  $6\text{мТл}$ .

445. Однорідні магнітне ( $B=2,5\text{мТл}$ ) і електричне ( $E=10\text{кВ/м}$ ) поля схрещені під прямим кутом. Електрон, швидкість  $v$  якого дорівнює  $4\cdot 10^6$  м/с, влітає в ці поля так, що сили, що діють на нього з боку магнітних і електричних полів, однакові за напрямком. Визначити прискорення  $a$  електрона. (Прискорення  $a$  визначається в момент входження зарядженої частинки в область простору, де локалізовані однорідні магнітне й електричне поля.)

446. Однозарядний іон літію масою  $m=7a.о.м.$  пройшов прискорюючу різницю потенціалів,  $U=300$  В і влетів у схрещені під прямим кутом однорідні магнітне й електричне поля. Визначити магнітну індукцію  $B$  поля, якщо траєкторія іона в схрещених полях прямолінійна. Напруженість  $E$  електричного поля дорівнює  $2\text{кВ/м}$ .

447. Альфа-частинка, що має швидкість  $v=2\text{Мм/с}$ , влітає під кутом  $\alpha=30^\circ$  до співнаправлених магнітного ( $B=1\text{мТл}$ ) і електричного ( $E=1\text{кВ/м}$ ) полів. Визначити прискорення  $a$  альфа-частинки. (Прискорення  $a$  визначається в момент входження зарядженої частинки в область простору, де локалізовані однорідні магнітне і електричне поля.)

448. Протон пройшов деяку прискорюючу різницю потенціалів,  $U$  і влетів у схрещені під прямим кутом однорідні поля: магнітне ( $B=5\text{мТл}$ ) і електричне ( $E=20\text{кВ/м}$ ). Визначити різницю потенціалів  $U$ , якщо протон у схрещених полях рухається прямолінійно.

449. Магнітне ( $B=2\text{мТл}$ ) і електричне ( $E=1,6\text{кВ/м}$ ) поля співпадають за напрямком. Перпендикулярно векторам  $B$  и  $E$  влітає електрон зі швидкістю  $v=0,8\text{Мм/с}$ . Визначити прискорення  $a$  електрона. (Прискорення  $a$  визначається в момент входження зарядженої частинки в область простору, де локалізовані однорідні магнітне й електричне поля.)

450. У схрещені під прямим кутом однорідні магнітне ( $H=1\text{МА/м}$ ) і електричне ( $E=50\text{кВ/м}$ ) поля влетів іон. При якій швидкості  $v$  іона (по модулю і напрямку) він буде рухатися в схрещених полях прямолінійно?

451. Плоский контур площею  $S=20\text{см}^2$  знаходиться в однорідному магнітному полі ( $B=0,03\text{Тл}$ ). Визначити магнітний потік  $\Phi$ , що пронизує контур, якщо площа його складає кут  $\varphi=60^\circ$  з напрямком ліній індукції.

452. Магнітний потік  $\Phi$ , який перетинає соленоїд, дорівнює  $50\text{мкВб}$ . Довжина соленоїда  $l=50\text{см}$ . Знайти магнітний момент  $p_m$  соленоїда, якщо його витки щільно прилягають один до одного.

453. В середній частині соленоїда, що містить  $n=8$  витків/см, поміщений коловий виток діаметром  $d=4\text{см}$ . Площина витка розташована під кутом  $\varphi=60^\circ$  до вісі соленоїда. Визначити магнітний потік  $\Phi$ , що пронизує виток, якщо по обмотці соленоїда тече струм  $I=1\text{А}$ .

454. На довгий картонний каркас діаметром  $d=5\text{см}$  покладена одношарова обмотка (виток до витка) із дроту діаметром  $d=0,2\text{мм}$ . Визначити магнітний потік  $\Phi$ , створений таким соленоїдом при силі струму  $I=0,5\text{А}$ .

455. Квадратний контур із стороною  $a=10\text{см}$ , в якому тече струм  $I=6\text{А}$ , знаходиться в магнітному полі ( $B=0,8\text{Тл}$ ) під кутом  $\alpha=50^\circ$  до ліній індукції. Яку роботу  $A$  потрібно затратити, щоб при незмінній силі струму в контурі змінити його форму на коло?

456. Плоский контур із струмом  $I=5\text{А}$  вільно встановився в однорідному магнітному полі ( $B=0,4\text{Тл}$ ). Площа контуру  $S=200\text{см}^2$ . Підтримуючи струм у контурі незмінним, його повернули навколо вісі, що лежить у площині контуру, на кут  $\alpha=40^\circ$ . Визначити виконану при цьому роботу  $A$ .

457. Виток, в якому підтримується постійна сила струму  $I=60\text{А}$ , вільно встановився в однорідному магнітному полі ( $B=20\text{мТл}$ ). Діаметр витка  $d=10\text{см}$ . Яку роботу  $A$  потрібно виконати для того, щоб повернути виток навколо вісі, що співпадає з діаметром, на кут  $\alpha=\pi/3$ .

458. В однорідному магнітному полі перпендикулярно лініям індукції розташований плоский контур площею  $S=100\text{см}^2$ . Підтримуючи в контурі постійну силу струму  $I=50\text{А}$ , його перемістили з поля в область простору, де поле відсутнє. Визначити магнітну індукцію  $B$  поля, якщо при переміщенні контуру була виконана робота  $A=0,4\text{Дж}$ .

459. Плоский контур із струмом  $I=50\text{А}$  розташований в однорідному магнітному полі ( $B=0,6\text{Тл}$ ) так, що нормаль до контуру перпендикулярна лініям магнітної індукції. Визначити роботу, виконану силами поля при повільному повороті контуру біля вісі, що лежить у площині контуру, на кут  $\alpha=30^\circ$ .

460. Визначити магнітний потік  $\Phi$ , що пронизує соленоїд, якщо його

довжина  $l=50$  см і магнітний момент  $p_m=0,4$  Вб.

461. В однорідному магнітному полі ( $B=0,1$  Тл) рівномірно з частотою  $n=5$  с<sup>-1</sup> обертається стержень довжиною  $l=50$  см так, що площина його обертання перпендикулярна лініям напруженості, а вісь обертання проходить через один з його кінців. Визначити індукційну різницю потенціалів  $U$  на кінцях стержня.

462. В однорідному магнітному полі з індукцією  $B=0,5$  Тл обертається з частотою  $n=10$  с<sup>-1</sup> стержень довжиною  $l=20$  см. Вісь обертання паралельна лініям індукції і проходить через один з кінців стержня перпендикулярно його вісі. Визначити різницю потенціалів  $U$  на кінцях стержня.

463. У дротяне кільце, приєднане до балістичного гальванометра, уклали прямий магніт. При цьому по ланцюзі пройшов заряд  $Q=50$  мкКл. Визначити зміну магнітного потоку  $\Delta\Phi$  через кільце якщо опір ланцюга гальванометра  $R=100$  Ом.

464. Тонкий мідний провід масою  $m=5$  г зігнутий у вигляді квадрата, і кінці його замкнуті. Квадрат розміщений в однорідне магнітне поле ( $B=0,2$  Тл) так, що його площина перпендикулярна лініям поля. Визначити заряд  $Q$ , що потече по провіднику, якщо квадрат, потягнувши за протилежні вершини, витягнули в лінію.

465. Рамка з дроту опором  $R=0,04$  Ом рівномірно обертається в однорідному магнітному полі ( $B=0,6$  Тл). Вісь обертання лежить у площині рамки і перпендикулярна лініям індукції. Площа рамки  $S=200$  см<sup>2</sup>. Визначити заряд  $Q$ , що потече по рамці при зміні кута між нормаллю до рамки і лініями індукції: 1) від 0 до 45°; 2) від 45 до 90°.

466. Дротовий виток діаметром  $D=5$  см і опором  $R=0,02$  Ом знаходиться в однорідному магнітному полі ( $B=0,3$  Тл). Площина витка складає кут  $\varphi=40^\circ$  з лініями індукції. Який заряд  $Q$  протече по витку при вимиканні магнітного поля?

467. Рамка, що містить  $N=200$  витків тонкого дроту, може вільно обертатися навколо вісі, що лежить у площині рамки. Площа рамки  $S=50$  см<sup>2</sup>. Вісь рамки перпендикулярна лініям індукції однорідного магнітного поля ( $B=0,05$  Тл). Визначити максимальну ЕРС, що індукується в рамці при її обертанні з частотою  $n=40$  с<sup>-1</sup>.

468. Прямий провідний стержень довжиною  $l=40$  см знаходиться в однорідному магнітному полі ( $B=0,1$  Тл). Кінці стержня замкнуті гнучким проводом, що знаходиться поза полем. Опір усього ланцюга  $R=0,5$  Ом. Яка потужність  $P$  буде потрібно для рівномірного переміщення стержня перпендикулярно лініям магнітної індукції зі швидкістю  $v=10$  м/с?

469. Дротовий контур площею  $S=500$  см<sup>2</sup> і опором  $R=0,1$  Ом рівномірно обертається в однорідному магнітному полі ( $B=0,5$  Тл). Вісь обертання

лежить у площині кільця і перпендикулярна лініям магнітної індукції. Визначити максимальну потужність  $P_{\max}$ , необхідну для обертання контуру з кутовою швидкістю  $\omega=50$  рад/с.

470. Кільце з мідного дроту масою  $m=10$  г поміщено в однорідне магнітне поле ( $B=0,5$  Тл) так, що площина кільця складає кут  $\beta=60^\circ$  з лініями магнітної індукції. Визначити заряд  $Q$ , що пройде по кільцю, якщо зняти магнітне поле.

471. Соленоїд перетином  $S=10$  см<sup>2</sup> містить  $N=103$  витків. При силі струму  $I=5$  А магнітна індукція  $B$  поля усередині соленоїда дорівнює  $0,05$  Тл. Визначити індуктивність  $L$  соленоїда.

472. На картонний каркас довжиною  $l=0,8$  м і діаметром  $D=4$  см намотаний в один шар провід діаметром  $d=0,25$  мм так, що витки щільно прилягають один до одного. Обчислити індуктивність  $L$  соленоїда.

473. Котушка, намотана на магнітний циліндричний каркас, має  $N=250$  витків і індуктивність  $L_1=36$  мГн. Щоб збільшити індуктивність котушки до  $L_2=100$  мГн, обмотку котушки зняли і замінили обмоткою з більш тонкого дроту з таким розрахунком, щоб довжина котушки залишилася колишньою. Скільки витків виявилось в котушці після перемотування?

474. Індуктивність  $L$  соленоїда, намотаного в один шар на немагнітний каркас, дорівнює  $0,5$  мГн. Довжина  $l$  соленоїда дорівнює  $0,6$  м, діаметр  $D=2$  см. Визначити відношення  $n$  числа витків соленоїда до його довжини.

475. Соленоїд містить  $N=800$  витків. Перетин сердечника (з немагнітного матеріалу)  $S=10$  см<sup>2</sup>. По обмотці тече струм, що створює поле з індукцією  $B=8$  мТл. Визначити середнє значення ЕРС  $\langle \varepsilon_i \rangle$  самоіндукції, що виникає на затискачах соленоїда, якщо сила струму зменшується практично до нуля за час  $\Delta t=0,8$  мс.

476. По котушці індуктивністю  $L=8$  мкГн тече струм  $I=6$  А. Визначити середнє значення ЕРС  $\langle \varepsilon_i \rangle$  самоіндукції, що виникає в контурі, якщо сила струму зміниться практично до нуля за час  $\Delta t=5$  мс.

477. В електричному ланцюзі, що містить резистор опором  $R=200$  Ом і котушку індуктивністю  $L=0,06$  Гн, тече струм  $I=20$  А. Визначити силу струму  $I$  в ланцюзі через  $\Delta t=0,2$  мс після її розмикання.

478. Ланцюг складається з котушки індуктивністю  $L=0,1$  Гн і джерела струму. Джерело струму відключили, не розриваючи ланцюга. Час, через який сила струму зменшиться до  $0,001$  первісного значення, дорівнює  $t=0,07$  с. Визначити опір котушки.

479. Джерело струму замкнули на котушку опором  $R=100$  Ом і індуктивністю  $L=0,2$  Гн. Через який час сила струму в ланцюзі досягне  $50\%$  максимального значення?

480. Джерело струму замкнули на котушку опором  $R=200$  Ом. Через час  $t=0,1$  с струм  $I$  у котушці досяг  $0,95$  граничного значення. Визначити індуктивність  $L$  котушки.

## 3.ОПТИКА

### 3.1.Основні формули

Швидкість світла в середовищі

$$v = c / n,$$

де  $c$  - швидкість світла у вакуумі;  $n$  - показник заломлення середовища.

Оптична довжина шляху світлової хвилі

$$L = nl,$$

де  $l$  - геометрична довжина шляху світлової хвилі в середовищі з показником заломлення  $n$ .

Оптична різниця ходу двох світлових хвиль

$$\Delta = L_1 - L_2$$

Залежність різниці фаз від оптичної різниці ходу світлових хвиль

$$\Delta\varphi = 2\pi\left(\frac{\Delta}{\lambda}\right),$$

де  $\lambda$  - довжина світлової хвилі.

Умова максимального посилення світла при інтерференції

$$\Delta = \pm k\lambda \quad (k = 1, 2, 3, \dots)$$

Умова максимального послаблення світла

$$\Delta = \pm(2k + 1)\frac{\lambda}{2}.$$

Оптична різниця ходу світлових хвиль, що виникає при відбитті монохроматичного світла від тонкої плівки,

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} \pm \frac{\lambda}{2}, \quad \text{або} \quad \Delta = 2dn \cos i_2 \pm \frac{\lambda}{2},$$

де  $d$  - товщина плівки;  $n$  - показник заломлення плівки;  $i_1$  - кут падіння;  $i_2$  - кут заломлення світла в плівці.

Радіус світлих кілець Ньютона у відбитому світлі

$$r_k = \sqrt{(2k - 1) \cdot R\lambda / 2} \quad (k = 1, 2, 3, \dots)$$

де  $k$  - номер кільця;  $R$  - радіус кривизни.

Радіус темних кілець Ньютона у відбитому світлі

$$r_k = \sqrt{k \cdot R \cdot \lambda}$$

Кут  $\varphi$  відхилення променів, що відповідає максимуму (світла смуга) при дифракції на одній щілині, визначається за умовою:

$$a \sin \varphi = (2k + 1) \cdot \lambda / 2 \quad (k = 1, 2, 3, \dots),$$

де  $a$  - ширина щілини;  $k$  - порядковий номер максимуму.

Кут  $\varphi$  відхилення променів, що відповідає максимуму (світла смуга) при дифракції світла на дифракційних ґратах, визначається за умовою:

$$d \sin \varphi = \pm k\lambda \quad (k = 1, 2, 3, \dots),$$

де  $d$  - період дифракційних ґрат.

Роздільна здатність дифракційних ґрат

$$R = \lambda / \Delta\lambda = kN,$$

де  $\Delta\lambda$  - найменша різниця довжин хвиль двох сусідніх спектральних ліній ( $\lambda$  і  $\lambda + \Delta\lambda$ ), при якій ці лінії можуть бути помітні роздільно в спектрі, отриманому за допомогою даних ґрат;  $N$  - повне число щілин ґрати.

Формула Вульфа – Бреггов

$$2d \sin \theta = k\lambda,$$

де  $\theta$  - кут ковзання (кут між напрямком паралельного пучка рентгенівського випромінювання, що падає на кристал, і атомною площиною в кристалі);  $d$  - відстань між атомними площинами кристала.

Закон Брюстера

$$\operatorname{tg} \varepsilon_B = n_{21},$$

де  $\varepsilon_B$  - кут падіння, при якому промінь, що відбився від діелектрика, цілком поляризований;  $n_{21}$  - відносний показник заломлення другого середовища навколо першого.

Закон Малюса

$$I = I_0 \cos^2 \alpha,$$

де  $I_0$  - інтенсивність плоскополяризованого світла, що падає на аналізатор;  $I$  - інтенсивність цього світла після аналізатора;  $\alpha$  - кут між напрямком коливань електричного вектора світла, що падає на аналізатор, і площиною пропускання аналізатора (якщо коливання електричного вектора падаючого світла збігаються з цією площиною, то аналізатор пропускає дане світло без послаблення).

Кут повороту площини поляризації монохроматичного світла при проходженні через оптично активну речовину:

а)  $\varphi = \alpha \cdot d$  (у твердих тілах),

де  $\alpha$ - постійна обертання;  $d$  - довжина шляху, пройденого світлом в оптично активній речовині;

б)  $\varphi = [\alpha] \cdot \rho \cdot d$  (у розчинах),

де  $[\alpha]$  - питоме обертання;  $\rho$ - масова концентрація оптично активної речовини в розчині.

Релятивістська маса

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \quad \text{чи} \quad m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

де  $m_0$  - маса спокою частинки;  $v$  - її швидкість;  $c$  - швидкість світла у вакуумі;  $\beta$  - швидкість частинки, виражена в частках швидкості світла ( $\beta=v/c$ ).

Взаємозв'язок маси й енергії релятивістської частинки

$$E = mc^2, \text{ чи } E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

де  $E_0 = m_0 c^2$  енергія спокою частинки.

Повна енергія вільної частинки

$$E = E_0 + T$$

де  $T$  - кінетична енергія релятивістської частинки.

Кінетична енергія релятивістської частинки

$$T = (m - m_0) \cdot c^2, \text{ або } T = E_0 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right).$$

Імпульс релятивістської частинки

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}, \text{ або } p = m_0 c \frac{\beta}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

Зв'язок між повною енергією й імпульсом релятивістської частинки

$$E^2 = E_0^2 + (pc)^2.$$

Закон Стефана – Больцмана

$$R_e = \sigma T^4,$$

де  $R_e$  - енергетична освітленість (випромінюваність) абсолютно чорного тіла;

$\sigma$  - постійна Стефана - Больцмана;  $T$  - термодинамічна температура Кельвіна.

Закон зсуву Віна

$$\lambda_m = b/T,$$

де  $\lambda_m$  - довжина хвилі, на яку приходиться максимум енергії випромінювання;

$b$  - постійна Віна.

Енергія фотона

$$\varepsilon = h \cdot \nu, \text{ чи } \varepsilon = \hbar \cdot \omega$$

де  $h$  - постійна Планка;  $\hbar$  - постійна Планка, ділена на  $2\pi$ ;  $\nu$  - частота фотона;

$\omega$  - циклічна частота.

Маса фотона

$$m = \varepsilon / c^2 = h / (c\lambda),$$

де  $c$  - швидкість світла у вакуумі;  $\lambda$  - довжина хвилі фотона.

Імпульс фотона

$$p = mc = h / \lambda.$$

Формула Ейнштейна для фотоефекту

$$h\nu = A + T_{\max} = A + m\nu_{\max}^2 / 2,$$

де  $h\nu$  - енергія фотона, що падає на поверхню металу;  $A$  - робота виходу електрона;  $T_{\max}$  - максимальна кінетична енергія фотоелектрона.

Червона границя фотоефекта

$$\nu_0 = A/h, \text{ або } \lambda_0 = hc/A,$$

де  $\nu_0$  - мінімальна частота світла, при якій ще можливий фотоефект;  $\lambda_0$  - максимальна довжина хвилі світла, при якій ще можливий фотоефект;  $h$  - постійна Планка;  $c$  - швидкість світла у вакуумі.

Формула Комптона

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos\theta),$$

або

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\frac{h}{m_0c}\sin^2\frac{\theta}{2},$$

де  $\lambda$  - довжина хвилі фотона, що зустрівся з вільним чи слабо зв'язаним електроном;  $\lambda'$  - довжина хвилі фотона, розсіяного на кут  $\theta$  після зіткнення з електроном;  $m_0$  - маса спокою електрона.

Комптонівська довжина хвилі

$$\Lambda = h/(m_0c), (A = 2,436 \text{ мн}).$$

Тиск світла при нормальному падінні на поверхню

$$p = E_e(1 + \rho)/c = \omega(1 + \rho),$$

де  $E_e$  - енергетична освітленість (опромінення);  $\omega$  - об'ємна густина енергії випромінювання;  $\rho$  - коефіцієнт відбиття.

### 3.2. Приклади рішення задач

**Приклад 1.** Від двох когерентних джерел  $S_1$  і  $S_2$  ( $\lambda=0,8$  мкм) промені попадають на екран. На екрані спостерігається інтерференційна картина. Коли на шляху одного з променів перпендикулярно йому помістили мильну плівку ( $n=1,33$ ), інтерференційна картина змінилась на протилежну. При якій мінімальній товщині  $d_{\min}$  плівки це можливо?

**Рішення.** Зміна інтерференційної картини на протилежну означає, що на тих ділянках екрана, де спостерігалися інтерференційні максимуми, стали спостерігатися інтерференційні мінімуми. Таке зрушення інтерференційної картини можливий при зміні оптичної різниці ходу пучків світлових хвиль на непарне число половин довжин хвиль, тобто.

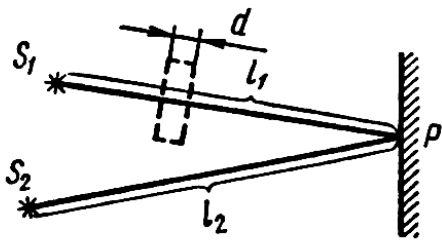
$$\Delta_2 - \Delta_1 = (2k + 1)\lambda/2, \quad (1)$$

де  $\Delta_1$  - оптична різниця ходу пучків світлових хвиль до внесення плівки;  $\Delta_2$  - оптична різниця ходу тих же пучків після внесення плівки;  $k= 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ . Найменшій товщині  $d_{\min}$  плівки відповідає  $k=0$ . При цьому формула (1) прийме вигляд



$$\Delta_2 - \Delta_1 = \lambda / 2, \quad (2)$$

Виразимо оптичні різниці руху  $\Delta_1$  і  $\Delta_2$ . З рис. 48 випливає:



$$\Delta_1 = l_1 - l_2,$$

$$\Delta_2 = [(l_1 - d_{\min}) + nd_{\min}] - l_2 = (l_1 - l_2) + d_{\min}(n - 1).$$

Підставимо вираз  $\Delta_1$  і  $\Delta_2$  у формулу (2)

$$(l_1 - l_2) + d_{\min}(n - 1) - (l_1 - l_2) = \lambda / 2,$$

чи

$$d_{\min}(n - 1) = \lambda / 2.$$

Рис.48

Звідси

$$d_{\min} = \lambda / [2(n - 1)]$$

Зробимо обчислення:

$$d_{\min} = \frac{0,8}{2 \cdot (1,33 - 1)} \text{ мкм} = 1,21 \text{ мкм}.$$

**Приклад 2.** На скляний клин з малим кутом нормально до його грані падає паралельний пучок променів монохроматичного світла з довжиною хвилі  $\lambda=0,6$  мкм. Число  $m$  виникаючих при цьому інтерференційних смуг, що приходяться на відрізок клина довжиною  $l$ , дорівнює 10. Визначити кут  $\alpha$  клина.

**Рішення.** Паралельний пучок світла, падаючи нормально до грані клина, відбивається як від верхньої, так і від нижньої грані. Ці відбиті пучки світла когерентні. Тому на поверхні клина будуть спостерігатися інтерференційні смуги. Тому що кут клина малий, то відбиті пучки 1 і 2 світла (рис.49) будуть практично рівнобіжні.

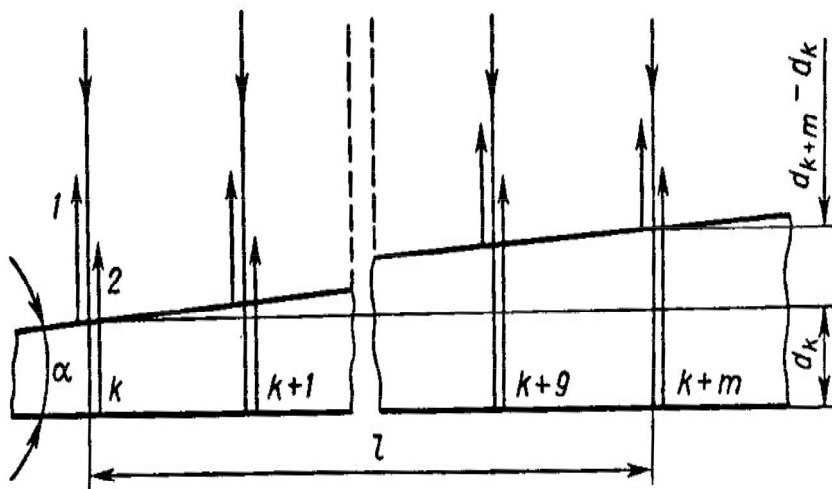


Рис.49

Темні смуги видні на тих ділянках клина, для яких різниця руху променів кратна непарному числу половин довжин хвиль:

$$\Delta = (2k + 1)\lambda / 2, \quad k=0, \pm 1, \pm 2, \quad (1)$$

Різниця руху  $\Delta$  двох хвиль складається з різниці оптичних довжин шляхів цих хвиль ( $2dn \cos \varepsilon_2'$ ) і половини довжини хвилі ( $\lambda/2$ ). Величина  $\lambda/2$  являє собою додаткову різницю руху, що виникає при відображенні світлової хвилі 1 від оптично більш щільного середовища. Підставляючи у формулу (1) різниця руху  $\Delta$  світлових хвиль, одержуємо

$$2dkn \cos \varepsilon_2' + \lambda/2 = (2k + 1)\lambda / 2, \quad (2)$$

де  $n$  - показник заломлення скла ( $n=1,5$ );  $d_k$  - товщина клина в тому місці, де спостерігається темна смуга, що відповідає номеру  $k$ ;  $\varepsilon_2'$  - кут заломлення.

Відповідно до умови, кут падіння дорівнює нулю; отже, і кут заломлення  $\varepsilon_2'$  дорівнює нулю, а  $\cos \varepsilon_2' = 1$ . Розкривши дужки в правій частині рівності (2), після спрощення одержимо

$$2d_k n = k\lambda \quad (3)$$

Нехай довільній темній смузі  $k$ -го номера відповідає товщина  $d_k$  клина, а темній смузі  $(k+m)$ -го номера - товщина  $d_{k+m}$  клина. Тоді (рис. 51), з огляду на те, що  $m$  смуг укладається на відстані  $l$ , знайдемо:

$$\sin \alpha = (d_{k+m} - d_k) / l. \quad (4)$$

Виразимо з (3)  $d_k$  і  $d_{k+m}$  і підставимо їх у формулу (4). Потому, з огляду на те, що  $\sin \alpha = \alpha$  (через малий кут  $\alpha$ ), одержимо

$$\alpha = \frac{(k+m) \cdot \lambda - k \cdot \lambda}{2 \cdot n \cdot l} = \frac{m \cdot \lambda}{2 \cdot n \cdot l}.$$

Підставляючи значення фізичних величин, знайдемо

$$\alpha = \frac{10 \cdot 0,6 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 1,5 \cdot 1} \text{ рад} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ рад}.$$

Виразимо  $\alpha$  в секундах. Для цього можна скористатися співвідношенням між радіаном і секундою:  $1 \text{ рад} = 206265'' \approx 2,06 \cdot 10^5''$ . Тоді

$$\alpha = 2 \cdot 10^{-4} \cdot 2,6 \cdot 10^5'' = 41,2''$$

**Приклад 3.** На дифракційні ґрати в напрямку нормалі до її поверхні падає монохроматичне світло. Період ґрат  $d=2$ мкм. Визначити найбільший порядок дифракційного максимуму, що дають ці ґрати у випадку червоного ( $\lambda_1=0,7$  мкм) і у випадку фіолетового ( $\lambda_2=0,41$  мкм) світла.

**Рішення.** З формули, що визначає положення головних максимумів дифракційних ґрат, знайдемо порядок  $m$  дифракційного максимуму:

$$m = (d \sin \varphi) / \lambda \quad (1)$$

де  $d$  - період ґрат; ( $\varphi$  - кут дифракції;  $\lambda$ , - довжина хвилі монохроматичного світла. Тому що  $\sin\varphi$  не може бути більше 1, то число  $m$  не може бути більше  $d/\lambda$ , тобто.

$$m \leq d / \lambda. \quad (2)$$

Підставивши у формулу (2) значення величин, одержимо:

$$m \leq 2 / 0,7 = 2,86 \text{ (для червоних променів);}$$

$$m \leq 2 / 0,41 = 4,88 \text{ (для фіолетових променів).}$$

Якщо врахувати, що порядок максимумів є цілим числом, то для червоного світла  $m_{max}=2$  і для фіолетового  $m_{max}=4$ .

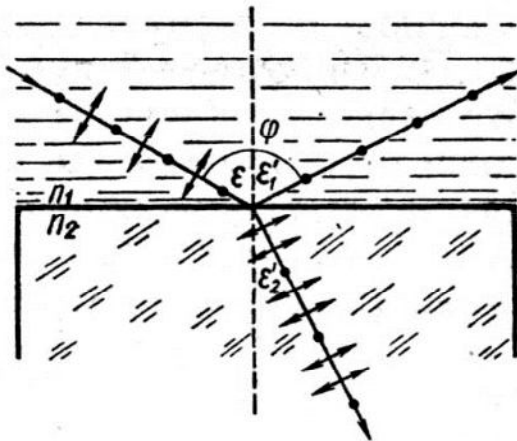


Рис.50

**Приклад 4.** Пучок природного світла падає на поліровану поверхню скляної пластини, зануреної в рідину. Відбитий від пластини пучок світла утворить кут  $\varphi=97^\circ$  з падаючим пучком (рис. 50). Визначити показник заломлення  $n_1$  рідини, якщо відбите світло максимально поляризоване.

**Рішення.** Відповідно до закону Брюстера, пучок світла, відбитий від діелектрика, максимально поляризований у тому випадку, якщо

тангенс кута падіння чисельно дорівнює відносному показнику заломлення  $\text{tg}\varepsilon=n_{21}$ , де  $n_{21}$  - показник заломлення другого середовища (скла) щодо першої (рідини).

Відносний показник заломлення дорівнює відношенню абсолютних показників заломлення. Отже,  $\text{tg}\varepsilon = n_1/n_2$ .

Тому що кут падіння дорівнює куту відбиття,  $\varepsilon=\varphi/2$ , отже,  $\text{tg}(\varphi/2)=n_1/n_2$ , звідки

$$n_1 = \frac{n_2}{\text{tg}(\varphi/2)}.$$

Зробимо обчислення:

$$n_1 = \frac{1,5}{\text{tg}(97^\circ/2)} = \frac{1,5}{1,13} = 1,33.$$

**Приклад 5.** Дві ніколя  $N_1$  і  $N_2$  розташовані так, що кут між їхніми площинами складає  $\alpha=60^\circ$ . Визначити, у скільки разів зменшиться інтенсивність  $I_0$  природного світла: 1) при проходженні через один ніколя  $N_1$

2) при проходженні через обидва ніколя. Коефіцієнт поглинання світла в ніколя  $k=0,05$ . Втрати на відбиття світла не враховувати.

**Рішення.** Природне світло, падаючи на грань призми ніколя (рис. 51), розщеплюється внаслідок подвійної променезаломлюваності на два пучки: звичайний і незвичайний. Обидва пучки однакові по інтенсивності і цілком поляризовані. Площина коливань незвичайного пучка лежить у площині креслення (площина головного перетину). Площина коливань звичайного пучка перпендикулярна площині креслення. Звичайний пучок світла (o) унаслідок повного відбиття від границі АВ відкидається на затемнену поверхню призми і поглинається нею. Незвичайний пучок (e) проходить через призму, зменшуючи свою інтенсивність унаслідок поглинання. Таким

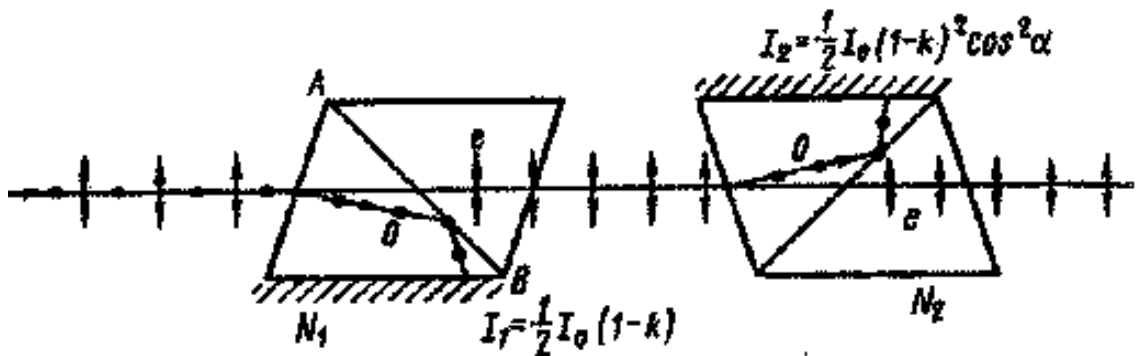


Рис. 51

чином, інтенсивність світла, що пройшло через першу призму,

$$I_1 = 1/2 I_0 (1 - k).$$

Відносне зменшення інтенсивності світла одержимо, розділивши інтенсивність  $I_0$  природного світла, що падає на перший ніколя, на інтенсивність  $I_1$  поляризованого світла:

$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{2I_0}{I_0(1-k)} = \frac{2}{1-k}. \quad (1)$$

Зробимо обчислення:

$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{2}{1-0,05} = 2,1.$$

Таким чином, інтенсивність зменшується в 2,1 рази.

2. Плоскополяризований пучок світла інтенсивності  $I_1$  падає на другий ніколя  $N_2$  і також розщеплюється на два пучки різної інтенсивності: звичайний і незвичайний. Звичайний пучок цілком поглинається призмою, тому інтенсивність його нас не цікавить. Інтенсивність  $I_2$  незвичайного пучка, що вийшов із призми  $N_2$ , визначається законом Малюса (без поглинання світла в другому ніколя) :

$$I_2 = I_1 \cos^2 \alpha,$$

де  $\alpha$  - кут між площиною коливань у поляризованому пучку і площиною пропущення ніколя  $N_2$ .

З огляду на втрати інтенсивності на поглинання в другому ніколя, одержуємо

$$I_2 = I_1(1 - k) \cos^2 \alpha.$$

Шукане зменшення інтенсивності при проходженні світла через обидві ніколя знайдемо, розділивши інтенсивність  $I_0$  природне світло на інтенсивність  $I_2$  світла, що пройшло систему з двох ніколя:

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{I_0}{I_1(1 - k) \cos^2 \alpha}.$$

Заміняючи відношення  $I_0/I_1$ , за формулою (1) одержуємо

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1 - k)^2 \cos^2 \alpha}.$$

Зробимо обчислення:

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1 - 0,05)^2 \cos^2 60^\circ} = 8,86.$$

Таким чином, після проходження світла через два ніколя інтенсивність його зменшиться в 8,86 рази.

**Приклад 6.** Плоскополяризований монохроматичний пучок світла падає на поляроїд і цілком їм гаситься. Коли на шляху пучка помістили кварцову пластину, інтенсивність  $I$  пучка світла після поляроїда стала дорівнює половині інтенсивності пучка, що падає на поляроїд. Визначити мінімальну товщину кварцової пластини. Поглинанням і відображенням світла поляроїдом зневажити, постійну обертання  $\alpha$  кварцу прийняти рівної 48,9 град/мм.

**Рішення.** Повне гасіння світла поляроїдом означає, що площина пропускання поляроїда (штрихова лінія на рис. 52) перпендикулярна площини коливань (I-I) плоскополяризованого світла, що падає на нього. Введення кварцової пластини приводить до повороту площини коливань світла на кут  $\varphi$ :

$$\varphi = \alpha l, \quad (1)$$

де  $l$  - товщина пластини.

Знаючи, у скільки разів зменшиться інтенсивність світла при проходженні його через поляроїд, визначимо кут  $\beta$ , що установиться між площиною пропущення поляроїда і новим напрямком (II - II) площини коливань падаючого на поляроїд плоскополяризованого світла. Для

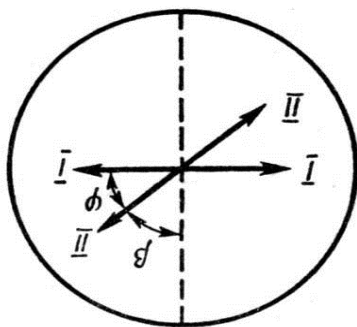


Рис.52

цього скористаємося законом Малюса

$$I = I_0 \cos^2 \beta.$$

Помітивши, що  $\beta = \pi/2 - \varphi$ , можна написати

$$I = I_0 \cos^2(\pi/2 - \varphi), \text{ чи } I = I_0 \sin^2 \varphi \quad (2)$$

З рівності (2) з обліком (1) одержимо  $\alpha l = \arcsin \sqrt{I/I_0}$ . Звідки шукана товщина пластини

$$l = \left(\frac{1}{\alpha}\right) \arcsin \sqrt{I/I_0}.$$

Зробимо обчислення у несистемних одиницях:

$$l = \frac{1}{48,9} \arcsin \sqrt{1/2} \cdot \text{мм} = \frac{0,785}{48,9} \text{мм} = 16 \text{мкм}.$$

**Приклад 7.** Визначити імпульс  $p$  і кінетичну енергію  $T$  електрона, що рухається зі швидкістю  $v=0,9c$ , де  $c$  - швидкість світла у вакуумі.

**Рішення.** Імпульсом частинки називається добуток маси частинки на її швидкість:

$$p = m v \quad (1)$$

Так як швидкість електрона близька до швидкості світла, то необхідно врахувати залежність маси від швидкості, обумовлену формулою

$$m = m_0 / \sqrt{1 - \beta^2}, \quad (2)$$

де  $m$  - маса частинки, що рухається;  $m_0$  - маса спокою частинки;  $\beta = v/c$  - швидкість частинки, виражена в частках швидкості світла.

Замінивши у формулі (1) масу  $m$  її виразом (2) і прийнявши до увагу, що  $v = \beta/c$  і одержимо вираз для релятивістського імпульсу:

$$p = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \beta c = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \beta c. \quad (3)$$

Зробимо обчислення:

$$p = \frac{9,1 \cdot 10^{-31}}{\sqrt{1 - 0,81}} \cdot 0,9 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ кг} \cdot \text{м} / \text{с} = 5,6 \cdot 10^{-22} \text{ кг} \cdot \text{м} / \text{с}.$$

У релятивістській механіці кінетична енергія  $T$  частинки визначається як різниця між повною енергією  $E$  и енергією спокою  $E_0$  цієї частинки, тобто

$$T = E - E_0.$$

Так як  $E = mc^2$  і  $E_0 = m_0 c^2$  те, враховуючи залежність маси від швидкості, одержуємо  $T = m_0 c^2 / \sqrt{1 - \beta^2} - m_0 c^2$  чи

$$T = m_0 c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right). \quad (4)$$

Зробимо обчислення:

$$T = 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{1 - 0,81}} - 1 \right) \text{ Дж} = 8,18 \cdot 10^{-14} \cdot (2,29 - 1) \text{ Дж} = 1,06 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}$$

Так як у несистемних одиницях  $m_0 c^2 = 0,51 \text{ MeV}$  то обчислення спрощуються:

$$T = 0,51 \cdot 1,29 \text{ MeV} = 0,66 \text{ MeV}.$$

**Приклад 8.** Визначити релятивістський імпульс електрона, що має кінетичну енергію  $T=5 \text{ MeV}$ .

**Рішення.** Рішення задачі зводиться до встановлення співвідношення між релятивістським імпульсом  $p$  частинки і її кінетичною енергією  $T$ .

Спочатку встановимо зв'язок між релятивістським імпульсом і повною енергією частинки. Повна енергія  $E$  частинки прямо пропорційна її масі, тобто.

$$E = mc^2 \quad (1)$$

Залежність маси від швидкості визначається формулою

$$m = m_0 / \sqrt{1 - \beta^2} \quad (2)$$

Замінивши масу  $m$  у формулі (1) її виразом (2) і прийнявши до уваги, що  $m_0 c^2 = E_0$ , одержимо

$$E = E_0 / \sqrt{1 - \beta^2}. \quad (3)$$

Прирівнявши обидві частини рівності виразу (3) у квадрат, знайдемо  $E^2 = E_0^2 / \sqrt{1 - \beta^2}$ , звідки

$$E^2 - (\beta E)^2 = E_0^2. \quad (4)$$

Очевидно, що

$$\beta E = (v/c) m c^2 = m v c = p c.$$

Тому рівність (4) можна переписати у вигляді  $E^2 - p^2 c^2 = E_0^2$ , звідки релятивістський імпульс

$$p = \left( \frac{1}{c} \right) \sqrt{E^2 - E_0^2} = \left( \frac{1}{c} \right) \sqrt{(E - E_0)(E + E_0)}.$$

Різниця між повною енергією й енергією спокою є кінетична енергія  $T$  частинки:  $E - E_0 = T$ . Легко переконатися, що  $E + E_0 = T + 2E_0$ , тому шуканий зв'язок між імпульсом і кінетичною енергією релятивістської частинки виразиться формулою

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{T(T + 2E_0)}.$$

Обчислення зручно провести двома способами: спочатку знайти числове значення радикала у несистемних одиницях, а потому перейти до обчислення в системі СІ. Таким чином,

$$\begin{aligned} p &= \frac{\sqrt{T(T + 2E_0)}}{c} = \frac{\sqrt{5(5 + 2 \cdot 0,51)}}{c} \text{ MeV} = \frac{5,5}{c} \text{ MeV} = \\ &= \frac{5,5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-13}}{3 \cdot 10^8} \text{ Дж} = 2,93 \cdot 10^{-21} \text{ кг} \cdot \text{м} / \text{с}. \end{aligned}$$

**Приклад 9.** Довжина хвилі, на яку приходиться максимум енергії у спектрі випромінювання чорного тіла,  $\lambda_0 = 0,58$  мкм. Визначити енергетичну освітленість (випромінюваність)  $R_e$  поверхні тіла.

**Рішення.** Енергетична освітленість  $R_e$  абсолютно чорного тіла відповідно до закону Стефана - Больцмана пропорційна четвертого ступеня термодинамічної температури і виражається формулою

$$R_e = \sigma T^4, \quad (1)$$

де  $\sigma$  - постійна Стефана - Больцмана;  $T$  - термодинамічна температура.

Температуру  $T$  можна обчислити за допомогою закону зсуву Віна:

$$\lambda_0 = b / T, \quad (2)$$

де  $b$  - постійна закону зсуву Віна. Використовуючи формули (2) і (1), одержуємо

$$R_e = \sigma (b / \lambda_0)^4.$$

Зробимо обчислення:

$$R_e = 5,67 \cdot 10^{-8} \left( \frac{2,90 \cdot 10^{-3}}{5,8 \cdot 10^{-7}} \right)^4 \text{ Вт} / \text{м}^2 = 3,54 \cdot 10^7 \text{ Вт} / \text{м}^2 = 35,4 \text{ МВт} / \text{м}^2.$$

**Приклад 10.** Визначити максимальну швидкість  $v_{\max}$  фотоелектронів, що вириваються з поверхні срібла:

1) ультрафіолетовим випромінюванням з довжиною хвилі  $\lambda_1 = 0,155$  мкм;

2)  $\gamma$  - випромінюванням з довжиною хвилі  $\lambda = 1$  нм.

**Рішення.** Максимальну швидкість фотоелектронів можна визначити з рівняння Ейнштейна для фотоефекта:

$$\varepsilon = A + T_{\max}, \quad (1)$$

де  $\varepsilon$  - енергія фотонів, що падають на поверхню металу;  $A$  - робота виходу;  $T_{\max}$  - максимальна кінетична енергія фотоелектронів.

Енергія фотона обчислюється також по формулі



$$\varepsilon = hc / \lambda \quad (2)$$

де  $h$  - постійна Планка;  $c$  - швидкість світла у вакуумі;  $\lambda$  - довжина хвилі.

Кінетична енергія електрона може бути виражена по класичній формулі

$$T = m_0 v^2 / 2 \quad (3)$$

або по релятивістській формулі

$$T = E_0 \left( 1 / \sqrt{1 - \beta^2} - 1 \right) \quad (4)$$

в залежності від того, яка швидкість повідомляється фотоелектрону. Швидкість фотоелектрона залежить від енергії фотона, що викликає фотоефект: якщо енергія  $\varepsilon$  фотона багато менше енергії спокою  $E_0$  електрона, то може бути застосована формула (3), якщо ж  $\varepsilon$  порівнянна по величині з  $E_0$ , то обчислення по формулі (3) приводить до помилки, тому потрібно користатися формулою (4).

1. Обчислимо енергію фотона ультрафіолетового випромінювання по формулі (2):

$$\varepsilon_1 = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,57 \cdot 10^{-7}} \text{ Дж} = 1,28 \cdot 10^{-18} \text{ Дж},$$

або

$$\varepsilon_1 = \frac{1,28 \cdot 10^{-18}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \text{ eB} = 8 \text{ eB}.$$

Отримана енергія фотона (8eB) яка на багато менше енергії спокою електрона (0,51MeB). Отже, для даного випадку кінетична енергія фотоелектрона у формулі (1) може бути виражена по класичній формулі (3):

$$\varepsilon_1 = A + m_0 v_{\max}^2 / 2,$$

звідки

$$v_{\max} = \sqrt{2(\varepsilon_1 - A) / m_0}. \quad (5)$$

Перевіримо, чи дає отримана формула одиницю швидкості. Для цього в праву частину формули (5) замість символів величин підставимо позначення одиниць:

$$\left( \frac{[\varepsilon_1 - A]}{[m_0]} \right)^{1/2} = \left( \frac{1 \text{ Дж}}{1 \text{ кг}} \right)^{1/2} = \left( \frac{1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 / \text{с}^2}{1 \text{ кг}} \right)^{1/2} = 1 \text{ м} / \text{с}.$$

Знайдена одиниця є одиницею швидкості. Підставивши значення величин у формулу (5), знайдемо

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2(1,28 \cdot 10^{-18} - 0,75 \cdot 10^{-18})}{9,11 \cdot 10^{-31}}} \text{ м} / \text{с} = 1,08 \cdot 10^6 \text{ м} / \text{с}.$$

2. Обчислимо енергію фотона  $\gamma$ -випромінювання:

$$\varepsilon_2 = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{10^{-12}} \text{ Дж} = 1,99 \cdot 10^{-13} \text{ Дж.}$$

або у несистемних одиницях

$$\varepsilon_2 = \frac{1,99 \cdot 10^{-13}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \text{ eV} = 1,24 \cdot 10^6 \text{ eV} = 1,24 \text{ MeV}$$

Робота виходу електрона ( $A=4,7$  eВ) значно менша в порівнянні з енергією фотона ( $\varepsilon_2= 1,24\text{MeV}$ ), тому можна прийняти, що максимальна кінетична енергія електрона дорівнює енергії фотона:  $T_{\max} = \varepsilon_2 = 1,24\text{MeV}$ . Тому що в даному випадку кінетична енергія електрона більше його енергії спокою, то для обчислення швидкості електрона варто взяти релятивістську формулу кінетичної енергії (4). З цієї формули знайдемо

$$\beta = \sqrt{(2E_0 + T)T} / (E_0 + T).$$

Знаючи, що  $v = c\beta$  і  $T_{\max} = \varepsilon_2$ , одержимо

$$v_{\max} = c \sqrt{(2E_0 + \varepsilon_2)\varepsilon_2} / (E_0 + \varepsilon_2).$$

Зробимо обчислення:

$$v_{\max} = 3 \cdot 10^8 \frac{\sqrt{(2 \cdot 0,51 + 1,24) \cdot 1,24}}{0,51 + 1,24} \text{ м/с} = 2,85 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$

**Приклад 11.** У результаті ефекту Комптона фотон при зіткненні з електроном був розсіяний на кут  $\theta = 90^\circ$ . Енергія розсіяного фотона  $\varepsilon_2 = 0,4\text{MeV}$ . Визначити енергію фотона  $\varepsilon_1$  до розсіювання.

**Рішення.** Для визначення енергії первинного фотона скористаємося формулою Комптона:

$$\Delta\lambda = 2 \frac{h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\vartheta}{2} \quad (1)$$

де  $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$  - зміна довжини хвилі фотона в результаті розсіювання на вільному електроні;  $h$  - постійна Планка;  $m_0$  - маса спокою електрона;  $c$  - швидкість світла у вакуумі;  $\vartheta$  - кут розсіювання фотона.

Перетворимо формулу (1):

- 1) зробимо заміну в ній  $\Delta\lambda$ , на;
- 2) виразимо довжини хвиль  $\lambda_1$  і  $\lambda_2$  через енергії  $\varepsilon_1$  і  $\varepsilon_2$  відповідних фотонів, скориставшись формулою  $\varepsilon = hc/\lambda$ ;
- 3) помножимо чисельник і знаменник правої частини формули на  $c$ .

Тоді

$$\frac{hc}{\varepsilon_2} - \frac{hc}{\varepsilon_1} = \frac{hc}{m_0 c^2} 2 \sin^2 \frac{\vartheta}{2}.$$

Скоротимо на  $hc$  і виразимо шукану енергію:

$$\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_2 m_0 c^2}{m_0 c^2 - \varepsilon_2 2 \sin^2(\vartheta/2)} = \frac{\varepsilon_2 E_0}{E_0 - 2\varepsilon_0 \sin^2(\vartheta/2)}$$

де  $E_0 = m_0 c^2$  - енергія спокою електрона.

Обчислення по формулі (2) зручніше вести у несистемних одиницях. Так як для електрона  $E_0=0,511\text{MeV}$ , то

$$\varepsilon_1 = \frac{0,4 \cdot 0,511}{0,511 - 2 \cdot 0,4 \sin^2(90^\circ/2)} \text{MeV} = 1,85 \text{MeV}.$$

**Приклад 12.** Пучок монохроматичного світла з довжиною хвилі  $\lambda=663\text{nm}$  падає нормально на дзеркальну плоску поверхню. Потік випромінювання  $\Phi_e=0,6\text{Вт}$ . Визначити: 1) силу тиску  $F$ , випробовувану цією поверхнею; 2) число фотонів щомиті падаючих на поверхню.

**Рішення.** 1. Сила світлового тиску на поверхню дорівнює добутку світлового тиску  $P$  на площу  $S$  поверхні:

$$F = PS. \quad (1)$$

Світловий тиск може бути знайдений по формулі

$$P = E_e(\rho + 1) / c, \quad (2)$$

де  $E_e$  - енергетична освітленість;  $c$  - швидкість світла у вакуумі;  $\rho$  - коефіцієнт відбиття.

Підставивши праву частину виразу (2) у формулу (1), одержуємо

$$F = E_e S(\rho + 1) / c \quad (3)$$

Так як  $E_e S$  являє собою потік випромінювання  $\Phi_e$ , то

$$F = \Phi_e(\rho + 1) / c, \quad (4)$$

Зробимо обчислення, з огляду на, що для дзеркальної поверхні  $\rho=1$ :

$$F = \frac{0,6}{3 \cdot 10^8} (1+1)H = 4nH.$$

2. Добуток енергії  $\varepsilon$  одного фотона на число фотонів  $n_1$ , щомиті падають на поверхню, дорівнює потужності випромінювання, тобто потоку випромінювання:  $\Phi_e = \varepsilon n_1$ , а тому що енергія фотона  $\varepsilon = hc/\lambda$ , то

$$\Phi_e = hcn_1 / \lambda \quad (5)$$

звідки

$$n_1 = \Phi_e \lambda / (hc)$$

Зробимо обчислення:

$$n_1 = \frac{0,6 \cdot 6,63 \cdot 10^{-7}}{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} c^{-1} = 2 \cdot 10^{18} c^{-1}.$$

### 3.3. Задачі для самостійного рішення

1. На шляху пучка світла поставлена скляна пластина товщиною  $d=1$  мм так, що кут падіння променя  $i_1=30^\circ$ . На скільки зміниться оптична довжина шляху світлового пучка? [550 мкм]
2. На мильну плівку з показником заломлення  $n=1,33$  падає по нормалі монохроматичне світло з довжиною хвилі  $\lambda=0,6$  мкм. Відбите світло в результаті інтерференції має найбільшу яскравість. Яка найменша можлива товщина  $d_{min}$  плівки? [0,113 мкм]
3. Радіус другого темного кільця Ньютона у відбитому світлі  $r_2=0,4$  мм. Визначити радіус  $R$  кривизни плоско випуклої лінзи, взятої для досліду, якщо вона освічується монохроматичним світлом з довжиною хвилі  $\lambda=0,64$  мкм. [125 мм]
4. На пластину з щілиною, ширина якої  $a=0,05$  мм, падає монохроматичне світло з довжиною хвилі  $\lambda=0,7$  мкм. Визначити кут  $\varphi$  відхилення променів, що відповідає першому дифракційному максимуму.
5. Дифракційні ґрати, освітлені падаючим монохроматичним світлом, відхиляє спектр третього порядку на кут  $\varphi_1=30^\circ$ . На який кут відхиляє вона спектр четвертого порядку? [ $41^\circ 50'$ ]
6. Кут заломлення променя в рідині  $i_2=35^\circ$ . Визначити показник заломлення  $n$  рідини, якщо відомо, що відбитий пучок світла максимально поляризований. [1,48]
7. На скількох відсотків зменшується інтенсивність світла після проходження через призму ніколя, якщо втрати світла складають 10%? [На 55%]
8. При якій швидкості і релятивістській масі частинки в  $k=3$  рази більше маси спокою цієї частинки? [ $2,83 \cdot 10^8$  м/с]
9. Визначити швидкість електрона, що має кінетичну енергію  $T=1,53$  МеВ. [ $2,91 \cdot 10^8$  м/с]
10. Електрон рухається зі швидкістю  $v=0,6c$ , де  $c$  - швидкість світла у вакуумі. Визначити релятивістський імпульс  $p$  електрона. [ $2,0 \cdot 10^{-22}$  кг·м/с]
11. Обчислити енергію, випромінювану за час  $t=1$  хв. із площі  $S=1$  см<sup>2</sup> абсолютно чорного тіла, температура якого  $T=1000$  К. [340 Дж]
12. Довжина хвилі, на яку приходиться максимум енергії випромінювання абсолютно чорного тіла  $\lambda=0,6$  мкм. Визначити температуру  $T$  тіла. [4,82 К]
13. Визначити максимальну спектральну густину  $(r_{\lambda,T})_{max}$  енергетичної освітленості ( випромінюваності ), розраховану на 1 нм у спектрі випромінювання абсолютно чорного тіла. Температура тіла  $T=1$  К. [13 Вт/(м<sup>2</sup>·нм)]

14. Визначити енергію  $E$ , масу  $m$  і імпульс  $p$  фотона з довжиною хвилі  $\lambda = 1,24$  нм. [ $1,60 \cdot 10^{-16}$  Дж;  $1,78 \cdot 10^{-33}$  кг;  $5,35 \cdot 10^{-25}$  кг·м/с]

15. На пластину падає монохроматичне світло ( $\lambda = 0,42$  мкм). Фотопотік припиняється при затримуючій різниці потенціалів  $U = 0,95$  В. Визначити роботу  $A$  виходу електронів з поверхні пластини. [2 еВ].

16. На цинкову пластину падає пучок ультрафіолетового випромінювання ( $\lambda = 0,2$  мкм). Визначити максимальну кінетичну енергію  $E_{max}$  і максимальну швидкість  $v_{max}$  фотоелектронів. [2,2 еВ;  $8,8 \cdot 10^8$  м/с]

17. Визначити максимальну швидкість  $v_{max}$  фотоелектрона, вирваного з поверхні металу  $\gamma$ - квантом з енергією  $\varepsilon = 1,53$  МэВ [  $2,91 \cdot 10^8$  м/с ]

18. Визначити кут розсіювання фотона, що випробував зіткнення з вільним електроном, якщо зміна довжини хвилі при розсіюванні  $\Delta\lambda = 3,63$  пм. [  $120^\circ$  ]

19. Фотон з енергією  $\varepsilon_1$ , рівної енергії спокою електрона ( $m_0 c^2$ ), розсіявся на вільному електроні на кут  $\alpha = 120^\circ$ . Визначити енергію  $\varepsilon_2$  розсіяного фотона і кінетичну енергію  $E$  електрона віддачі (в одиницях  $m_0 c^2$ ) . [  $0,4 m_0 c^2$ ;  $0,6 m_0 c^2$  ]

20. Потік енергії, випромінюваною електричною лампою,  $\Phi_e = 600$  Вт. На відстані  $r = 1$  м від лампи перпендикулярно падаючим променям розташоване кругле плоске дзеркало діаметром  $d = 2$  см. Визначити силу  $F$  світлового тиску на дзеркало. Лампу розглядати, як точковий ізотропний випромінювач. [0,1 нН]

21. Паралельний пучок монохроматичного світла з довжиною хвилі  $\lambda = 0,663$  мкм падає на темну поверхню і створює на неї тиск  $P = 0,3$  мкПа. Визначити концентрацію фотонів у світловому пучку. [ $10^{12}$  м<sup>-3</sup>]

## 4. ЕЛЕМЕНТИ АТОМНОЇ ФІЗИКИ І КВАНТОВОЇ МЕХАНІКИ. ФІЗИКА ТВЕРДОГО ТІЛА

### 4.1. Основні формули

**Борівська теорія водне-подібного атома.** Момент імпульсу електрону (другий постулат Бору)

$$L_n = \hbar n, \quad m v_n r_n = \hbar n,$$

де  $m$  – маса електрона;  $v_n$  – швидкість електрона на  $n$ -ній орбіті;  $r_n$  – радіус  $n$ -ої стаціонарної орбіти;  $\hbar$  – стала Планка;  $n$  – головне квантове число ( $n=1, 2, 3, \dots$ ).

Радіус  $n$ -ої стаціонарної орбіти

$$r_n = a_0 n^2,$$

де  $a_0$  перший борівський радіус.

Енергія електрона в атомі водню

$$E_n = E_i / n^2,$$

де  $E_i$  – енергія іонізації атома водню.

Енергія, випромінювання чи поглинання атомом водню,

$$\varepsilon = \hbar \omega = E_{n_2} - E_{n_1},$$

чи

$$\varepsilon = E_i \left( 1/n_1^2 - 1/n_2^2 \right),$$

де  $n_1$  і  $n_2$  – квантові числа, що відповідають енергетичним рівням, між якими відбувається перехід електрона в атомі.

Спектроскопічне хвильове число

$$\nu = 1/\lambda = R \left( 1/n_1^2 - 1/n_2^2 \right),$$

де  $\lambda$  – довжина хвилі випромінювання чи поглинання атомом;  $R$  – стала Ридберга.

**Хвильові властивості частинок.** Довжина хвилі де Бройля

$$\lambda = 2 \cdot \pi \cdot \hbar / p,$$

де  $p$  – імпульс частинки.

Імпульс частинки і його зв'язок з кінетичною енергією  $T$ :

$$\begin{aligned} \text{а) } p &= m_0 v; \quad p = \sqrt{2m_0 T}; \\ \text{б) } p &= m v = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}; \quad p = \frac{1}{c} \sqrt{(2E_0 + T)T}, \end{aligned}$$

де  $m_0$  – маса спокою частинки;  $m$  – релятивістська маса;  $v$  – швидкість частинки;

$c$  – швидкість світла у вакуумі.  $E_0$  – енергія спокою частинки ( $E_0 = m_0 c^2$ ).

Співвідношення невизначеностей: а)  $\Delta p_x \Delta x \geq \hbar$  (для координати й імпульсу),

де  $\Delta p_x$  – невизначеність проекції імпульсу на вісь  $X$ ;  $\Delta x$  – невизначеність координати;

б)  $\Delta E \Delta t \geq \hbar$  (для енергії і часу),

де  $\Delta E$  – невизначеність енергії;  $\Delta t$  – час життя квантової системи в даному енергетичному стані.

Одномірне рівняння Шредінгера для стаціонарних станів

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \times (E - U) \cdot \psi(x) = 0,$$

де  $\psi(x)$  – хвильова функція, що описує стан частинки;  $m$  – маса частинки;  $E$  – повна енергія;  $U = U(x)$  – потенційна енергія частинки.

Густина імовірності

$$\frac{d\omega(x)}{dx} = |\psi(x)|^2,$$

де  $d\omega(x)$  – імовірність того, що частка може бути виявлена поблизу точки з координатою  $x$  на ділянці  $dx$ .

Імовірність виявлення частинки в інтервалі від  $x_1$  до  $x_2$

$$\omega = \int_{x_1}^{x_2} |\psi(x)|^2 dx.$$

Рішення рівняння Шредінгера для одномірної, нескінченно глибокої, прямокутної потенційної ями:

а)  $\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{\pi n}{l} x$  (власна нормована хвильова функція);

б)  $E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2ml^2}$  (власне значення енергії),

де  $n$  – квантове число ( $n=1,2,3,\dots$ );  $l$  – ширина ящика. В області  $0 \leq x \leq l$   $U = \infty$  і  $\psi(x) = 0$ .

**Атомне ядро. Радіоактивність.** Масове число ядра (число нуклонів у ядрі)

$$A = Z + N$$

де  $Z$  – зарядове число (число протонів);  $N$  – число нейтронів.

Закон радіоактивного розпаду

$$dN = -\lambda N dt, \text{ чи } N = N_0 e^{-\lambda t},$$

де  $dN$  – число ядер, що розпадаються за інтервал часу  $dt$ ;  $N$  – число ядер, що не розпалися до моменту часу  $t$ ;  $N_0$  – число ядер у початковий момент ( $t=0$ );  $\lambda$  – стала радіоактивного розпаду.

Число ядер, що розпалися за час  $t$ ,

$$\Delta N = N_0 - N = N_0 (1 - e^{-\lambda t}).$$

У випадку, якщо інтервал часу  $\Delta t$ , за який визначається число ядер, що розпалися, набагато менше періоду напіврозпаду  $T_{1/2}$ , то число ядер, що розпалися, можна визначити по формулі

$$\Delta N = \lambda N \Delta t.$$

Залежність періоду напіврозпаду від постійної радіоактивного розпаду

$$T_{1/2} = (\ln 2) / \lambda = 0,693 / \lambda.$$

Середній час життя радіоактивного ядра, тобто інтервал часу, за який число неподілених ядер зменшується в  $e$  раз,

$$\tau = 1/\lambda.$$

Число  $N$  атомів, що містяться в радіоактивному ізотопі,

$$N = m N_A / M,$$

де  $m$  – маса ізотопу;  $M$  – молярна маса;  $N_A$  – постійна Авогадро.

Активність  $A$  радіоактивного ізотопу

$$A = -dN/dt = \lambda N, \text{ чи } A = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t},$$

де  $dN$  – число ядер, що розпадаються за інтервал часу  $dt$ ;  $A_0$  – активність ізотопу в початковий момент часу.

Питома активність ізотопу  $a = A/m$ .

Дефект маси ядра

$$\Delta m = Z m_p + (A - Z) m_n - m_{\text{я}},$$

де  $Z$  – зарядове число (число протонів у ядрі);  $A$  – масове число (число нуклонів у ядрі);  $(A - Z)$  – число нейтронів у ядрі;  $m_p$  – маса протона;  $m_n$  – маса нейтрона;  $m_{\text{я}}$  – маса ядра.

Енергія зв'язку ядра  $E_{\text{зв}} = \Delta m c^2$ ,

де  $\Delta m$  – дефект маси ядра;  $c$  – швидкість світла у вакуумі.

У в системних одиницях енергія зв'язку ядра дорівнює  $E_{\text{зв.}} = 931 \Delta m$ , де дефект маси  $\Delta m$  у а.о.м; 931 – коефіцієнт пропорційності (1 а.е.м. ~ 931 МеВ).



**Теплоємність кристала.** Середня енергія квантового одномірного осцилятора

$$\langle \varepsilon \rangle = \varepsilon_0 + \frac{\hbar \omega}{e^{\hbar \omega / (kT)} - 1},$$

де – нульова енергія ( $\varepsilon_0 = \frac{1}{2} \hbar \omega$ );  $\hbar$  – постійна Планка;  $\omega$  – колова частота коливань осцилятора;  $k$  – стала Больцмана;  $T$  – термодинамічна температура.

Молярна внутрішня енергія системи, що складається з не взаємодіючих квантових осциляторів,

$$U_m = U_{0m} + 3R\Theta_E / (e^{\Theta_E / T} - 1),$$

де  $R$  – молярна газова постійна;  $\Theta_E = \hbar \omega / k$  – характеристична температура Ейнштейна;  $U_{0m} = \frac{2}{3} R\Theta_E$  – молярна нульова енергія (по Ейнштейну).

Молярна теплоємність кристалічного твердого тіла в області низьких температур (граничний закон Дебая)

$$C_m = \frac{12\pi^2}{5} R \left( \frac{T}{\Theta_D} \right)^3 = 234R \left( \frac{T}{\Theta_D} \right)^3; \quad (T \ll \Theta_D).$$

Теплота, необхідна для нагрівання тіла,

$$Q = \frac{m}{M} \int_{T_1}^{T_2} C_m dT,$$

де  $m$  – маса тіла;  $M$  – молярна маса;  $T_1$  і  $T_2$  початкова і кінцева температура тіла.

**Елементи квантової статистики.** Розподіл вільних електронів у металі по енергіях при 0 К

$$dn(\varepsilon) = \frac{1}{2\pi^2} \left( \frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \varepsilon^{1/2} d\varepsilon,$$

де  $dn(\varepsilon)$  – концентрація електронів, енергія яких укладена в межах від  $\varepsilon$  до  $\varepsilon + d\varepsilon$ ;  $m$  – маса електрона. Цей вираз справедливий при  $\varepsilon < \varepsilon_F$  (де  $\varepsilon_F$  – енергія чи рівень Фермі).

Енергія Фермі в металі при  $T=0$  К

$$\varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n)^{2/3},$$

де  $n$  – концентрація електронів у металі.

**Напівпровідники.** Питома провідність власних напівпровідників

$$\gamma = \gamma_0 \exp(-\Delta E / 2kT),$$

де  $\Delta E$  – ширина забороненої зони;  $\gamma_0$  – константа.

Сила струму в  $p - n$  переході

$$I = I_0 [\exp(eU/kT) - 1],$$

де  $I_0$  граничне значення сили зворотного струму;  $U$  – зовнішня напруга, прикладена до  $p - n$  переходу.

**Контактні і термоелектричні явища.** Внутрішня контактна різниця потенціалів

$$U_{12} = \frac{\varepsilon_{F_1} - \varepsilon_{F_2}}{e},$$

де  $\varepsilon_{F_1}$  і  $\varepsilon_{F_2}$  – енергія Фермі відповідно для першого і другого металів;  $e$  – заряд електрона.

#### 4.2. Приклади рішення задач

**Приклад 1.** Електрон в атомі водню перейшов з четвертого енергетичного рівня на другий. Визначити енергію випроміненого при цьому фотону.

**Рішення.** Для визначення енергії фотона скористаємося формулою для водне-подібних іонів:

$$1/\lambda = RZ^2 \left( 1/n_1^2 - 1/n_2^2 \right), \quad (1)$$

де  $\lambda$  – довжина хвилі фотона;  $R$  – постійна Ридберга;  $z$  – заряд ядра у відносних одиницях (при  $Z=1$  формула переходить у формулу для водню);  $n_1$  – номер орбіти, на яку перейшов електрон;  $n_2$  – номер орбіти, з якої перейшов електрон ( $n_1$  і  $n_2$  – головні квантові числа).

Енергія фотона  $\varepsilon$  виражається формулою  $\varepsilon = hc/\lambda$ . Тому, помноживши обидві частини рівності (1) на  $hc$ , одержимо вираз для енергії фотона:

$$\varepsilon = RhcZ^2 \left( 1/n_1^2 - 1/n_2^2 \right).$$

Тому що  $Rhc$  є енергія іонізації  $E_i$  атома водню, тоді

$$\varepsilon = E_i Z^2 \left( 1/n_1^2 - 1/n_2^2 \right).$$

Обчислення виконаємо у в несистемних одиницях:  $E_i = 13,6eV$  (див. табл. 1 додатка)  $Z = 1$ ;  $n_1 = 2$ ;  $n_2 = 4$ :

$$\varepsilon = 13,6 \cdot 1^2 \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2} \right) eV = 13,6 \cdot 3/16 eV = 2,55eV.$$

**Приклад 2.** Електрон, початковою швидкістю якого можна знехтувати, пройшов прискорюючу різницю потенціалів  $U$ . Знайти довжину хвилі де Бройля електрона для двох випадків: 1)  $U_1 = 51$  В; 2)  $U_2 = 510$  кВ.

**Рішення.** Довжина хвилі де Бройля для частинки залежить від її імпульсу  $p$  і визначається формулою

$$\lambda = h/p, \quad (2)$$

де  $h$  – постійна Планка.

Імпульс частинки можна визначити, якщо відома її кінетична енергія  $T$ . Зв'язок імпульсу з кінетичною енергією різний для нерелятивістського випадку (коли кінетична енергія частинки набагато менше її енергії спокою) і для релятивістського випадку (коли кінетична енергія дорівнює енергії спокою частинки).

У нерелятивістському випадку імпульс рівний:

$$p = \sqrt{2m_0T}, \quad (3)$$

де  $m_0$  – маса спокою частинки.

У релятивістському випадку імпульс рівний

$$p = \sqrt{(2E_0 + T)T} / c, \quad (4)$$

де  $E_0 = m_0c^2$  – енергія спокою частинки.

Формула (1) з урахуванням співвідношень (2) і (3) запишеться: у нерелятивістському випадку

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_0T}}, \quad (5)$$

у релятивістському випадку

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{(2E_0 + T)T} / c}, \quad (6)$$

Порівняємо кінетичні енергії електрона, що пройшов задані в умові задачі різниці потенціалів  $U_1 = 51\text{В}$  і  $U_2 = 510\text{кВ}$  з енергією спокою електрона і в залежності від цього вирішимо, яку з формул (4) чи (5) варто застосувати для обчислення довжини хвилі де Бройля.

Як відомо, кінетична енергія електрона, що пройшов різницю потенціалів, що прискорює,  $U$ ,

$$T = eU.$$

У першому випадку  $T_1 = eU = 51\text{еВ} = 0.51 \cdot 10^{-4}$  що набагато менше енергії спокою електрона  $E_0 = m_0c^2 = 0.51\text{МеВ}$ . Отже, у цьому випадку можна застосувати формулу (4). Для спрощення розрахунків помітимо, що  $T_1 = 10^{-4} m_0c^2$ . Підставивши це вираз у формулу (4), перепишемо її у вигляді

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_0 \cdot 10^{-4} \cdot m_0c^2}} = \frac{10^2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{h}{m_0c^2}.$$

З огляду на те, що  $h/m_0c$  є комптонівська довжина хвилі  $\lambda$ , одержуємо

$$\lambda_1 = 10^2 \Lambda / \sqrt{2}.$$

Тому що  $\Lambda = 2043\text{пм}$  (див. табл. 1 додатка), то

$$\lambda_1 = 10^2 \cdot 2,43 / \sqrt{2} = 171 \text{ пм.}$$

В другому випадку кінетична енергія  $T_2 = eU_2 = 510 \text{ MeV}$  тобто дорівнює енергії спокою електрону. У цьому випадку необхідно застосувати релятивістську формулу (5). З огляду на те, що,  $T_2 = 0.51 \text{ MeV} = m_0 c^2$  по формулі (5) знаходимо

$$\lambda_2 = \frac{h}{\sqrt{(2m_0c^2 + m_0c^2)m_0c^2/c}} = \frac{h}{\sqrt{3}m_0c},$$

чи

$$\lambda_2 = \Lambda / \sqrt{3}.$$

Підставимо значення  $\Lambda$  і зробимо обчислення:

$$\lambda_2 = 2,43 / \sqrt{3} = 1,40 \text{ пм.}$$

**Приклад 3.** Кінетична енергія електрона в атомі водню складає величину порядку  $T = 10 \text{ eV}$ . Використовуючи співвідношення невизначеностей, оцінити мінімальні лінійні розміри атома.

**Рішення .** Співвідношення невизначеностей для координати і імпульсу має вигляд

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar, \quad (1)$$

де  $\Delta x$  – невизначеність координати частинки (у даному випадку електрона);  $\Delta p_x$  – невизначеність імпульсу частинки (електрона);  $\hbar$  – постійна Планка.

Із співвідношення невизначеностей випливає, що чим точніше визначається положення частинки в просторі, тим більше невизначеним стає імпульс, а отже, і енергія частинки. Нехай атом має лінійні розміри  $l$ , тоді електрон атома буде знаходитися десь у межах області з невизначеністю

$$\Delta x = l/2.$$

Співвідношення невизначеностей (1) можна записати в цьому випадку у вигляді

$$(l/2) \Delta p_x \geq \hbar,$$

звідки

$$l \geq 2\hbar / \Delta p_x. \quad (2)$$

Фізично розумна невизначеність імпульсу  $\Delta p_x$  у всякому разі не повинна перевищувати значення самого імпульсу  $p_x$ , тобто  $\Delta p_x < p_x$ . Імпульс  $p_x$  зв'язаний з кінетичною енергією  $T$  співвідношенням  $p_x = \sqrt{2mT}$ . Замінімо  $\Delta p_x$  значенням  $\sqrt{2mT}$  (така заміна не збільшить  $l$ ). Переходячи від нерівності до рівності, одержимо

$$l_{\min} = 2\hbar / \sqrt{2mT} \quad (3)$$

Перевіримо, чи дає отримана формула одиницю довжини. Для цього в праву частину формули (3) замість символів величин підставимо позначення їхніх одиниць:

$$\frac{[\hbar]}{([m][T])^{1/2}} = \frac{1\text{Дж} \cdot \text{с}}{(1\text{кг} \cdot 1\text{Дж})^{1/2}} = \left(\frac{1\text{Дж}}{1\text{кг}}\right)^{1/2} \cdot 1\text{с} = \left(\frac{1\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2}}{1\text{кг}}\right)^{1/2} \cdot 1\text{с} = 1\text{м}.$$

Знайдена одиниця є одиницею довжини. Зробимо обчислення:

$$l_{\min} = \frac{2 \cdot 1,05 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot 1,9 \cdot 10^{-31} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10} \text{ м} = 1,24 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 124 \text{ нм}.$$

#### Приклад 4. Хвильова функція

$$\psi(x) = \sqrt{2/l} \sin \frac{\pi}{l} x \text{ описує основний стан}$$

частинки в нескінченно глибокої прямокутній шухляді шириною  $l$  (рис.53).

Обчислити імовірність перебування частинки в малому інтервалі  $\Delta l = 0,01 \cdot l$  у двох випадках: 1) (поблизу стінки) ( $0 \leq x \leq \Delta l$ );

2) в середній частині ями

$$\left(\frac{l}{2} - \frac{\Delta l}{2} \leq x \leq \frac{l}{2} + \frac{\Delta l}{2}\right).$$

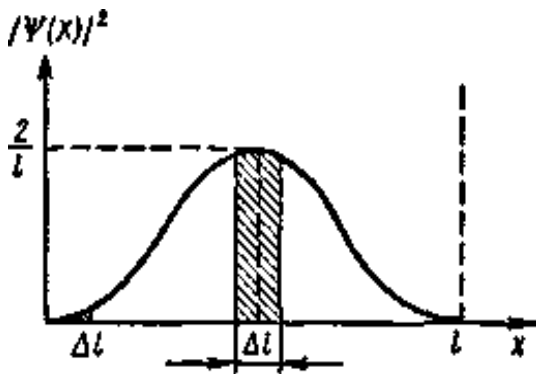


Рис.53

**Рішення.** Імовірність того, що частка буде виявлена в інтервалі  $dx$  (від  $x$  до  $x+dx$ ), пропорційна в цьому інтервалі квадрату модуля хвильової функції, що описує даний стан, дорівнює

$$d\omega = |\psi(x)|^2 dx.$$

У першому випадку шукана імовірність знайдеться інтегруванням у межах від 0 до  $0,01l$  (рис.53):

$$\omega = \frac{2}{l} \int_0^{0,01l} \sin^2 \frac{\pi}{l} x dx.$$

Знак модуля опущений, тому що  $\psi$  – функція в даному випадку не є комплексною.

Так як  $x$  змінюється в інтервалі  $0 \leq x \leq 0,01l$  і, тобто,  $(\pi x/l) \ll 1$ , справедливо наближене рівняння

$$\sin^2 \frac{\pi}{l} x \approx \left(\frac{\pi}{l} x\right)^2.$$

З урахуванням цього виразу (1) матиме вигляд

$$\omega = \frac{2}{l} \int_0^{0,01l} \left( \frac{\pi}{l} x \right)^2 dx = \frac{2\pi^2}{l^3} \int_0^{0,01l} x^2 dx.$$

Після інтегрування одержимо

$$\omega = \frac{2}{3} \pi^2 \cdot 10^{-6} = 6,6 \cdot 10^{-6}.$$

В другому випадку можна обійтися без інтегрування, тому що квадрат модуля хвильової функції поблизу її максимуму в заданому малому інтервалі ( $\Delta l = 0,01l$ ) практично не змінюється. Шукана імовірність у другому випадку визначається виразом

$$\omega = |\psi(l/2)|^2 \Delta l, \text{ чи } \omega = \frac{2}{l} \left( \sin \frac{\pi}{l} \cdot \frac{l}{2} \right)^2 \Delta l = \frac{2}{l} \cdot 0,01l = 0,02.$$

**Приклад 5.** Обчислити дефект маси й енергію зв'язку ядра  ${}^7_3\text{Li}$ .

**Рішення.** Маса ядра завжди менше суми мас вільних (що знаходяться поза ядром) протонів і нейтронів, з яких ядро утворилося. Дефект маси ядра  $\Delta m$  і є різниця між сумою мас вільних нуклонів (протонів і нейтронів) і масою ядра, тобто

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{я}}. \quad (1)$$

де  $Z$  – атомний номер (число протонів у ядрі);  $A$  – масове число (число нуклонів, що складають ядро);  $m_p$ ,  $m_n$ ,  $m_{\text{я}}$  – відповідно маси протона, нейтрона і ядра.

У довідкових таблицях завжди даються маси нейтральних атомів, але не ядер, тому формулу (1) доцільно перетворити так, щоб у неї входила маса  $m_{\text{я}}$  нейтрального атома. Можна вважати, що маса нейтрального атома дорівнює сумі мас ядра і електронів, що складають електронну оболонку атома:  $m_a = m_{\text{я}} + Zm_e$  звідки

$$m_{\text{я}} = m_a - Zm_e. \quad (2)$$

Виразивши в рівності (1) масу ядра по формулі (2), одержуємо  $\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_a + Zm_e$ , чи

$$\Delta m = Z(m_p + m_e) + (A - Z)m_n - m_a.$$

Зауважуючи, що  $m_p + m_e = m_H$ , де  $m_H$  – маса атома водню, остаточно знаходимо

$$\Delta m = Zm_H + (A - Z)m_n - m_a. \quad (3)$$

Підставивши у вираз (3) числові значення мас (див. табл. 2 і 3 додатка), одержимо

$$\Delta m = [3 \cdot 1,00783 + (7 - 3) \cdot 1,00867 - 7 \cdot 0,1601] a.e.m. = 0,04216 a.e.m.$$

Відповідно до закону пропорційності маси і енергії

$$E = c^2 \Delta m, \quad (4)$$

де  $c$  – швидкість світла у вакуумі.

Коефіцієнт пропорційності  $c^2$  може бути виражений подвійно:

$$c^2 = 9 \cdot 10^{16} \text{ м}^2 / \text{с}^2, \text{ чи } c^2 = \Delta E / \Delta m = 9 \cdot 10^{16} \text{ Дж} / \text{кг}.$$

Якщо обчислити енергію зв'язку, користаючись в несистемних одиницях, то  $c^2 = 931 \text{ MeV} / a.e.m.$  З обліком цього формула (4) прийме вигляд

$$E = 931 \Delta m (\text{MeV}). \quad (5)$$

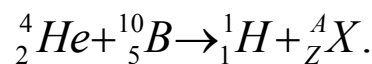
Підставивши знайдене значення дефекту маси ядра у формулу (5), одержимо

$$E = 931 \cdot 0,04216 = 39,2 \text{ MeV}.$$

**Примітка.** Термін "дефект маси" часто застосовують в іншому розумінні: дефектом маси  $\Delta$  називають різницю між масою нейтрального атома даного ізотопу і його масовим числом  $A$ :  $\Delta = m_a - A$ . Ця величина особливого фізичного впливу не має, але її використання дозволяє в ряді випадків значно спростити обчислення. У даному посібнику мається на увазі дефект маси  $\Delta m$ , обумовлений формулою (1).

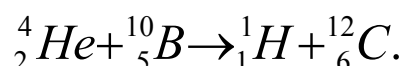
**Приклад 6.** При зіткненні  $\alpha$  - частинки з ядром бора  ${}^1_5B$  відбулася ядерна реакція, у результаті якої утворилося два нових ядра. Одним з цих ядер було ядро атома водню  ${}^1_1H$ . Визначити порядковий номер і масове число другого ядра, дати символічний запис ядерної реакції і визначити її енергетичний ефект.

**Рішення.** Позначимо невідоме ядро символом  ${}^A_ZX$ . Тому що  $\alpha$  - частка являє собою ядро гелію  ${}^4_2He$ , запис реакції має вид



Застосувавши закон збереження числа нуклонів, одержимо рівняння  $4+10=1+A$ , звідки  $A=13$ . Застосувавши закон збереження заряду, одержимо рівняння  $2+5=1+Z$ , звідки  $Z=6$ . Отже, невідоме ядро є ядром атома ізотопу вуглецю  ${}^{13}_6C$ .

Тепер можемо записати реакцію в остаточному вигляді:



Енергетичний ефект  $Q$  ядерної реакції визначається по формулі

$$Q = 931[(m_{He} + m_B) - (m_H + m_C)]$$

Тут у перших круглих дужках визначені маси вихідних ядер, у других дужках – маси ядер – продуктів реакції. При числових підрахунках по цій формулі маси ядер заміняють масами нейтральних атомів. Можливість такої заміни впливає з наступних розумінь.

Число електронів в електронній оболонці нейтрального атома дорівнює його зарядовому числу  $Z$ . Сума зарядових чисел вихідних ядер дорівнює сумі зарядових чисел ядер – продуктів реакції. Отже, електронні оболонки ядер гелію і бору містять разом стільки ж електронів, скільки їх містять електронні оболонки ядер вуглецю і водню.

Очевидно, що при підрахуванні суми мас нейтральних атомів вуглецю і водню із суми мас атомів гелію і бора маси електронів випадуть і ми одержимо той же результат, якби брали маси ядер. Підставивши маси атомів (див. табл. 2 додатка) у розрахункову формулу, одержимо

$$Q = 931(4,00260 + 10,01294) - (1,00783 + 13,00335)MeV = 4,06MeV.$$

**Приклад 7.** Визначити початкову активність  $A_0$  радіоактивного препарату магнію  $^{27}Mg$  масою  $m=0,2$ мкг, а також його активність  $A$  через час  $t=6$  год. Період напіврозпаду  $T_{1/2}$  магнію вважати відомим.

**Рішення.** Активність  $A$  ізотопу характеризує швидкість радіоактивного розпаду і визначається відношенням числа  $dN$  ядер, що розпалися за інтервал часу  $dt$ , до цього інтервалу:

$$A = -dN / dt. \quad (1)$$

Знак "-" показує, що число  $N$  радіоактивних ядер з часом убиває.

Для того щоб знайти  $dN / dt$ , скористаємося законом радіоактивного розпаду:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (2)$$

де  $N$  – число радіоактивних ядер, що містяться в ізотопі, у момент часу  $t$ ;  $N_0$  – число радіоактивних ядер у момент часу, прийнятий за початковий ( $t=0$ );  $\lambda$  – постійна радіоактивного розпаду.

Продиференціював вираз (2) за часом:

$$dN / dt = -\lambda N_0 e^{-\lambda t}. \quad (3)$$

Виключивши з формул (1) і (3)  $dN / dt$ , знаходимо активність препарату в момент часу  $t$ :

$$A = \lambda N_0 e^{-\lambda t} \quad (4)$$

Початкову активність  $A_0$  препарату одержимо при  $t=0$

$$A_0 = \lambda N_0 \quad (5)$$



Постійна радіоактивного розпаду  $A$ , зв'язана з періодом напіврозпаду  $T_{1/2}$  співвідношенням

$$\lambda = (\ln 2) / T_{1/2}. \quad (6)$$

Число  $N_0$  радіоактивних ядер, що містяться в ізотопі, дорівнює добутку постійної Авогадро  $N_A$  на кількість речовини  $\nu$  даного ізотопу:

$$N_0 = \nu N_A = \frac{m}{M} N_A, \quad (7)$$

де  $m$  – маса ізотопу;  $M$  – молярна маса.

З урахуванням виразу (6) і (7) формули (5) і (4) приймають вигляд

$$A_0 = \frac{m \ln 2}{M T_{1/2}} N_A, \quad (8)$$

$$A = \frac{m \ln 2}{M T_{1/2}} N_A e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t} \quad (9)$$

Зробимо обчислення, враховуючи, що  $T_{1/2} = 10 \text{ хв} = 600 \text{ с}$  (див. табл. 3 додатка),  $\ln 2 = 0,693$ ,  $t = 6 \text{ год} = 6 \cdot 3,6 \cdot 10^3 \text{ с} = 2,16 \cdot 10^4 \text{ с}$ :

$$A = \frac{0,2 \cdot 10^{-9}}{27 \cdot 10^{-3}} \frac{0,693}{600} 6,02 \cdot 10^{23} \text{ Бк} = 5,13 \cdot 10^{12} \text{ Бк} = 5,13 \text{ ТБк}.$$

$$A = \frac{0,2 \cdot 10^{-9}}{27 \cdot 10^{-3}} \frac{0,693}{600} 6,02 \cdot 10^{23} e^{-\frac{0,693}{600} 2,16 \cdot 10^4} \text{ Бк} = 81,3 \text{ Бк}.$$

**Приклад 8.** Використовуючи квантову теорію теплоємності Ейнштейна, обчислити питому теплоємність  $c$  при постійному об'ємі і алюмінію при температурі  $T = 200 \text{ К}$ . Характеристичну температуру  $\Theta_E$  Ейнштейна прийняти для алюмінію рівною  $300 \text{ К}$ .

**Рішення.** Питома теплоємність  $c$  речовини може бути виражена через молярну теплоємність  $C_m$  співвідношенням

$$c = C_m / M, \quad (1)$$

де  $M$  – молярна маса.

Молярна теплоємність при постійному об'ємі по теорії Ейнштейна виражається формулою

$$C_m = 3R \left( \frac{\Theta_E}{T} \right)^2 \frac{e^{\Theta_E/T}}{(e^{\Theta_E/T} - 1)^2}. \quad (2)$$

Підставивши в (1) вираз теплоємності  $C_m$  по формулі (2), отримаємо

$$c = \frac{3R}{M} \left( \frac{\Theta_E}{T} \right)^2 \frac{e^{\Theta_E/T}}{(e^{\Theta_E/T} - 1)^2}. \quad (3)$$

Зробимо обчислення:

$$c = \frac{3 \cdot 8,31}{27 \cdot 10^{-3}} \left( \frac{300}{200} \right)^2 \left( \frac{e^{300/200}}{(e^{300/200} - 1)^2} \right) \text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) = 770 \text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

**Приклад 9.** Визначити теплоту  $\Delta Q$ , необхідну для нагрівання кристала NaCl масою  $m=20\text{г}$  від температури  $T_1=2\text{К}$  до температури  $T_2=4\text{К}$ . Характеристичну температуру Дебая  $\Theta_D$  для NaCl прийняти рівною  $320\text{ К}$  і умову  $T \ll \Theta_D$  вважати виконаною.

**Рішення.** Теплота  $\Delta Q$ , що підводиться для нагрівання тіла від температури  $T_1$  до  $T_2$ , може бути обчислена по формулі

$$\Delta Q = \int_{T_1}^{T_2} C_T dT, \quad (1)$$

де  $C_T$  – теплоємність тіла.

Теплоємність тіла зв'язана з молярною теплоємністю співвідношенням

$$C_T = m C_m / M. \quad (2)$$

де  $m$  – маса тіла;  $M$  – молярна маса.

Підставивши вираз  $C_T$  в формулу (1), одержимо

$$\Delta Q = \frac{m}{M} \int_{T_1}^{T_2} C_m dT. \quad (3)$$

У загальному випадку теплоємність  $C_T$  є складна функція температури, тому виносити її за знак інтеграла не можна. Однак якщо виконана умова  $T \ll \Theta_D$ , то знаходження  $\Delta Q$  полегшується тим, що можна скористатися граничним законом Дебая, у відповідності з яким теплоємність пропорційна кубу термодинамічної температури:

$$C_m = \frac{12\pi^4}{5} R \left( \frac{T}{\Theta_D} \right)^3. \quad (4)$$

Підставляючи молярну теплоємність (4) у формулу (3), одержимо

$$\Delta Q = \frac{12\pi^4}{5} \frac{m}{M} \frac{R}{\Theta_D^3} \int_{T_1}^{T_2} T^3 dT$$

Виконаємо інтегрування:

$$\Delta Q = \frac{12\pi^4}{5} \frac{m}{M} \frac{R}{\Theta_D^3} \left( \frac{T_2^4}{4} - \frac{T_1^4}{4} \right).$$

Переписавши отриману формулу у вигляді

$$\Delta Q = \frac{3\pi^4}{5} \frac{m}{M} \frac{R}{\Theta_D^3} (T_2^4 - T_1^4),$$

виконаємо обчислення:

$$\Delta Q = \frac{3 \cdot (3,14)^4}{5} \frac{2 \cdot 10^{-2}}{58,5 \cdot 10^{-3}} \frac{8,31}{(320)^2} (4^4 - 2^4) \text{ Дж} = 1,2210^{-3} \text{ Дж} = 1,22 \text{ мДж}$$

**Приклад 10.** Визначити максимальну енергію  $\varepsilon_F$  (енергію Фермі), яку можуть мати вільні електрони в металі (мідь) при температурі  $T=0$  К. Прийняти, що на кожний атом міді приходить по одному валентному електрону.

**Рішення.** Максимальна енергія  $\varepsilon_F$ , яку можуть мати електрони в металі при  $T=0$  К, зв'язана з концентрацією вільних електронів співвідношенням

$$\varepsilon_F = \hbar^2 (3\pi^2 n)^{2/3} / (2m). \quad (1)$$

де  $\hbar$  – постійна Планка;  $m$  – маса електрона.

Концентрація вільних електронів за умовою задачі дорівнює концентрації атомів, яка може бути знайдена по формулі

$$n = \rho N_A / M, \quad (2)$$

де  $\rho$  – густина міді;  $N_A$  – постійна Авогадро;  $M$  – молярна маса.

Підставляючи вираз  $n$  у формулу (1), одержуємо

$$\varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left( 3\pi^2 \rho \frac{N_A}{M} \right)^{2/3}.$$

Зробимо обчислення:

$$\varepsilon_F = \frac{(1,05 \cdot 10^{-34})^2}{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}} \left[ 3 \cdot (3,14)^2 \cdot 8,9 \cdot 10^3 \frac{6,02 \cdot 10^{-23}}{64 \cdot 10^{-3}} \right] \text{ Дж} = 1,18 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} = 7,4 \text{ eV}.$$

**Приклад 11.** Кремнієвий зразок нагрівають від температури  $t_1=0^\circ$  С до температури  $t_2=10^\circ$ С. У скільки разів зростає його питома провідність?

**Рішення.** Питома провідність у власних напівпровідників зв'язана з температурою  $T$  співвідношенням

$$\gamma = \gamma_0 e^{-\Delta E / (2kT)},$$

де  $\gamma_0$  – константа;  $\Delta E$  – ширина забороненої зони.

Отже,

$$\frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \frac{e^{-\Delta E / (2kT_1)}}{e^{-\Delta E / (2kT_2)}} = \exp \left[ \frac{\Delta E}{2k} \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) \right].$$

Якщо для кремнію  $\Delta E = 1,1 \text{ eV}$ , зробимо обчислення:

$$\frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \exp \frac{1,76 \cdot 10^{-19}}{2(1,38 \cdot 10^{-23})} \left( \frac{1}{273} - \frac{1}{283} \right) = 2,28.$$

### 4.3. Задачі для самостійного рішення

1. Визначити енергію  $\varepsilon$  фотона, що випускається при переході електрона в атомі водню з третього енергетичного рівня на основний. [12,1eВ]
2. Визначити перший потенціал збудження  $\varphi_1$  атома водню. [10,2В]
3. Обчислити довжину хвилі де Бройля, для електрона, що пройшов присокрюючу різницю потенціалів  $U=22,5\text{В}$ . [0,258нм]
4. Обчислити довжину хвилі де Бройля  $\lambda$  для протона, що рухається зі швидкістю  $v=0,6c$  ( $c$ —швидкість світла у вакуумі). [1,76фм]
5. Визначити за допомогою співвідношення невизначеностей мінімальну кінетичну енергію  $T_{\min}$  електрона, що рухається у середині сферичної області діаметром  $d=0,1\text{нм}$ . [15eВ]
6. Визначити відносну невизначеність  $\Delta p/p$  імпульсу частинки, що рухається, якщо допустити, що невизначеність її координати дорівнює довжині хвилі де Бройля. [0,16]
7. Електрон знаходиться в прямокутному потенційному ящику з непроникними стінками. Ширина ящика  $l=0,2\text{нм}$ , енергія електрона в ящику  $E=37,8\text{eВ}$ . Визначити номер  $n$  енергетичного рівня і модуль хвильового вектора  $k$ . [2;3,14 $\cdot 10^{10}\text{м}^{-1}$ ]
8. Частка в потенційному ящику знаходиться в основному стані. Яка імовірність виявлення частинки: у середній третині ящика? У крайній третині ящика? [0,609;0,195]
9. Обчислити енергію зв'язку  $E_{\text{зв}}$  ядра дейтерію  ${}^2_1\text{H}$ ? Тритію  ${}^3_1\text{H}$ . [2,22MeВ;8,47MeВ]
10. Обчислити енергетичний ефект  $Q$  реакції  ${}^9_4\text{Be}+{}^4_2\text{He}\rightarrow{}^{12}_6\text{C}+{}^1_0\text{n}$ . [5,71MeВ]
11. Теж, для реакції  ${}^6_3\text{Li}+{}^1_1\text{H}\rightarrow{}^3_2\text{He}+{}^4_2\text{He}$ . [4,03MeВ]
12. Визначити число  $N$  атомів радіоактивного препарату йоду  ${}^{131}_{53}\text{I}$  масою  $m=0,5$  мкг, що розпалися протягом часу: 1)  $t_1=1$  хв; 2)  $t_2=7$  діб. [1,38 $\cdot 10^{11}$ ; 1,04 $\cdot 10^{15}$ ]
13. Визначити активність  $A$  радіоактивного препарату  ${}^{98}_{38}\text{S}$  з масою  $m=0,1$ мкг. [543кБк]
14. Визначити частоту  $\nu$  коливань атомів срібла по теорії теплоємності Ейнштейна, якщо характеристична температура срібла  $\Theta_E=165\text{К}$ . [3,44 $\cdot 10^{12}\text{Гц}$ ]
15. Визначити середню енергію  $\langle\varepsilon\rangle$  лінійного, одномірного квантового осцилятора при температурі  $T=\Theta_E=200\text{К}$ . [1,61 $\cdot 10^{-21}\text{Дж}$ ]

16. Визначити теплоту  $Q$ , необхідну для нагрівання кристала міді масою  $m=100$  г від  $T_1=10\text{К}$  до  $T_2=20\text{К}$ . Характеристична температура Дебая для міді  $\Theta_D=320\text{К}$ . Вважати умову  $T_2 \ll \Theta_D$  виконано. [3,48Дж]

17. Виразити середню квадратичну швидкість  $\langle V_{\text{кв}} \rangle$  через максимальну швидкість  $V_{\text{max}}$  електронів у металі при температурі 0 К. [ $\sqrt{3/5}V_{\text{max}}$ ]

18. Метал знаходиться при температурі 0 К. Визначити відносне число електронів, енергії яких відрізняються від енергії Ферми не більше ніж на 2%. [0,03]

#### 4.4 Контрольна робота №4.

Варіанти	Номери задач							
	510	530	550	570	610	630	650	670
0	510	530	550	570	610	630	650	670
1	501	521	541	561	601	621	641	661
2	502	522	542	562	602	622	642	662
3	503	523	543	563	603	623	643	663
4	504	524	544	564	604	624	644	664
5	505	525	545	565	605	625	645	665
6	506	526	546	566	606	626	646	666
7	507	527	547	567	607	627	647	667
8	508	528	548	568	608	628	648	668
9	509	529	549	569	609	629	649	669

501. Між скляною пластинкою і плоскою випуклою лінзою знаходиться рідина. Знайти показник заломлення рідини, якщо радіус  $r_3$  третього темного кільця Ньютона при спостереженні у відбитому світлі з довжиною хвилі  $\lambda=0,6\text{мкм}$  дорівнює  $0,82\text{мм}$ . Радіус кривизни лінзи  $R=0,5\text{м}$ .

502. На тонку плівку в напрямку нормалі до її поверхні падає монохроматичне світло з довжиною хвилі  $\lambda=500\text{нм}$ . Відбите від неї світло максимально посилене внаслідок інтерференції. Визначити мінімальну товщину  $d_{\text{min}}$  плівки, якщо показник заломлення матеріалу плівки  $n=1,4$ .

503. Відстань  $L$  від щілин до екрана в досвіді Юнга дорівнює  $1\text{м}$ . Визначити відстань між щілинами, якщо на відрізку довжиною  $l=1\text{см}$  укладається  $N=10$  темних інтерференційних смуг. Довжина хвилі  $\lambda=0,7\text{мкм}$ .

504. На скляну пластину покладена опуклою стороною плоска випукла лінза. Зверху лінза освітлена монохроматичним світлом довжиною хвилі  $\lambda=500\text{нм}$ . Знайти радіус  $R$  лінзи, якщо радіус четвертого, темного кільця Ньютона у відбитому світлі  $r_4=2\text{мм}$ .

505. На тонку гліцеринову плівку товщиною  $d=1,5\text{мкм}$  до її поверхні падає біле світло. Визначити довжини хвиль  $\lambda$  променів видимої ділянки спектра ( $0,4\leq\lambda\leq0,8\text{мкм}$ ), що будуть ослаблені в результаті інтерференції.

506. На скляну пластину нанесений тонкий шар прозорої речовини з показником заломлення  $n=1,3$ . Пластинка освітлена паралельним пучком монохроматичного світла з довжиною хвилі  $\lambda=640\text{нм}$ , падаючим на пластинку нормально. Яку мінімальну товщину  $d_{\min}$  повинний мати шар, щоб відбитий пучок мав найменшу яскравість?

507. На тонкий скляний клин падає паралельний пучок світла з довжиною хвилі  $\lambda=500\text{нм}$ . Відстань між сусідніми темними інтерференційними смугами у відбитому світлі  $b=0,5\text{мм}$ . Визначити кут  $\alpha$  між поверхнями клина. Показник заломлення скла, з якого виготовлений клин,  $n=1,6$ .

508. Плоско випукла скляна лінза з  $f=1\text{м}$  лежить опуклою стороною на скляній пластинці. Радіус п'ятого темного кільця Ньютона у відбитому світлі  $r_5=1,1\text{мм}$ . Визначити довжину світлової хвилі  $\lambda$ .

509. Між двома плоско паралельними пластинами на відстані  $L=10\text{см}$  від границі їхнього зіткнення знаходиться дріт діаметром  $d=0,01\text{мм}$ , який утворює повітряний клин. Пластини висвітлюються нормально падаючим монохроматичним світлом ( $\lambda=0,6\text{мкм}$ ). Визначити ширину  $b$  інтерференційних смуг, що спостерігаються у відбитому світлі.

510. Установка для спостереження кілець Ньютона висвітлюється нормально падаючим монохроматичним світлом ( $\lambda=590\text{нм}$ ). Радіус кривизни  $R$  лінзи дорівнює  $5\text{см}$ . Визначити товщину  $d_3$  повітряного проміжку в тому місці, де у відбитому світлі спостерігається третє світле кільце.

511. Яке найменше число  $N_{\min}$  штрихів повинні містити дифракційні ґрати, щоб у спектрі другого порядку можна було бачити роздільно дві жовті лінії натрію з довжинами хвиль  $\lambda_1=589,0\text{нм}$  і  $\lambda_2=589,6\text{нм}$ ? Яка довжина  $l$  таких ґрат, якщо постійна ґрати  $d=5\text{мкм}$ ?

512. На поверхню дифракційних ґрат нормально до її поверхні падає монохроматичне світло. Постійна дифракційних ґрат в  $n=4,6$  рази більше довжини світлової хвилі. Знайти загальне число  $M$  дифракційних максимумів, що теоретично можна спостерігати в даному випадку.

513. На дифракційні ґрати падає нормально паралельний пучок білого світла. Спектри третього і четвертого порядку частково накладаються один на одного. На яку довжину хвилі в спектрі четвертого порядку накладається границя ( $\lambda=780\text{нм}$ ) спектра третього порядку?

514. На дифракційні ґрати, що містять  $n=600$  штрихів на міліметр, падає нормально біле світло. Спектр проектується поміщеної поблизу ґрат

лінзою на екран. Визначити довжину  $l$  спектра першого порядку на екрані, якщо відстань від лінзи до екрана  $L=1,2\text{м}$ . Границі видимого спектра:  $\lambda_{\text{кр}}=780\text{нм}$ ,  $\lambda_{\text{ф}}=400\text{нм}$ .

515. На грань кристала кам'яної солі падає паралельний пучок рентгенівського випромінювання. Відстань між атомними площинами дорівнює  $280\text{пм}$ . Під кутом  $\alpha=65^\circ$  до атомної площини спостерігається дифракційний максимум першого порядку. Визначити довжину хвилі  $\lambda$  рентгенівського випромінювання.

516. На непрозору пластину з вузькою щілиною падає нормально плоска монохроматична світлова хвиля ( $\lambda=600\text{нм}$ ). Кут відхилення променів, що відповідають другому дифракційному максимуму,  $\varphi=20^\circ$ . Визначити ширину  $a$  щілини.

517. На дифракційні ґрати, що містять  $n=100$  штрихів на  $1\text{мм}$ , нормально падає монохроматичне світло. Труба спектрометра наведена на максимум другого порядку. Щоб навести трубу на інший максимум того ж порядку, її потрібно повернути на кут  $\Delta\varphi=16^\circ$ . Визначити довжину хвилі  $\lambda$  світла, що падає на ґрати.

518. На дифракційні ґрати падає нормально монохроматичне світло ( $\lambda=410\text{нм}$ ). Кут  $\Delta\varphi$  між напрямками на максимумах першого і другого порядків дорівнює  $2^\circ 21'$ . Визначити число  $i$  штрихів на  $1\text{мм}$  дифракційних ґрат.

519. Постійна дифракційних ґрат у  $n=4$  рази більше довжини світлової хвилі монохроматичного світла, що нормально падає на її поверхню. Визначити кут  $\alpha$  між двома першими симетричними дифракційними максимумами.

520. Відстань між штрихами дифракційних ґрат  $d=4\text{мкм}$ . На ґрати падає нормально світло з довжиною хвилі  $\lambda=0,58\text{мкм}$ . Максимум якого найбільшого порядку дають ці ґрати?

\*521. Пластинку кварцу товщиною  $d=2\text{мм}$  помістили між паралельними ніколями, у результаті чого площина поляризації монохроматичного світла повернулася на кут  $\varphi=53^\circ$ . Якої найменшої товщини  $d_{\text{min}}$  варто взяти пластинку, щоб поле зору поляриметра стало зовсім темним?

522. Паралельний пучок світла переходить із гліцерину в скло так, що пучок, відбитий від границі цих середовищ, виявляється максимально поляризованим. Визначити кут  $\gamma$  між падаючим і заломленими пучками.

523. Кварцову пластинку помістили між схрещеними ніколями. При якій найменшій товщині  $d_{\text{min}}$  кварцової пластини поле зору між ніколями

буде максимально прояснено? Постійна обертання  $a$  кварцу дорівнює 27град/мм.

524. При проходженні світла через трубку довжиною  $l=20\text{см}$ , що містить розчин цукру концентрацією  $C_1=10\%$ , площина поляризації світла повернулася на кут  $\varphi_1=13,3^\circ$ . В іншому розчині цукру, налитому в трубку довжиною  $l_2=15\text{см}$ , площина поляризації повернулася на кут  $\varphi_2=5,2^\circ$ . Визначити концентрацію  $C_2$  другого розчину.

525. Пучок світла послідовно проходить через два ніколі, площини пропускання яких утворюють між собою кут  $\varphi=40^\circ$ . Приймаючи, що коефіцієнт поглинання  $k$  кожного ніколя дорівнює 0,15, знайти, у скількох разів пучок світла, що виходить із другого ніколя, ослаблений у порівнянні з пучком, що падає на перший.

526. Кут падіння променя на поверхню скла дорівнює  $60^\circ$ . При цьому відбитий пучок світла виявився максимально поляризованим. Визначити кут  $\varepsilon_2'$  заломлення променя.

527. Кут  $\alpha$  між площинами пропускання поляроїдів дорівнює  $50^\circ$ . Природне світло, проходячи через таку систему, послабляється в  $n=8$  разів. Зневажаючи світлом при відображенні, визначити коефіцієнт поглинання  $k$  світла в поляроїдах.

528. Пучок світла, що йде в скляній судині з гліцерином, відбивається від дна судини. При якому куті  $\varepsilon$  падіння відбитий пучок світла максимально поляризований?

529. Пучок світла переходить з рідини в скло. Кут падіння  $\varepsilon$  пучка дорівнює  $60^\circ$ , кут заломлення  $\varepsilon_2'=50^\circ$ . При якому куті падіння  $\varepsilon_b$  пучок світла, відбитий від границі цих середовищ, буде максимально поляризований?

530. Пучок світла падає на плоско паралельну скляну пластину, нижня поверхня якої знаходиться у воді. При якому куті падіння  $\varepsilon_b$  світло, відбите від границі скло-вода, буде максимально поляризовано?

531. Частка рухається зі швидкістю  $v=c/3$ , де  $c$  швидкість світла у вакуумі. Яку частку енергії спокою складає кінетична енергія частинки?

532. Протон з кінетичною енергією  $E=3\text{ГэВ}$  при гальмуванні втратив третину цієї енергії. Визначити, у скільки раз змінився релятивістський імпульс частинки.

533. При якій швидкості  $\beta$  (у частках швидкості світла) релятивістська маса будь-якої частинки речовини в  $n=3$  рази більше маси спокою?

534. Визначити відношення релятивістського імпульсу  $p$  - електрона з кінетичною енергією  $T=1,53\text{МэВ}$  до комптонівського імпульсу  $m_0c$  електрона.



535. Швидкість електрона  $v=0,8c$  (де  $c$  - швидкість світла у вакуумі). Знаючи енергію спокою електрона в MeV, визначити в тих же одиницях кінетичну енергію  $T$  електрона.

536. Протон має імпульс  $p=469\text{МэВ}/c$ . Яку кінетичну енергію необхідно додатково віддати протону, щоб його релятивістський імпульс збільшився вдвічі?

537. У скільки разів релятивістська маса  $m$  електрону, що володіє кінетичною енергією  $T=1,53\text{МэВ}$ , більше маси спокою  $m_0$ ?

538. Яку швидкість  $v$  (у частках швидкості світла) потрібно повідомити частці, щоб її кінетична енергія дорівнювала подвоєної енергії спокою?

539. Релятивістський електрон мав імпульс  $p_1 = m_0c$ . Визначити кінцевий імпульс цього електрона (в одиницях  $m_0c$ ), якщо його енергія збільшилася в  $n=2$ рази.

540. Релятивістський протон мав кінетичну енергію, рівну енергії спокою. Визначити, у скільки разів зросте його кінетична енергія, якщо його імпульс збільшиться в  $n=2$  рази.

541. Обчислити істинну температуру  $T$  вольфрамової розпеченої стрічки, якщо радіаційний пірометр показує температуру  $T_{\text{рад}}=2,5\text{кК}$ . Прийняти, що поглинальна здатність для вольфраму не залежить від частоти випромінювання і дорівнює  $a_i=0,35$ .

542. Чорне тіло має температуру  $T_1=500\text{К}$ . Яка буде температура  $T_2$  тіла, якщо в результаті нагрівання потік випромінювання збільшиться в  $n=5$  разів?

543. Температура абсолютно чорного тіла  $T=2\text{кК}$ . Визначити довжину хвилі  $\lambda_m$ , на яку приходиться максимум енергії випромінювання, і спектральну густину енергетичної світності (випромінюваності)  $(r_{\lambda,T})_{\text{max}}$  для цієї довжини хвилі.

544. Визначити температуру  $T$  и енергетичну світність (випромінюваності)  $R_e$  абсолютно чорного тіла, якщо максимум енергії випромінювання приходиться на довжину хвилі  $\lambda_m=600\text{нм}$ .

545. З оглядового віконечка печі випромінюється потік  $\Phi_e=4\text{кДж}/\text{хв}$ . Визначити температуру  $T$  печі, якщо площа віконечка  $S=8\text{см}^2$ .

546. Потік випромінювання абсолютно чорного тіла  $\Phi_e=10\text{кВт}$ . Максимум енергії випромінювання приходиться на довжину хвилі  $\lambda_m=0,8\text{мкм}$ . Визначити площу  $S$  випромінюючої поверхні.

547. Як і в скільки разів зміниться потік випромінювання абсолютно чорного тіла, якщо максимум енергії випромінювання переміститься з червоної границі видимого спектра ( $\lambda_{m1}=780\text{нм}$ ) на фіолетову ( $\lambda_{m2}=390\text{нм}$ )?

548. Визначити поглинаючу здатність  $a_T$  сірого тіла, для якого температура, обмірювана радіаційним пірометром,  $T_{\text{рад}}=1,4\text{кК}$ , тоді як істинна температура  $T$  тіла дорівнює  $3,2\text{кК}$ .

549. Муфельна піч, що споживає потужність  $P=1\text{кВт}$ , має отвір площею  $S=100\text{см}^2$ . Визначити частину  $\eta$  потужності, що розсіюється стінками печі, якщо температура її внутрішньої поверхні дорівнює  $1\text{кК}$ .

550. Середня енергетична світність  $R$  поверхні Землі дорівнює  $0,54\text{Дж}/(\text{см}^2 \cdot \text{хв})$ . Яка повинна бути температура  $T$  поверхні Землі, якщо умовно вважати, що вона випромінює як сіре тіло з коефіцієнтом чорності  $a_T=0,25$ ?

551. Червона границя фотоефекта для цинку  $\lambda_0=310\text{нм}$ . Визначити максимальну кінетичну енергію  $T_{\text{max}}$  фотоелектронів в електрон-вольтах, якщо на цинк падає світло з довжиною хвилі  $\lambda=200\text{нм}$ .

552. На поверхню калію падає світло з довжиною хвилі  $\lambda=150\text{нм}$ . Визначити максимальну кінетичну енергію  $T_{\text{max}}$  фотоелектронів.

553. Фотон з енергією  $\varepsilon=10\text{еВ}$  падає на срібляну пластину і викликає фотоефект. Визначити імпульс  $p$ , отриманий пластиною, якщо прийняти, що напрямку руху фотона і фотоелектрона лежать на одній прямій, перпендикулярній поверхні пластин.

554. На фотоелемент із катодом з літію падає світло з довжиною хвилі  $\lambda=200\text{нм}$ . Знайти найменше значення затримуючої різниці потенціалів  $U_{\text{min}}$ , яку потрібно прикласти до фотоелемента, щоб припинити фототек.

555. Яка повинна бути довжина хвилі  $\gamma$ -випромінювання, що падає на платинову пластину, щоб максимальна швидкість фотоелектронів була  $v_{\text{max}}=3\text{Мм/с}$ ?

556. На металеву пластину спрямований пучок ультрафіолетового випромінювання ( $\lambda=0,25\text{мкм}$ ). Фототік припиняється при мінімальній затримуючій різниці потенціалів  $U_{\text{min}}=0,96\text{В}$ . Визначити роботу виходу  $A$  електронів з металу.

557. На поверхню металу падає монохроматичне світло з довжиною хвилі  $\lambda=0,1\text{мкм}$ . Червона границя фотоефекта  $\lambda_0=0,3\text{мкм}$ . Яка частина енергії фотона витрачається на повідомлення електрону кінетичної енергії?

558. На метал падає рентгенівське випромінювання з довжиною хвилі  $\lambda=1\text{нм}$ . Зневажаючи роботою виходу, визначить максимальну швидкість  $v_{\text{max}}$  фотоелектронів.

559. На металеву пластину спрямований монохроматичний пучок світла з частотою  $\nu=7,3 \cdot 10^{14}$  Гц. Червона границя  $\lambda_0$  фотоефекта для даного матеріалу дорівнює  $560\text{нм}$ . Визначити максимальну швидкість  $v_{\text{max}}$  фотоелектронів.

560. На цинкову пластину спрямований монохроматичний пучок світла. Фототік припиняється при затримуючій різниці потенціалів  $U=1,5\text{В}$ . Визначити довжину хвилі  $\lambda$  світла, що падає на пластину.

561. Фотон при ефекті Комптона на вільному електроні був розсіяний на кут  $\alpha = \pi/2$ . Визначити імпульс  $p$  (у  $\text{МеВ/хв}$ ), придбаний електроном, якщо енергія фотона до розсіювання була  $\varepsilon_1 = 1,02 \text{ Мев}$ .

562. Рентгенівське випромінювання ( $\lambda=1\text{нм}$ ) розсіюється електронами, які можна вважати практично вільними. Визначити максимальну довжину хвилі  $\lambda_{max}$  рентгенівського випромінювання в розсіяному пучку.

563. Яка частина енергії фотона приходить при ефекті Комптона на електрон віддачі, якщо розсіювання фотона відбувається на кут  $\varphi=\pi/2$ ? Енергія фотона до розсіювання  $\varepsilon_1=0,51\text{МеВ}$ .

564. Визначити максимальну зміну довжини хвилі  $(\Delta\lambda)_{max}$  при комптонівському розсіюванні світла на вільних електронах і вільних протонах.

565. Фотон з довжиною хвилі  $\lambda_1=15\text{пм}$  розсіявся на вільному електроні. Довжина хвилі розсіяного фотона  $\lambda_2=16\text{пм}$ . Визначити кут  $\varphi$  розсіювання.

566. Фотон з енергією  $\varepsilon_1=0,51\text{МеВ}$  був розсіяний при ефекті Комптона на вільному електроні на кут  $\varphi=180^\circ$ . Визначити кінетичну енергію  $T$  електрона віддачі.

567. У результаті ефекту Комптона фотон з енергією  $\varepsilon_1 = 1,02 \text{ МеВ}$  розсіяний на вільних електронах на кут  $\varphi=150^\circ$ . Визначити енергію  $\varepsilon_2$  розсіяного фотона.

568. Визначити кут  $\varphi$ , на який був розсіяний квант з енергією  $\varepsilon_1=1,53\text{МеВ}$  при ефекті Комптона, якщо кінетична енергія електрона віддачі  $T=0,51\text{МеВ}$ .

569. Фотон з енергією  $\varepsilon_1=0,51\text{МеВ}$  при розсіюванні на вільному електроні втратив половину своєї енергії. Визначити кут розсіювання  $\varphi$ .

570. Визначити імпульс  $p$  електрона віддачі, якщо фотон з енергією  $\varepsilon_1=1,53\text{МеВ}$  у результаті розсіювання на вільному електроні втратив  $1/3$  своєї енергії.

571. Визначити енергетичну освітленість (опромінення)  $E_e$ , дзеркальної поверхні, якщо тиск  $p$ , вироблений випромінюванням, дорівнює  $40\text{мкПа}$ . Випромінювання падає нормально до поверхні.

572. Тиск  $p$  світла з довжиною хвилі  $\lambda=40\text{нм}$ , що падає нормально на чорну поверхню, дорівнює  $2\text{нпа}$ . Визначити число  $N$  фотонів, що падають за час  $t=10\text{с}$  на площу  $S=1\text{мм}^2$  цієї поверхні.

573. Визначити коефіцієнт відображення  $p$  поверхні, якщо при енергетичній освітленості  $E_e=120\text{Вт/м}^2$  тиск  $p$  світла на неї виявилося рівним  $0,5\text{мкПа}$ .

574. Тиск світла, діючого на дзеркальну поверхню,  $P=5\text{мПа}$ . Визначити концентрацію  $n_0$  фотонів поблизу поверхні, якщо довжина хвилі світла, що падає на поверхню,  $\lambda =0,5\text{мкм}$ .

575. На відстані  $r = 5$  м від точкового ( $\lambda = 0,5\text{мкм}$ ) ізотропного джерела розташована площадка ( $S=8\text{мм}^2$ ) перпендикулярно падаючим пучкам. Визначити число  $N$  фотонів, щосекунди падаючих на площадку. Потужність випромінювання  $P = 100\text{Вт}$ .

576. На дзеркальну поверхню під кутом  $\alpha = 60^\circ$  нормалі падає пучок монохроматичного світла ( $\lambda=590\text{нм}$ ). Густина потоку енергії світлового пучка  $\varphi= 1\text{вт/м}^2$ . Визначити тиск  $p$ , діючий світлом на дзеркальну поверхню.

577. Світло падає нормально на дзеркальну поверхню, що знаходиться на відстані  $r = 10$  см від точкового ізотропного випромінювача. При якій потужності  $P$  випромінювача тиск  $p$  на дзеркальну поверхню буде рівним  $1\text{мПа}$ ?

578. Світло з довжиною хвилі  $\lambda =600\text{нм}$  нормально падає на дзеркальну поверхню і створює на неї тиск  $p = 4\text{мкПа}$ . Визначити число  $N$  фотонів, що падають за час  $t=10\text{с}$  на площу  $S=1\text{мм}^2$  цієї поверхні.

579. На дзеркальну поверхню площею  $S =6\text{см}^2$  падає нормально потік випромінювання  $\Phi_e=0,8\text{Вт}$ . Визначити тиск  $p$  і силу тиску  $F$  світла на цю поверхню.

580. Точкове джерело монохроматичного ( $\lambda=1\text{нм}$ ) випромінювання знаходиться в центрі сферичної зачерненої колби радіусом  $R = 10$  см. Визначити світловий тиск  $p$ , на внутрішню поверхню колби, якщо потужність джерела  $P = 1$  кВт.

601. Незбуджений атом водню поглинає квант випромінювання з довжиною хвилі  $\lambda=102,6\text{нм}$ . Обчислити, користуючись теорією Бора, радіус  $r$  електронної орбіти збудженого атома водню.

602. Обчислити по теорії Бора радіус  $r_2$  другої стаціонарної орбіти і швидкість  $v$  електрону на цій орбіті для атома водню.

603. Обчислити по теорії Бора період  $T$  обертання електрона в атомі водню, що знаходиться в збудженому стані, обумовленому головним квантовим числом  $n=2$ .

604. Визначити зміну енергії  $\Delta E$  електрона в атомі водню при випромінюванні атомом фотона з частотою  $\gamma =6,28 \cdot 10^{14}\text{Гц}$ .

605. У скільки разів зміниться період  $T$  обертання електрона в атомі водню, якщо при переході в незбуджений стан атом випромінює фотон з довжиною хвилі  $\lambda =97,5\text{нм}$ ?

606. На скільки змінилася кінетична енергія електрона в атомі водню при випромінюванні атомом фотона з довжиною хвилі  $\lambda = 435 \text{ нм}$ ?

607. У яких межах  $\Delta\lambda$ , повинна лежати довжина хвиль монохроматичного світла, щоб при збудженні атомів водню квантами цього світла радіус  $r_n$  орбіти електрона збільшився у 16 разів?

608. В однозарядному іоні літію електрон перейшов з четвертого енергетичного рівня на другий. Визначити довжину хвилі  $\lambda$ , випромінювання, випроміненого іоном літію.

609. Електрон в атомі водню знаходиться на третьому енергетичному рівні. Визначити кінетичну  $T$ , потенційну  $\Pi$  і повну  $E$  енергію електрона. Відповідь виразити в електрон-вольтах.

610. Фотон вибиває з атома водню, що знаходиться в основному стані, електрон з кінетичною енергією  $T = 10 \text{ еВ}$ . Визначити енергію  $\varepsilon$  фотона.

611. Визначити найбільш імовірну дебройлевську довжину хвилі молекул азоту, які містяться в повітрі при кімнатній температурі.

612. Визначити енергію  $\Delta T$ , яку необхідно додатково надати електрону, щоб його дебройлевська довжина хвилі зменшилася від  $\lambda_1 = 0,2 \text{ мм}$  до  $\lambda_2 = 0,1 \text{ нм}$ .

613. На скільки стосовно кімнатної повинна змінитися температура ідеального газу, щоб дебройлевська довжина хвилі  $\lambda$  його молекул зменшилася на 20%?

614. Паралельний пучок моно-енергетичних електронів падає нормально на діафрагму у вигляді вузької прямокутної щілини, ширина якої  $a = 0,06 \text{ мм}$ . Визначити швидкість цих електронів, якщо відомо, що на екрані, що знаходиться на відстані  $l = 40 \text{ мм}$  від щілини, ширина центрального дифракційного максимуму  $b = 10 \text{ мкм}$ .

615. При яких значеннях кінетичної енергії електрона помилка у визначенні дебройлевської довжини хвилі  $\lambda$  за нерелятивістською формулою не перевищує 10%?

616. З катодної трубки на діафрагму з вузької прямокутної щілини нормально до площини діафрагми спрямований потік моно-енергетичних електронів. Визначити анодну напругу трубки, якщо відомо, що на екрані, що відстоїть від щілини на відстані  $l = 0,5 \text{ м}$ , ширина центрального дифракційного максимуму  $b = 10,0 \text{ мкм}$ . Ширину щілини прийняти рівною  $0,10 \text{ мм}$ .

617. Протон має кінетичну енергію  $T = 1 \text{ кеВ}$ . Визначити додаткову енергію  $\Delta T$  яку необхідно йому повідомити для того, щоб довжина хвилі  $\lambda$  де Бройля зменшилася в три рази.

618. Визначити довжини хвиль де Бройля  $\alpha$  частинки і протона, що пройшли однакову прискорюючу різницю потенціалів  $U = 1 \text{ кВ}$ .

619. Електрон має кінетичну енергію  $T=1,02\text{MeV}$ . У скільки разів зміниться довжина хвилі де Бройля, якщо кінетична енергія  $T$  електрона зменшиться вдвічі?

620. Кінетична енергія  $T$  електрона дорівнює подвоєному значенню його енергії спокою ( $2m_0c^2$ ). Визначити довжину хвилі  $\lambda$  де Бройля для такого електрона.

621. Визначити за допомогою співвідношення невизначеностей мінімальну кінетичну енергію електрона, що рухається у середині сфери радіусом  $R=0,05\text{nm}$ .

622. Використовуючи співвідношення невизначеностей, визначити найменші похибки  $\Delta v$  у визначенні швидкості електрона і протона, якщо координати центра мас  $x$  часток можуть бути встановлені з невизначеністю  $1\text{mkm}$ .

623. Яка повинна бути кінетична енергія  $T$  протона в моноенергетичному пучку, використовуюваного для дослідження структури з лінійними розмірами  $l \approx 10^{-13}\text{cm}$ ?

624. Використовуючи співвідношення невизначеностей, визначити ширину  $l$  одномірного потенційного ящика, в якому мінімальна енергія електрона  $E_{\min} = 10\text{eV}$ .

625. Альфа-частинка знаходиться в нескінченно глибокому, одномірному, прямокутному потенційному ящику. Використовуючи співвідношення невизначеностей, визначити ширину  $l$  ящику, якщо відомо, що мінімальна енергія  $\alpha$  частинки  $E_{\min} = 8\text{MeV}$ .

626. Середній час життя атома в збудженому стані складає  $\Delta t \approx 10^{-8}\text{s}$ . При переході атома в нормальний стан випромінюється фотон, середня довжина хвилі  $\langle \lambda \rangle$  якого дорівнює  $600\text{nm}$ . Визначити ширину  $\Delta \lambda$ , випромінюваної спектральної лінії, якщо не відбувається її розширення за рахунок інших процесів.

627. Для приблизного визначення мінімальної енергії електрона в атомі водню можна припустити, що невизначеність  $\Delta r$  радіуса  $r$  електронної орбіти і невизначеність  $\Delta p$  імпульсу  $p$  електрона на такій орбіті відповідно зв'язані таким чином:  $\Delta r \approx r$ ,  $\Delta p \approx p$ . Використовуючи ці зв'язки, а також співвідношення невизначеностей, знайти значення радіуса електронної орбіти, що відповідає мінімальній енергії електрона в атомі водню.

628. Моно-енергетичний пучок електронів випромінює у центрі екрана електронно-променевої трубки пляму радіусом  $r=10^{-3}\text{cm}$ . Користаючись співвідношенням невизначеностей, знайти, у скільки разів невизначеність  $\Delta x$  координати електрона на екрані в напрямку, перпендикулярному вісі трубки,

менше розміру  $r$  плями. Довжину  $L$  електронно-променевої трубки прийняти рівною  $0,50\text{м}$ , а напруга, що прискорює електрон,  $U$  – рівна  $20\text{кВ}$ .

629. Середній час життя  $\Delta t$  атома в збудженому стані складає близько  $10^{-8}\text{с}$ . При переході атома в нормальний стан випускається фотон, середня довжина хвилі  $\langle \lambda \rangle$  якого дорівнює  $400\text{нм}$ . Визначити відносну ширину  $\Delta \lambda$ , випромінюваної спектральної лінії, якщо не відбувається розширення лінії за рахунок інших процесів.

630. Для приблизного визначення мінімальної енергії електрона в атомі водню можна припустити, що невизначеність  $\Delta r$  радіуса  $r$  електронної орбіти і невизначеність  $\Delta p$  імпульсу  $p$  електрона на такій орбіті відповідно зв'язані в такий спосіб:  $\Delta r \approx r$ ,  $\Delta p \approx p$ . Використовуючи ці зв'язки, а також співвідношення невизначеностей, визначити мінімальне значення енергії  $T_{min}$  електрона в атомі водню.

631. Часинтка знаходиться в нескінченно глибокій, одномірній, прямокутній потенційній ямі. Знайти відношення різниці  $\Delta E_{n,n+1}$  сусідніх енергетичних рівнів до енергії  $E_n$  частинки в трьох випадках: 1)  $n = 2$ ; 2)  $n = 5$ ; 3)  $n \rightarrow \infty$ .

632. Електрон знаходиться в нескінченно глибокій, одномірній, прямокутній потенційній ямі шириною  $l=0,1\text{нм}$ . Визначити у електрон-вольтах найменшу різницю енергетичних рівнів електрона.

633. Частинка у нескінченно глибокому, одномірному, прямокутному потенційному ящику шириною  $l$  знаходиться в збудженому стані ( $n=3$ ). Визначити, у яких точках інтервалу  $0 < x < l$  густина імовірності перебування частинки має максимальне і мінімальне значення.

634. У прямокутній потенційній ямі шириною  $l$  з абсолютно непроникними стінками ( $0 < x < l$ ) знаходиться частинка в основному стані. Знайти імовірність місцезнаходження цієї частинки в області  $\frac{1}{4}l < x < \frac{3}{4}l$ .

635. Частинка в нескінченно глибокому, одномірному, прямокутному потенційному ящику знаходиться в основному стані. Яка імовірність виявлення частинки в крайній чверті ящика?

636. Хвильова функція, що описує рух електрона в основному стані атома водню, має вигляд

$$\psi(r) = Ae^{-r/a_0},$$

де  $A$  – деяка постійна;  $a_0$  - перший борівський радіус. Знайти для основного стану атома водню найбільш ймовірну відстань електрона від ядра.

637. Частинка знаходиться в основному стані в прямокутній ямі шириною  $l$  з абсолютно непроникними стінками. У скільки разів

відрізняються імовірність місцеперебування частинки:  $\omega_1$  - у крайній третині;  $\omega_2$  - у крайній чверті ями?

638. Хвильова функція, що описує рух електрона в основному стані атома водню, має вигляд

$$\psi(r) = Ae^{-r/a_0}$$

де  $A$  – деяка постійна;  $a_0$  - перший борівський радіус. Знайти для основного стану атома водню середнє значення  $\langle F \rangle$  кулонівської сили.

639. Електрон знаходиться в нескінченно глибокому, одномірному, прямокутному потенційному ящику шириною  $l$ . У яких точках в інтервалі  $0 < x < l$  щільності імовірності перебування електрона на другому і третьому енергетичних рівнях однакові? Визначити густина імовірності для цих точок. Рішення пояснити графіком.

640. Хвильова функція, що описує рух електрона в основному стані атома водню, має вигляд

$$\psi(r) = Ae^{-r/a_0}$$

де  $A$  – деяка постійна;  $a_0$  - перший борівський радіус. Знайти для основного стану атома водню середнє значення  $\langle \Pi \rangle$  потенційної енергії.

641. Знайти період напіврозпаду  $T_{1/2}$  радіоактивного ізотопу, якщо його активність за час  $t=10$  діб зменшилася на 24% у порівнянні з початковою.

642. Визначити, яка частина радіоактивного ізотопу  ${}_{89}^{225}\text{Ac}$  розпадається протягом часу  $t=6$  діб.

643. Активність  $A$  деякого ізотопу за час  $t=10$  діб зменшилася на 20%. Визначити період напіврозпаду  $T_{1/2}$  цього ізотопу.

644. Визначити масу  $m$  ізотопу  ${}_{53}^{131}\text{I}$ , що має активність  $A=37\text{ГБк}$ .

645. Знайти середню тривалість життя  $\tau$  атому радіоактивного ізотопу кобальту  ${}_{27}^{60}\text{Co}$  ?.

646. Лічильник  $\alpha$ -частинок, встановлений поблизу радіоактивного ізотопу, при першому вимірі реєстрував  $N_1=1400$  частинок у хвилину, а через час  $t=4$  год тільки  $N_2=400$ . Визначити період напіврозпаду  $T_{1/2}$  ізотопу.

647. В скільки разів зменшиться активність ізотопу  ${}_{15}^{32}\text{P}$  через час  $t=20$  діб?

648. На скільки відсотків зменшиться активність ізотопу іридію  ${}_{77}^{192}\text{Ir}$  за час  $t=15$  діб?



649. Визначити число  $N$  ядер, що розпадаються протягом часу: 1)  $t_1=1$ хв; 2)  $t_2=5$  діб у радіоактивному ізоотпі фосфору  $^{32}_{15}P$  масою  $m=1$ мг.

650. З кожного мільйона атомів радіоактивного ізоотпу що секунди розпадається 200 атомів. Визначити період напіврозпаду  $T_{1/2}$  ізоотпу.

651. Визначити кількість теплоти  $Q$ , що виділяється при розпаді радону активністю  $A=3,7 \cdot 10^{10}$  Бк за час  $t=20$ хв. Кінетична енергія  $T$   $\alpha$ -частинки, що вилітає з радону, дорівнює 5,5МеВ.

652. Маса  $m=1$ г урану  $^{238}_{92}U$  в рівновазі з продуктами його розпаду виділяє потужність  $P=1,07 \cdot 10^{-7}$  Вт. Знайти молярну теплоту  $Q_m$ , виділювану ураном за середній час життя  $\tau$  атомів урану.

653. Визначити енергію, необхідну для поділу ядра  $^{20}Ne$  на дві  $\alpha$  частинки і ядро  $^{12}C$ . Енергії

зв'язку на один нуклон у ядрах  $^{20}Ne$  і  $^{12}C$  рівні відповідно 8,03; 7,07 і 7,68МеВ.

654. В одному акті розподілу ядра урану  $^{235}U$  звільняється енергія 200МеВ. Визначити: 1) енергію, що виділяється при розпаді всіх ядер цього ізоотпу урану масою  $m=1$ кг; 2) масу кам'яного вугілля з питомою теплотою згорання  $q=29,3$ МДж/кг, що відповідає тепловому відношенню 1 кг урану  $^{235}U$ .

655. Потужність  $P$  двигуна атомного судна складає 15МВт, його ККД дорівнює 30%. Визначити місячну витрату ядерного пального при роботі цього двигуна.

656. Вважаючи, що в одному акті розподілу ядра урану  $^{235}U$  звільняється енергія 200МеВ, визначити масу  $m$  цього ізоотпу, що підлягає розподілу при вибуху атомної бомби з тротиліовим еквівалентом  $30 \cdot 10^6$ кг, якщо тепловий еквівалент тротилу  $q$  дорівнює 4,19МДж/кг.

657. При розподілі ядра урану  $^{235}U$  під дією уповільненого нейтрона утворилися уламки з масовими числами  $M_1=90$  і  $M_2=143$ . Визначити число нейтронів, що вилетіли з ядра в даному акті розподілу. Визначити енергію і швидкість кожного з осколків, якщо вони розлітаються в протилежні сторони і їх сумарна кінетична енергія  $T$  дорівнює 160МеВ.

658. Ядерна реакція  $^{14}N(\alpha, p)^{17}O$  викликана  $\alpha$ -частинкою, що володіла кінетичною енергією  $T_\alpha=4,2$ МеВ. Визначити тепловий ефект цієї реакції, якщо протон що вилетів під кутом  $\vartheta=60^\circ$  до напрямку руху  $\alpha$ -частинки, одержав кінетичну енергію  $T=2$ МеВ.

659. Визначити теплові ефекти наступних реакцій:  $^7Li(p, n)^7Be$  і  $^{16}O(d, \alpha)^{14}N$

660. Визначити швидкості продуктів реакції  $^{10}\text{B}(n,\alpha)^7\text{Li}$ , що протікає в результаті взаємодій теплових нейтронів із ядрами бора, які знаходяться в спокої.

661. Визначити теплоту  $Q$ , необхідну для нагрівання кристала калію масою  $m=200$  г від температури  $T_1=4\text{K}$  до температури  $T_2=5\text{K}$ . Прийняти характеристичну температуру Дебая для калію  $\Theta_D=100\text{K}$  і вважати умову  $T \ll \Theta_D$  виконаною.

662. Обчислити характеристичну температуру Дебая для заліза, якщо при температурі  $T=20\text{K}$  молярна теплоємність заліза  $C_m=0,226\text{Дж/К}\cdot\text{моль}$ . Умову  $T \ll \Theta_D$  вважати виконаною.

663. Система, що складається з  $N=10^{20}$  тривимірних квантових осциляторів, знаходиться при температурі  $T=\Theta_E$  ( $\Theta_E=250\text{K}$ ). Визначити енергію  $E$  системи.

664. Мідний зразок масою  $m=100$  г знаходиться при температурі  $T_1=10\text{K}$ . Визначити теплоту  $Q$ , необхідну для нагрівання зразка до температури  $T_2=20\text{K}$ . Можна прийняти характеристичну температуру  $\Theta_D$  для міді рівну  $300\text{K}$ , а умову  $T \ll \Theta_D$  вважати виконаною.

665. Використовуючи квантову теорію теплоємності Ейнштейна, визначити коефіцієнт пружності  $\beta$  зв'язку атомів у кристалі алюмінію. Прийняти для алюмінію  $\Theta_E=300\text{K}$ .

666. Знайти відношення середньої енергії  $\langle \varepsilon_{кв} \rangle$  лінійного одномірного осцилятора, визначеної по квантовій теорії, до енергії  $\langle \varepsilon_{кл} \rangle$  такого ж осцилятора, визначеній по класичній теорії. Обчислення зробити для двох температур: 1)  $T=0,1\Theta_E$ ; 2)  $T=\Theta_E$ , де  $\Theta_E$  - характеристична температура Ейнштейна.

667. Знаючи, що для алмаза  $\Theta_D=2000\text{K}$ , визначити його питому теплоємність при температурі  $T=30\text{K}$ .

668. Молярна теплоємність  $C_m$  срібла при температурі  $T=20\text{K}$  виявилася рівною  $1,65\text{Дж}/(\text{моль}\cdot\text{K})$ . Визначити за значенням теплоємності характеристичну температуру  $\Theta_D$ . Умову  $T \ll \Theta_D$  вважати виконаною.

669. Визначити (по Дебаю) питому теплоємність хлористого натрію при температурі  $T=\Theta_D/20$ . Умову  $T \ll \Theta_D$  вважати виконаною.

670. Визначити по теорії Дебая теплоємність цинку масою  $m=100\text{г}$  при температурі  $T=10\text{K}$ . Прийняти для цинку характеристичну температуру Дебая  $\Theta_D=300\text{K}$  і вважати умову  $T \ll \Theta_D$  виконаною.

671. Визначити частину вільних електронів у металі при температурі  $T=0\text{К}$ , енергії  $\varepsilon$  яких знаходиться в інтервалі значень від  $\frac{1}{2}\varepsilon_{\max}$  до  $\varepsilon_{\max}$ .

672. Германієвий кристал, ширина  $\Delta E$  забороненої зони в якому дорівнює  $0,72\text{eV}$ , нагрівають від температури  $t_1=0^\circ\text{C}$  до температури  $t_2=15^\circ\text{C}$ . В скільки разів зросте його питомі провідність?

673. При нагріванні кремнієвого кристала від температури  $t_1=0^\circ\text{C}$  до температури  $t_2=10^\circ\text{C}$  його питомі провідність зростає в  $2,28$  рази. По приведеним даним визначити ширину  $\Delta E$  забороненої зони кристала кремнію.

674.  $p-n$  перехід знаходиться під зворотною напругою  $U=0,1\text{В}$ . Його опір  $R_1=692\text{Ом}$ . Який опір  $R_2$  переходу при прямій напрузі?

675. Метали літій і цинк приводять у дотик один з одним при температурі  $T=0\text{К}$ . На скільки зміниться концентрація електронів провідності цинку? Який з цих металів буде мати більш високий потенціал?

676. Опір  $R_1$   $p-n$  переходу, що знаходиться під прямою напругою  $U=1\text{В}$ , дорівнює  $10\text{ Ом}$ . Визначити опір  $R_2$  переходу при зворотній напрузі.

677. Знайти мінімальну енергію  $W_{\min}$ , необхідну для утворення пари електрон-дірка в кристалі  $\text{CaAs}$ , якщо його питомі провідність  $\gamma$  змінюється у  $10$  разів при зміні температури від  $20$  до  $3^\circ\text{C}$ .

678. Опір  $R_1$  кристала  $\text{PbS}$  при температурі  $t_1=20^\circ\text{C}$  дорівнює  $10^4\text{ Ом}$ . Визначити його опір  $R_2$  при температурі  $t_2=80^\circ\text{C}$ .

679. Яке значення енергії Ферми  $\varepsilon_F$  в електроні провідності двовалентної міді? Визначити енергію Ферми в джоулях і електрон-вольтах.

680. Пряма напруга  $U$ , прикладена до  $p-n$  переходу дорівнює  $2\text{В}$ . У скільки разів зросте сила струму через перехід, якщо змінити температуру від  $T_1=300$  до  $T_2=273\text{К}$ ?

## ДОДАТКИ

### 1 . Основні фізичні постійні (округлені значення)

Фізична постійна	Позначення	Значення
Нормальне прискорення вільного падіння	g	9,81 м/с <sup>2</sup>
Гравітаційна постійна	G	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг с}^2)$
Постійна Авогадро	N <sub>A</sub>	6,02 10 <sup>23</sup> моль <sup>-1</sup>
Молярна газова стала	R	8,31 Дж/(моль К)
Стандартний об'єм	V <sub>m</sub>	22,4 10 <sup>-3</sup> м <sup>3</sup> /моль
Постійна Больцмана	k	1,38 10 <sup>-23</sup> Дж/К
Елементарний заряд	e	1,60 10 <sup>-19</sup> Кл
Швидкість світла у вакуумі	c	3,00 10 <sup>8</sup> м/с
Постійна Стефана – Больцмана	σ	5,67 10 <sup>-8</sup> Вт/(м <sup>2</sup> К <sup>4</sup> )
Постійна закону зсуву Віна	b	2,90 10 <sup>-3</sup> м К
Постійна Планка	h	6,63 10 <sup>-34</sup> Дж с
Постійна Ридберга	R <sub>∞</sub>	10973731,77 м <sup>-1</sup>
Радіус Бора	a	0,529 10 <sup>-10</sup> м
Комптонівська довжина хвилі електрона	λ <sub>e</sub>	2,43 10 <sup>-12</sup> м
Магнетон Бора	μ <sub>B</sub>	0,927 10 <sup>-23</sup> А м <sup>2</sup>
Енергія іонізації атома водню	E <sub>i</sub>	2,18 10 <sup>-18</sup> Дж (13,6 еВ)
Атомна одиниця маси	а.о.м.	1,660 10 <sup>-12</sup> Ф/м
Електрична постійна	ε <sub>0</sub>	8,85 10 <sup>-12</sup> Ф/м
Магнітна постійна	μ <sub>0</sub>	4π 10 <sup>-7</sup> Гн/м

### 2 . Густина твердих тіл

Тверде тіло	Густина, кг/м <sup>3</sup>	Тверде тіло	Густина, кг/м <sup>3</sup>
Алюміній	2,70 10 <sup>3</sup>	Мідь	8,93 10 <sup>3</sup>
Барій	3,50 10 <sup>3</sup>	Нікель	8,90 10 <sup>3</sup>
Ванадій	6,02 10 <sup>3</sup>	Свинець	11,3 10 <sup>3</sup>
Вісмут	9,80 10 <sup>3</sup>	Срібло	10,5 10 <sup>3</sup>
Залізо	7,88 10 <sup>3</sup>	Цезій	1,90 10 <sup>3</sup>
Літій	0,53 10 <sup>3</sup>	Цинк	7,15 10 <sup>3</sup>

### 3 . Густина рідин

Рідина	Густина, кг/м <sup>3</sup>	Рідина	Густина, кг/м <sup>3</sup>
Вода (при 4 <sup>0</sup> С)	1,00 10 <sup>3</sup>	Сірковуглець	1,26 10 <sup>3</sup>
Гліцерин	1,26 10 <sup>3</sup>		
Ртуть	13,6 10 <sup>3</sup>	Спирт	0,80 10 <sup>3</sup>

### 4 . Густина газів (при нормальних умовах)

Газ	Густина, кг/м <sup>3</sup>	Газ	Густина, кг/м <sup>3</sup>
Водень	0,09	Гелій	0,18
Повітря	1,29	Кисень	1,43

### 5. Маси атомів легких ізоотопів

Ізотоп	Символ	Маса а.о.м.	Ізотоп	Символ	Маса а.о.м.	
Нейтрон	${}^1_0n$	1,00867	Берилій	${}^7_4Be$	7,01693	
				${}^9_4Be$	9,01219	
Водень	${}^1_1H$	1,00783	Бор	${}^{10}_5B$	10,01294	
	${}^2_1H$	2,01410		${}^{11}_5B$	11,00930	
Гелій	${}^3_2He$	3,01605	Вуглець	${}^{14}_6C$	12,00000	
	${}^4_2He$	4,00260		${}^{13}_6C$	13,00335	
Літій	${}^6_3Li$ ${}^7_3Li$	6,01513 7,01601	Азот	${}^{14}_7N$	14,00307	
				Кисень	${}^{16}_8O$	15,99491
					${}^{17}_8O$	16,99913

### 6. Періоди напіврозпаду радіоактивних ізоотопів

Ізотоп	Символ	Період напіврозпаду
Актиній	${}^{225}_{89}Ac$	10 діб
Йод	${}^{131}_{53}I$	8 діб
Кобальт	${}^{60}_{27}Co$	5,3 роки
Магній	${}^{27}_{12}Mg$	10хв
Радій	${}^{226}_{86}Ra$	1626 роки
Радон	${}^{222}_{86}Rn$	3,8діб
Стронцій	${}^{90}_{38}Sr$	27 років
Фосфор	${}^{32}_{15}P$	14,3 діб
Церій	${}^{144}_{58}Ce$	285 діб

## 7. Маса і енергія спокою деяких часток

Частка	$m_0$		$E_0$	
	кг	а.о.м.	Дж	МеВ
Електрон	$9,11 \cdot 10^{-31}$	0,0005	$8,16 \cdot 10^{-14}$	0,511
Протон	$1,672 \cdot 10^{-27}$	1,00728	$1,50 \cdot 10^{-10}$	938
Нейтрон	$1,675 \cdot 10^{-27}$	1,00867	$1,51 \cdot 10^{-10}$	939
Дейтрон	$3,35 \cdot 10^{-27}$	2,01355	$3,00 \cdot 10^{-10}$	1876
$\alpha$ - частка	$6,64 \cdot 10^{-27}$	4,00149	$5,96 \cdot 10^{-10}$	3733
Нейтральний $\pi$ - мезон	$2,41 \cdot 10^{-28}$	0,14498	$2,16 \cdot 10^{-11}$	135

## 8. Грецький алфавіт

Позначення букв	Назва букв	Позначення букв	Назва букв
A, $\alpha$	Альфа	N, $\nu$	Ню
B, $\beta$	Бета	$\Xi, \xi$	Кси
$\Gamma, \gamma$	Гамма	O, $\omicron$	Омікрон
$\Delta, \delta$	Дельта	$\Pi, \pi$	Пи
E, $\epsilon$	Епсілон	$\rho, \rho$	Ро
Z, $\zeta$	Дзета	$\Sigma, \sigma$	Сігма
H, $\eta$	Ета	T, $\tau$	Тау
$\Theta, \theta$	Тета	$\Upsilon, \upsilon$	Іпсілон
I, $\iota$	Йота	$\Phi, \phi$	Фі
K, $\kappa$	Каппа	$\chi, \chi$	Хі
$\Lambda, \lambda$	Ламбда	$\Psi, \psi$	Пси
M, $\mu$	ми	$\Omega, \omega$	Омега

## ЛІТЕРАТУРА

1. Кучерук І. М., Горбачук І. Т. Загальна курс фізика : у 3 т. Київ : Техніка, 2001. Т.2. Електрика і магнетизм. 452 с.
2. Кучерук І. М., Горбачук І. Т. Загальна курс фізика : у 3 т. Київ : Техніка, 1999. Т.1 : Молекулярна фізика і термодинаміка. 536 с.
3. Кучерук І. М., Горбачук І. Т. Загальна курс фізика : у 3 т. Київ : Техніка, 1999. Т.3 : Оптика. Квантова фізика. 520 с.
4. Грабовский Р. И. Курс физики. Москва : Высшая школа, 1980. 607 с.
5. Трофимова Т .И. Курс физики. Москва : Издательский центр «Академия», 2006. 560 с. URL:  
[http://org2.knuba.edu.ua/pluginfile.php/12679/mod\\_label/intro/Trofimova.pdf](http://org2.knuba.edu.ua/pluginfile.php/12679/mod_label/intro/Trofimova.pdf)  
(дата звернення 26.05.2021).
6. Зисман Г. А., Тодес О. М. Курс общей физики : в 3 т. Москва : Наука,1974. Т 1. 336 с. URL: [http://alexandr4784.narod.ru/zsm\\_1.html](http://alexandr4784.narod.ru/zsm_1.html) (дата звернення 26.05.2021).
7. Зисман Г. А., Тодес О. М. Курс общей физики : в 3 т. Москва : Наука,1972. Т 2. 368 с. URL: <https://www.twirpx.com/file/109500/> (дата звернення 26.05.2021).
8. Зисман Г. А., Тодес О. М. Курс общей физики : в 3 т. Москва : Наука, 1970. Т 3. 500 с. URL: [http://alexandr4784.narod.ru/zsm\\_3.html](http://alexandr4784.narod.ru/zsm_3.html) (дата звернення 26.05.2021).
9. Волькенштейн В. С. Сборник задач по общему курсу физики. Москва : Наука,1985. 384 с. URL:  
[http://files.libedu.ru/5cq4hcpr94gr3p9of9c93ojp6o12bsj5/volkenshtein\\_v\\_s\\_\\_sbornik\\_zadach\\_po\\_obschemu\\_kursu\\_fiziki\\_.pdf](http://files.libedu.ru/5cq4hcpr94gr3p9of9c93ojp6o12bsj5/volkenshtein_v_s__sbornik_zadach_po_obschemu_kursu_fiziki_.pdf) (дата звернення 26.05.2021).
10. Чертов А. Г., Воробьев А. А. Задачник по физике. Москва : Высшая школа, 1981. 496 с. URL : [https://xn--5-ctbskp.xn--p1ai/upload/uf/9cd/A.G-CHERTOV\\_-A.A.VOROBEEV.-zadachnik-po-fizike.pdf](https://xn--5-ctbskp.xn--p1ai/upload/uf/9cd/A.G-CHERTOV_-A.A.VOROBEEV.-zadachnik-po-fizike.pdf) (дата звернення 26.05.2021).
11. Калашников С. Г. Электричество. Москва : Наука, 1986. 576 с.
12. Матвеев А. Н. Электродинамика. Москва : Высшая школа, 1980.383 с.
13. Епифанов Г. И., Мома Ю. А. Твердотельная электроника. Москва : Высшая школа, 1986. 304 с.
14. Сена Л. А. Единицы физических величин и их размерности. Москва : Наука, 1988. 432 с.
15. Чертов А. Г. Единицы физических величин. Москва : Высшая школа, 1977. 287 с.
16. Чолпан П. П. Фізика : підруч. : Київ : Вища школа, 2003. 567 с.

17. Посудин Ю. И. Физика : учеб. / под ред. В.М. Бычковского. Киев, 2013. 504 с.
18. Огурцов А.Н. Физика и биофизика : в 2 ч. Харьков : НТУ «ХПИ», 2016. Ч. 1 : Основы общей физики. 528 с.
19. Огурцов А.Н. Физика и биофизика : в 2 ч. Харьков : НТУ «ХПИ», 2016. Ч. 2 : Основы биофизики. 560 с



Навчальне видання

**ФІЗИКА. Частина 2**

Завдання та методичні рекомендації

Укладачі: **Вахоніна** Лариса Володимирівна  
**Мардзявко** Віталій Анатолійович,  
**Руденко** Андрій Юрійович

Формат 60x84 1/16. Ум.друк. арк.3,88.

Тираж 50 прим. Зам № \_\_\_\_\_

Надруковано у видавничому відділі

Миколаївського національного аграрного університету

54020, м. Миколаїв, вул. Георгія Гонгадзе, 9.

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК №4490 від 20.02.2013 р.