

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
МИКОЛАЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ



ІНЖЕНЕРНО-ЕНЕРГЕТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра електроенергетики, електротехніки та електромеханіки

ФІЗИКА. Частина 1

Завдання та методичні рекомендації

до виконання самостійної роботи для здобувачів вищої освіти освітнього ступеня «Бакалавр» спеціальностей 208 «Агроінженерія» та 015 «Професійна освіта (Аграрне виробництво, переробка сільськогосподарської продукції та харчові технології)» заочної форми навчання

Миколаїв
2021

УДК 53 (079.1)

Ф50

Друкується за рішенням науково-методичної комісії Інженерно-енергетичного факультету Миколаївського національного аграрного університету від _____ 2021р, протокол № ____ .

Укладачі:

- Л. В. Вахоніна – канд. фіз.-мат. наук, доцент кафедри електроенергетики, електротехніки та електромеханіки, Миколаївський національний аграрний університет;
- В. А. Мардзявко – асистент кафедри електроенергетики, електротехніки та електромеханіки, Миколаївський національний аграрний університет;
- А. Ю.Руденко – асистент кафедри електроенергетики, електротехніки та електромеханіки, Миколаївський національний аграрний університет.

Рецензенти:

- І. П. Атаманюк - д-р техн. наук, професор кафедри вищої та прикладної математики, Миколаївський національний аграрний університет;
- А. А. Ставинський - д-р техн. наук, професор кафедри електроенергетики, електротехніки та електромеханіки, Миколаївський національний аграрний університет.

© Миколаївський національний аграрний університет, 2021

ЗМІСТ

Вступ.....	4
Загальні методичні вказівки.....	5
Навчальні матеріали по розділах курсу фізики	6
1 . Фізичні основи класичної механіки	6
1.1. Основні формули.....	6
1.2. Приклади рішення задач	10
1.3. Задачі для самостійного рішення.....	21
1.4. Контрольна робота 1	24
2 . Молекулярна фізика . Термодинаміка	33
2.1. Основні формули	33
2.2. Приклади рішення задач	37
2.3. Задачі для самостійного рішення	47
2.4. Контрольна робота 2	50
Додатки	55
Література.....	61

ВСТУП

Мета даних навчально-методичних рекомендацій – надати допомогу здобувачам вищої освіти освітнього ступеня «Бакалавр» спеціальностей 208 «Агроінженерія» та 015 «Професійна освіта (Аграрне виробництво, переробка сільськогосподарської продукції та харчові технології)» заочної форми навчання, інженерно-енергетичного факультету МНАУ у вивченні курсу фізики.

Основний навчальний матеріал програми курсу в методичних рекомендаціях розділений на 2 розділи. У кожному з них приведені основні формули, приклади вирішування задач, задачі для самостійного вирішення (з відповідями) і контрольні завдання. Крім того, в методичних рекомендаціях приведені загальні відомості про наближені обчислювання, деякі довідкові таблиці.

В методичних рекомендаціях враховані особливості навчального плану. Для цього надані дві таблиці варіантів контрольних робіт, відповідно розділу: “Фізичні основи механіки” – контрольна робота №1, “Молекулярна фізика. Термодинаміка” – контрольна робота №2,. Контрольні роботи містять задачі різної ступені труднощі.

ЗАГАЛЬНІ МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ І ВИКОНАННЯ КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ.

1. За час вивчення курсу загальної фізики студент-заочник повинен представити в навчальний заклад чотири контрольні роботи.

2. Номери задач, які студент повинен включити в свою контрольну роботу, визначаються по таблицях варіантів [див. розділ 1.4, 2.4] , по останній цифрі залікової книжки.

3. Контрольні роботи потрібно виконувати чорнилами у шкільному зошиті, на обкладинці якої привести відомості за наступним зразком:

Студент факультету інженерно-енергетичного МНАУ

Дорофєєв Є. С.

Шифр 370932

Адреса: м. Каргополь Архангельської обл.,
вул. Сергєєва, 2, кв. 5 Контрольна робота 1 по фізиці

4. Умови задач у контрольній роботі треба переписати повністю без скорочень. Для зауважень викладача на сторінках зошита залишати поля.

5. Наприкінці контрольної роботи вказати, яким підручником чи навчальним посібником студент користувався при вивченні фізики (назва підручника, автор, рік видання). Це робиться для того, щоб рецензент в разі потреби міг вказати, що має студент вивчити для завершення контрольної роботи.

6. Висилати на рецензію потрібно одночасно не більш однієї роботи. Щоб уникнути тих самих помилок чергову роботу варто висилати тільки після одержання рецензії на попередню.

7. Якщо контрольна робота при рецензуванні не зарахована, студент зобов'язаний представити її на повторну рецензію, включивши в неї ті задачі, розв'язування яких виявилися невірними. Повторну роботу необхідно представити разом з не зарахованою.

8. Зараховані контрольні роботи пред'являються екзаменатору. Студент повинен бути готовим під час іспиту дати пояснення на розв'язування задач, що входять у контрольні роботи.

9. Розв'язування задач варто супроводжувати короткими, але вичерпними поясненнями; в тих випадках, коли це можливо, дати малюнок, виконаний за допомогою креслярських приналежностей.

10. Розв'язувати задачу потрібно в загальному вигляді, тобто виразити шукану величину в літерних позначеннях величин, заданих в умові задачі. При такому способі розв'язування не виконуються обчислення проміжних величин.

11. Після одержання розрахункової формули для перевірки правильності її варто підставити в праву частину формули замість символів позначення одиниць цих величин, провести з ними необхідні дії і переконатися в тому, що отримана при цьому одиниця вимірювання відповідає шуканій величині. Якщо такої відповідності немає, то це означає, що задача вирішена невірно.

12. Числові значення величин при підстановці їх у розрахункову формулу варто виражати тільки в одиницях СІ. За виключенням допускається виражати в будь-яких,

але однакових одиницях числові значення однорідних величин, що знаходяться у чисельнику і знаменнику відношення та маючи однаковий ступінь.

13. При підстановці в розрахункову формулу, а також при записі відповіді числові значення величин варто записувати як добуток десяткового дробу з однією значущою цифрою перед комою на відповідну ступінь десяти. Наприклад, замість 3520 треба записати $3,52 \cdot 10^3$, замість 0,00129 записати $1,29 \cdot 10^{-3}$ і т.п.

14. Обчислення по розрахунковій формулі треба проводити з дотриманням правил наближених обчислень (див. у «Задачнику з фізики» А. Г. Чортова, А. А. Воробйова Додаток про наближені обчислення). Як правило, остаточну відповідь варто записувати з трьома значущими цифрами. Це відноситься і до випадку, коли результат отриманий з використанням калькулятора.

НАВЧАЛЬНІ МАТЕРІАЛИ ПО РОЗДІЛАХ КУРСУ ФІЗИКИ.

1. ФІЗИЧНІ ОСНОВИ КЛАСИЧНОЇ МЕХАНІКИ.

1.1. Основні формули.

Кінематичне рівняння руху матеріальної точки (центра мас твердого тіла) вздовж осі x

$$X = f(t)$$

де $f(t)$ — деяка функція часу.

Проекція середньої швидкості на вісь x

$$\langle V_x \rangle = \frac{\Delta X}{\Delta t}$$

Середня шляхова швидкість

$$V = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

де Δs — шлях, пройдений точкою за інтервал часу Δt . Шлях Δs на відміну від різниці координат $\Delta x = x_2 - x_1$ не може зменшуватись і приймати негативні значення, тобто $\Delta s \geq 0$.

Проекція миттєвої швидкості на вісь x

$$V_x = \frac{dX}{dt}$$

Проекція середнього прискорення на вісь x

$$\langle a_x \rangle = \frac{\Delta V_x}{\Delta t}$$

Проекція миттєвого прискорення на вісь x

$$a_x = \frac{dV_x}{dt}$$

Кінематичне рівняння руху твердого тіла навколо нерухомої осі

$$\varphi = f(t)$$

Модуль кутової швидкості

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$$

Модуль кутового прискорення

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$$

Зв'язок між модулями лінійних і кутових величин, що характеризують рух точки по колу:

$$V = \omega R, \quad a_\tau = \varepsilon R, \quad a_n = \omega^2 R,$$

де V — модуль лінійної швидкості; a_τ і a_n — модулі тангенціального і нормального прискорень; ω — модуль кутової швидкості; ε — модуль кутового прискорення; R — радіус кола.

Модуль повного прискорення

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}, \quad \text{чи} \quad a = R\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}.$$

Кут між повним a і нормальним a_n прискореннями

$$\alpha = \arccos(a_n/a).$$

Кінематичне рівняння гармонійних коливань матеріальної точки

$$x = A \cos(\omega t + \varphi),$$

де x — зміщення точки; A — амплітуда коливань; ω — кутова чи циклічна частота; φ — початкова фаза.

Швидкість і прискорення матеріальної точки, що створює гармонійні коливання:

$$V = -A\omega \sin(\omega t + \varphi); \quad a = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi).$$

Додавання гармонійних коливань одного напрямку та однакової частоти:

а) амплітуда результуючого коливання

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)};$$

б) початкова фаза результуючого коливання

$$\varphi = \arctg \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}.$$

Траєкторія точки, що бере участь в двох взаємно перпендикулярних коливаннях,

$$x = A_1 \cos \omega t; \quad y = A_2 \cos(\omega t + \varphi):$$

а) $y = \frac{A_2}{A_1} x$, якщо різниця фаз $\varphi = 0$;

б) $y = -\frac{A_2}{A_1} x$, якщо різниця фаз $\varphi = \pm \pi$;

в) $\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1$, якщо різниця фаз $\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$.

Рівняння плоскої хвилі, що біжить

$$y = A \cos \omega \left(t - \frac{x}{V} \right),$$

де y - зміщення кожної з точок середовища з координатою x в момент t ; V - швидкість поширення коливань у середовищі.

Зв'язок різниці фаз $\Delta\varphi$ коливань з відстанню Δx між точками середовища, відліченим в напрямку поширення коливань;

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x,$$

де λ - довжина хвилі.

Імпульс матеріальної точки масою m , яка рухається зі швидкістю V ,

$$P = mV.$$

Другий закон Ньютона

$$dp = Fdt,$$

де F – результуюча сил, діюча на матеріальну точку.

Сили, які розглядаються в механіці:

а) сила пружності

$$F = -kx,$$

де k — коефіцієнт пружності (у випадку пружини — коефіцієнт жорсткості) ; x — зміщення точки від положення рівноваги;

б) сила ваги

$$F = mg;$$

в) сила гравітаційної взаємодії

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

де G — гравітаційна постійна; m_1 і m_2 — маси взаємодіючих тіл; r — відстань між тілами (тіла розглядаються як матеріальні точки). У випадку гравітаційної взаємодії силу можна виразити також через напруженість гравітаційного поля;

$$F = mG;$$

г) сила тертя (ковзання)

$$F = fN$$

де f — коефіцієнт тертя; N — сила нормального тиску. Сила тертя напрямлена в протилежну сторону вектора швидкості.

Закон збереження імпульсу

$$\sum_{i=1}^N p_i = const,$$

чи для двох тіл ($i=2$)

$$m_1 V_1 + m_2 V_2 = m_1 U_1 + m_2 U_2,$$

де V_1 та V_2 – швидкості тіл у момент часу, прийнятий за початковий; U_1 та U_2 – швидкості тих же тіл в момент часу, прийнятий за кінцевий.

Кінетична енергія тіла, що рухається поступально,

$$T = mv^2 / 2, \text{ або } T = p^2 / (2m).$$

Потенціальна енергія:

а) пружньодеформованої пружини

$$\Pi = 1/2 kx^2,$$

де k — коефіцієнт жорсткості пружини; x — зміщення точки від положення рівноваги;

б) гравітаційної взаємодії

$$\Pi = - Gm_1m_2/r,$$

де G — гравітаційна постійна; m_1 і m_2 - маси взаємодіючих тіл; r - відстань між ними (тіла розглядаються як матеріальні точки) ;

в) тіла, що знаходяться в однорідному полі сили тяжіння,

$$\Pi = mgh,$$

де g — прискорення вільного падіння; h — висота тіла над рівнем, прийнятим за нульовий (формула справедлива за умови $h \ll R$, де R — радіус Землі). Закон збереження механічної енергії

$$E = T + \Pi = const.$$

Робота A , яка створюється результуючою силою, визначається як міра зміни кінетичної енергії матеріальної точки:

$$A = \Delta T = T_2 - T_1.$$

Основне рівняння динаміки обертального руху відносно нерухомої осі z

$$M_z = J_z \varepsilon,$$

де M_z - результуючий момент зовнішніх сил відносно осі z , що діють на тіло; ε - кутове прискорення; J_z - момент інерції тіла відносно осі обертання.

Моменти інерції деяких тіл масою m відносно осі z , що проходить через центр мас:

а) стержня довжиною l відносно осі, яка перпендикулярна стержню,

$$J_z = 1/12 ml^2.$$

б) обруча (тонкостінного циліндра) відносно осі, яка перпендикулярна площині обруча (що збігається з віссю циліндра),

$$J_z = mR^2.$$

де R — радіус обруча (циліндра);

в) диска радіусом R відносно осі, яка перпендикулярна площині диска,

$$J_z = 1/2 mR^2.$$

Проекція на вісь z момента імпульсу тіла, що обертається відносно нерухомої осі z ,

$$L_z = J_z \omega,$$

де ω — кутова швидкість тіла.

Закон збереження моменту імпульсу систем тіл, що обертаються навколо нерухомої осі z ,

$$J_z \omega = const,$$

де J_z — момент інерції системи тіл відносно осі z ; (ω - кутова швидкість обертання тіл системи навколо осі z).

Кінетична енергія тіла, що обертається навколо нерухомої осі z ,

$$T = \frac{1}{2} J_z \omega^2, \quad \text{чи} \quad T = L_z^2 / (2J_z).$$

Приклади розв'язування задач.

Приклад 1. Рівняння руху матеріальної точки вздовж осі має вид $x = A + Bt + Ct^3$, де $A = 2$ м, $B = 1$ м/с, $C = -0,5$ м/с³. Знайти координату x , швидкість V_x і прискорення a_x точки в момент часу $t = 2$ с.

Розв'язування. Координату x знайдемо, підставивши в рівняння руху числові значення коефіцієнтів A , B и C і часу t :

$$x = (2 + 1 \cdot 2 - 0,5 \cdot 2^3) \text{ м} = 0.$$

Миттєва швидкість відносно осі x є перша похідна від координати за часом:

$$V_x = \frac{dx}{dt} = B + 3Ct^2.$$

Прискорення точки знайдемо, узявши першу похідну від швидкості по часу:

$$a_x = \frac{dV_x}{dt} = 6Ct.$$

В момент часу $t = 2$ с

$$\begin{aligned} V_x &= (1 - 3 \cdot 0,5 \cdot 2^2) \text{ м/с} = -5 \text{ м/с}; \\ a_x &= 6(-0,5) \cdot 2 \text{ м/с}^2 = -6 \text{ м/с}^2. \end{aligned}$$

Приклад 2. Тіло обертається навколо нерухомої осі за законом $\varphi = A + Bt + Ct^2$, де $A = 10$ рад, $B = 20$ рад/с, $C = -2$ рад/с². Знайти повне прискорення точки, що знаходиться на відстані $r = 0,1$ м від осі обертання, для моменту часу $t = 4$ с.

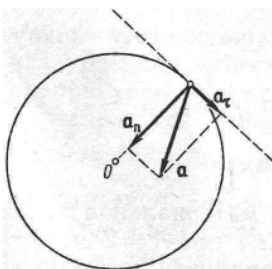
Розв'язування. Повне прискорення a точки, що рухається по кривій лінії, може бути знайдене як геометрична сума тангенціального прискорення a_τ , спрямованого по дотичній до траєкторії, і нормального прискорення a_n , спрямованого до центра кривизни траєкторії (мал. 1):

$$a = a_n + a_\tau$$

З того, що вектори a_τ і a_n взаємно перпендикулярні, випливає, що модуль прискорення

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}. \quad (1)$$

Модулі тангенціального і нормального прискорення точки обертаємого тіла виражаються формулам $a_\tau = \omega r$, $a_n = \omega^2 r$,



де ω — модуль кутової швидкості тіла; ε — модуль його кутового прискорення.

Підставляючи в формулу a_τ та a_n в формулу (1), знаходимо

$$a = \sqrt{\varepsilon^2 r^2 + \omega^2 r^2} = r \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}. \quad (2)$$

Кутову швидкість ω знайдемо, взявши першу похідну від кута повороту по часу:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = B + 2Ct.$$

В момент часу $t=4$ с модуль кутової швидкості

$$\omega = [20 + 2 \cdot (-2) \cdot 4] \text{ рад/с} = 4 \text{ рад/с}$$

Кутове прискорення знайдемо, узявши першу похідну від кутової швидкості по часу:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = 2C = -4 \text{ рад/с}^2.$$

Підставляючи значення ω , ε та r в формулу (2), отримуємо

$$a = 0,1 \sqrt{(-4)^2 + 4^4} \text{ м/с}^2 = 1,65 \text{ м/с}^2.$$

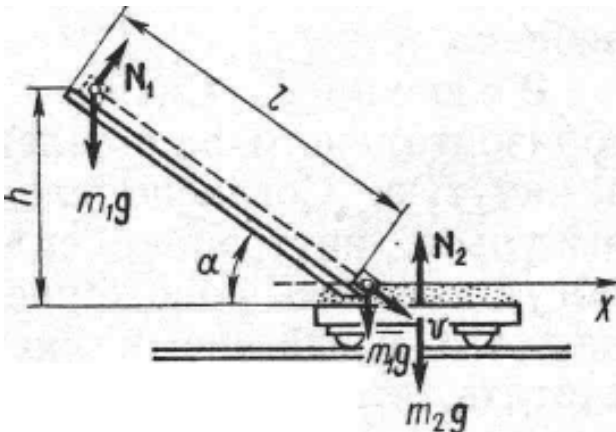


Рис.2

взаємодіючих тіл. На неї діють зовнішні сили: сили тяжіння m_1g і m_2g і реакція N_2 (рис. 2). Тому проекції зазначених сил на напрям осі x , що співпадає з напрямом рельс, дорівнюють нулю, то проекцію імпульсу системи на цей напрям можна вважати постійною, тобто

$$p_{1x} + p_{2x} = p'_{1x} + p'_{2x} \quad (1)$$

де p_{1x} та p_{2x} - проекції імпульсу ящика і візка з піском в момент падіння ящика на візок; p'_{1x} та p'_{2x} - ті ж величини після падіння ящика.

Розглядаючи тіла системи як матеріальні точки, виразимо в рівності (1) імпульси тіл через їхні маси і швидкості, з огляду на те, що $p_{2x} = 0$ (візок до взаємодії із ящиком покоївся), а також, що після взаємодії обидва тіла системи рухаються з однією і тією ж швидкістю u :

$$m_1 V_{1x} = (m_1 + m_2) u,$$

або

$$m_1 V_1 \cos \alpha = (m_1 + m_2) u,$$

де V_1 — модуль швидкості ящика перед падінням на візок; $V_{1x} = V_1 \cos \alpha$ — проекція цієї швидкості на вісь x .

Звідси

$$u = m_1 V_1 \cos \alpha / (m_1 + m_2). \quad (2)$$

Приклад 3. Ящик масою $m_1=20$ кг зсковзує по ідеально гладкому лотку довжиною $l=2$ м на нерухомий візок з піском і застряє в ньому. Візок з піском масою $m_2=80$ кг може вільно (без тертя) переміщатися по рельсах у горизонтальному напрямі. Визначити швидкість u візка з ящиком, якщо лоток нахилений під кутом $\alpha=30^\circ$ до рельсів.

Розв'язування. Візок і ящик можна розглядати як систему двох непружно

Модуль швидкості v_1 визначимо з закону збереження енергії:

$$m_1gh = \frac{1}{2}m_1V_1^2,$$

де $h = l \sin \alpha$,

$$V_1 = \sqrt{2gl \sin \alpha}.$$

Підставивши V_1 в формулу (2), отримаємо

$$u = \frac{m_1 \sqrt{2gl \sin \alpha} \cos \alpha}{m_1 + m_2}.$$

Після розрахунків знайдемо

$$u = \frac{20 \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 2 \cdot \sin 30^\circ}}{20 + 80} \cos 30^\circ \text{ м/с} = 0,2 \sqrt{19,6} \cdot 0,867 \text{ м/с} = 0,767 \text{ м/с}.$$

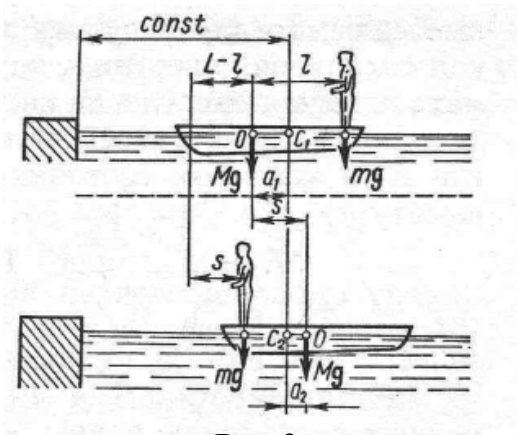


Рис.3

Приклад 4. На спокійній воді ставка перпендикулярно берегу і носом до нього стоїть човен масою M і довжиною L . На кормі стоїть людина масою m . На яку відстань s віддасться човен від берега, якщо людина перейде з корми на ніс човна? Силами тертя й опору знехтувати.

Розв'язування. Систему людина — човен відносно горизонтального напрямку можна розглядати як замкнуту. Відповідно до висновку з закону збереження імпульсу, внутрішні сили замкнутої

системи тіл не можуть змінити положення центра мас системи. Застосовуючи цей висновок до системи людина — човен, можна вважати, що при переміщенні людини по човну центр мас системи не змінить свого положення, тобто залишиться на колишній відстані від берега.

Нехай центр мас системи людина-човен знаходиться на вертикалі, що проходить у початковий момент через точку C_1 човна (рис. 3), а після переміщення човна - через іншу її точку C_2 . Так як ця вертикаль нерухома відносно берега, то шукане переміщення s човна відносно берега дорівнює переміщенню човна відносно вертикалі. А це останнє легко визначити по переміщенню центра мас O човна. Як видно з мал. 3, у початковий момент точка O знаходиться на відстані a_1 ліворуч від вертикалі, а після переходу людини — на відстані a_2 праворуч від вертикалі. Отже, шукане переміщення човна

$$S = a_1 + a_2.$$

Для визначення a_1 і a_2 скористаємося тим, що результуючий момент сил, що діє на систему відносно горизонтальної осі, перпендикулярно подовжній осі човна, дорівнює нулю. Тому для початкового положення системи $Mga_1 = mg(l - a_1)$, звідки

$$a_1 = ml / (M + m).$$

Після переміщення човна $Mga_2 = mg(L - a_2 - l)$, звідки

$$a_2 = m(L - l) / (M + m).$$

Підставивши отримані рівняння з a_1 та a_2 в (1), знайдемо

$$s = \frac{m}{M+m}l + \frac{m}{M+m}(L-l), \quad \text{якщо } s = \frac{m}{M+m}L.$$

Приклад 5. При пострілі з пружинного пістолета вертикально вгору, куля масою $m=20$ г піднялася на висоту $h=5$ м. Визначити жорсткість k пружини пістолета, якщо вона була стиснута на $x=10$ см. Масою пружини і силами тертя знехтувати.

Розв'язування. Розглянемо систему пружина — куля. Так як на тіла системи діють тільки консервативні сили, то для рішення задачі можна застосувати закон збереження енергії в механіці. Відповідно до нього повна механічна енергія E_1 системи в початковому стані (у даному випадку перед пострілом) дорівнює повній енергії E_2 у кінцевому стані (коли куля піднялася на висоту h), тобто

$$E_1 = E_2, \quad \text{чи } T_1 + \Pi_1 = T_2 + \Pi_2 \quad (1)$$

де T_1 , T_2 , Π_1 і Π_2 — кінетичні і потенціальна енергії системи в початковому і кінцевому станах. Тому що кінетичні енергії кулі в початковому і кінцевому станах дорівнюють нулю, то рівність (1) прийме вид

$$\Pi_1 = \Pi_2. \quad (2)$$

Прийmemo потенціальну енергію кулі в поле сил тяжіння Землі, коли куля покоїться на стиснутій пружині, рівній нулю, а висоту підйому кулі будемо відраховувати від торця стиснутої пружини. Тоді енергія системи в початковому стані буде дорівнює потенціальній енергії стиснутої пружини, тобто $\Pi_1 = \frac{1}{2}kx^2$, а в кінцевому стані потенціальній енергії кулі на висоті h , тобто $\Pi_2 = mgh$.

Підставивши рівняння з Π_1 і Π_2 у формулу (2), знайдемо $\frac{1}{2}kx^2 = mgh$, звідки

$$k = 2mgh/x^2. \quad (3)$$

Перевіримо, чи дає отримана формула одиницю твердості k . Для цього в праву частину формули (3) замість величин підставимо їх одиниці:

$$\frac{[m][g][h]}{[x]^2} = \frac{1\text{кг} \cdot 1\text{м} \cdot \text{с}^{-2} \cdot 1\text{м}}{1\text{м}^2} = \frac{1\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-2}}{1\text{м}} = 1\text{Н} / \text{м}.$$

Переконавшись, що отримана одиниця є одиницею твердості (1 Н/м), підставимо у формулу (3) значення величин і зробимо обчислення:

$$k = \frac{2 \cdot 0,02 \cdot 9,81 \cdot 5}{(0,1)^2} \text{Н} / \text{м}.$$

Приклад 6. Куля масою m_1 , що рухається горизонтально з деякою швидкістю V_1 , зіткнулася з нерухомою кулею масою m_2 . Кулі абсолютно пружні, удар прямий, центральний. Яку частку ε своєї кінетичний енергії перша куля передала другій?

Розв'язування. Частка енергії, переданої першою кулею другій, виражається співвідношенням

$$\varepsilon = \frac{T_1}{T_2} = \frac{m_2 U_2^2}{m_1 V_1^2} = \frac{m_2}{m_1} \left(\frac{U_2}{V_1} \right)^2, \quad (1)$$

де T_1 — кінетична енергія першої кулі до удару; U_2 та T_2 швидкість і кінетична енергія другої кулі після удару. Як видно з формули (1), для визначення ε треба знайти U_2 . Відповідно до умови задачі, імпульс системи двох куль відносно

горизонтального напрямку не змінюється і механічна енергія куль в інші види не переходить. Скористуючись цим, знайдемо:

$$m_1 V_1 = m_1 U_1 + m_2 U_2; \quad (2)$$

$$\frac{m_1 V_1^2}{2} = \frac{m_1 U_1^2}{2} + \frac{m_2 U_2^2}{2}. \quad (3)$$

Вирішимо спільно рівняння (2) і (3):

$$U_2 = \frac{2m_1 V_1}{m_1 + m_2}. \quad (4)$$

Підставивши (4) в (1) та скоротивши на V_1 та m_1 , отримаємо

$$\varepsilon = \frac{m_2}{m_1} \left[\frac{2m_1 V_1}{V_1 (m_1 + m_2)} \right]^2 = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}$$

Зі знайденого співвідношення видно, що частка переданої енергії залежить тільки від мас куль, що зіштовхуються.

Приклад 7. Через блок у виді суцільного диска, що має масу $m=80$ г (рис. 4), перекинута тонка гнучка нитка, до кінців якої підвішені важелі з масами $m_1 = 100$ г и $m_2 = 200$ г. Визначити прискорення, з яким будуть рухатись вантажі, якщо їх надати самим собі. Тертям і масою нитки знехтувати.

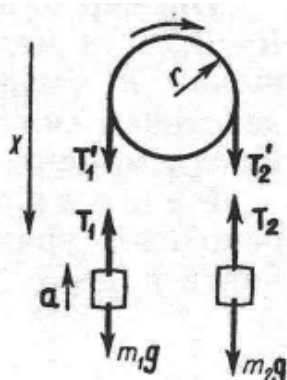


Рис.4

вертикально вниз і напишемо для кожного важеля рівняння руху (другий закон Ньютона) у проєкціях на цю вісь. Для першого важеля

$$m_1 g - T_1 = m_1 a; \quad (1)$$

для другого важеля

$$m_2 g - T_2 = m_2 a. \quad (2)$$

Під дією моментів сил T_1' і T_2' відносно осі z , перпендикулярної площині креслення спрямованої за креслення, блок здобуває кутове прискорення ε . Відповідно до основного рівняння динаміки обертального руху,

$$T_2' r - T_1' r = J_z \varepsilon, \quad (3)$$

де $\varepsilon = a/r$; $J_z = 1/2 m r^2$ — момент інерції блоку (суцільного диска) відносно осі z .

Відповідно до третього закону Ньютона, з урахуванням невагомості нитки $T_1' = T_1$, $T_2' = T_2$. Скориставшись цим, підставимо у рівняння (3) замість T_1' та T_2' рівняння T_1 та T_2 , отримавши їх попередньо з рівнянь (1) та (2):

$$(m_2g - m_2a)r - (m_1g + m_1a)r = mr^2a / (2r).$$

Після скорочення на r і перегрупування членів знайдемо

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1 + m/2} g. \quad (4)$$

Формула (4) дозволяє маси m_1 , m_2 та m виразити в грамах, як вони дані в умовах задачі, а прискорення — в одиницях СІ. Після підстановки числових значень у формулу (4) отримаємо

$$a = \frac{(200 - 100)g}{(200 + 100 + 80/2)g} \cdot 9,81 \text{ м/с}^2 = 2,88 \text{ м/с}^2.$$

Приклад 8. Маховик в вигляді суцільного диску радіусом $R = 0,2$ м і масою $m = 50$ кг розкручено до частоти обертання $n_1 = 480$ хв⁻¹ і наданий сам собі. Під дією сил тертя маховик зупинилася через $t = 50$ с. Знайти момент M сил тертя.

Розв'язування. Для рішення задачі скористаємося основним рівнянням динаміки обертального руху у виді

$$\Delta L_z = M_z \Delta t, \quad (1)$$

де dL_z — зміна проекції на вісь z моменту імпульсу маховика, що обертається відносно осі z , збігаються з геометричною віссю маховика, за інтервал часу dt ; і M_z — момент зовнішніх сил (в даному випадку момент сил тертя), що діють на маховик відносно осі z .

Момент сил тертя можна вважати незмінним с перебігом часу ($M_z = \text{const}$), тому рівняння інтегрування (1) приводить до рівняння

$$\Delta L_z = M_z \Delta t. \quad (2)$$

При обертанні твердого тіла відносно нерухомої осі зміна проекції моменту імпульсу

$$\Delta L_z = J_z \Delta \omega, \quad (3)$$

де J_z — момент інерції маховика відносно осі z ; $\Delta \omega$ — зміна кутової швидкості маховика.

Прийнявши праві частини рівнянь (2) та (3) отримаємо $M_z \Delta t = J_z \Delta \omega$, звідки

$$M_z = J_z \frac{\Delta \omega}{\Delta t}. \quad (4)$$

Момент інерції маховика у вигляді суцільного диску визначається за формулою

$$J_z = \frac{1}{2} m R^2.$$

Зміну кутової швидкості $\Delta \omega = \omega_2 - \omega_1$ визначимо через кінцеву n_2 та початкову n_1 частоти обертання, користуючись співвідношенням $\omega = 2\pi n$:

$$\Delta \omega = \omega_2 - \omega_1 = 2\pi n_2 - 2\pi n_1 = 2\pi(n_2 - n_1).$$

Підставивши в формулу (4) рівняння з J_z та $\Delta\omega$, отримаємо

$$M_z = \pi m R^2 (n_2 - n_1) / \Delta t \cdot (5)$$

Перевіримо, чи дає розрахункова формула одиницю моменту сили (Н·м). Для цього в праву частину формули замість символів величин підставимо їхньої одиниці:

$$\frac{[m][R^2][n]}{[t]} = \frac{1\text{кг} \cdot 1\text{м}^2 \cdot 1\text{с}^{-1}}{1\text{с}} = 1\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-2} \cdot 1\text{м} = 1\text{Н} \cdot \text{м}.$$

Підставимо (5) числові значення величин та зробимо розрахунок, враховуючи, що $n_1 = 480 \text{хв}^{-1} = 480/60 \text{с}^{-1} = 8\text{с}^{-1}$:

$$M_z = \frac{3,14 \cdot 50 \cdot (0,2)^2 \cdot (0 - 8)}{50} \text{Н} \cdot \text{м} = -1\text{Н} \cdot \text{м}.$$

Знак мінус показує, що момент сил тертя діє на маховик гальмуючи.

Приклад 9. Платформа у виді суцільного диска радіусом $R=1,5\text{м}$ і масою $m_1=180\text{кг}$ обертається навколо вертикальної осі з частотою $n=10 \text{хв}^{-1}$. В центрі платформи стоїть людина масою $m_2=60 \text{кг}$. Яку лінійну швидкість v відносно підлоги приміщення буде мати людина, якщо він перейде на край платформи?

Розв'язування. Відповідно до умови задачі, момент зовнішніх сил відносно осі обертання z , що збігається з геометричною віссю платформи, можна вважати рівним нулю. При цій умові проекція L_z моменту імпульсу системи платформа - людина залишається стійкою:

$$L_z = J_z \omega = \text{const},$$

де J_z — момент інерції платформи з людиною відносно осі z ; ω — кутова швидкість платформи.

Момент інерції системи дорівнює сумі моментів інерції тіл, що входять до складу системи, тому в початковому стані $J_z = J_1 + J_2$, а у кінцевому стані $J'_z = J'_1 + J'_2$.

З врахуванням цієї рівності (1) прийме вигляд

$$(J_1 + J_2) \omega = (J'_1 + J'_2) \omega',$$

де значення моментів інерції J_1 і J_2 платформи і людини відповідно відносяться до початкового стану системи; J'_1 та J'_2 - до кінцевого.

Момент інерції платформи відносно осі z при переході людини не змінюється: $J_1 = J'_1 = \frac{1}{2} m_1 R^2$. Момент інерції людини відносно тієї ж осі буде змінюватись.

Якщо розглядати людину як матеріальну точку, то його момент інерції J_2 в початковому стані (в центрі платформи) можна вважати рівним нулю. У кінцевому стані (на краю платформи) момент інерції людини $J'_2 = \frac{m_2}{R^2}$.

Підставимо у формулу (2) рівняння моментів інерції, початкової кутової швидкості обертання платформи з людиною $\omega = 2\pi n$ і кінцевої кутової швидкості ($\omega' = V/R$, де V — швидкість людини відносно підлоги):

$$\left(\frac{1}{2}m_1R^2+0\right)2\pi n=\left(\frac{1}{2}m_1R^2+m_2R^2\right)\frac{v}{R}$$

Після скорочення на R^2 та простих перетворень знаходимо швидкість:

$$v = 2\pi n R m_1 / (m_1 + 2m_2).$$

Зробимо обчислення:

$$v = \frac{2 \cdot 3.14 \cdot \frac{1}{6} \cdot 1.5 \cdot 180}{180 + 2 \cdot 60} \text{ м / с} = 1 \text{ м / с}.$$

Приклад 10. Ракета встановлена на поверхні Землі для запуску у вертикальному напрямку. При якій мінімальній швидкості V_1 , наданій ракеті при запуску, вона віддаляється від поверхні на відстань, рівну радіусу Землі ($R = 6,37 \cdot 10^6$ м)? Всіма силами, крім сили гравітаційної взаємодії ракети і Землі знехтувати.

Розв'язування. З боку Землі на ракету діє сила ваги, що є потенційною силою. При непрацюючому двигуні під дією потенційної сили механічна енергія ракети змінюватись не буде. Отже,

$$T_1 + \Pi_1 = T_2 + \Pi_2, \quad (1)$$

де T_1 , Π_1 та T_2 , Π_2 — кінетична і потенційна енергії ракети після вимикання двигуна у початковому (у поверхні Землі) і кінцевому (на відстані, рівній радіусу Землі) станах.

Відповідно до визначення кінетичної енергії,

$$T_1 = \frac{1}{2} m V_1^2.$$

Потенціальна енергія ракети в початковому положенні

$$\Pi_1 = -GmM / R.$$

В міру віддалення ракети від поверхні Землі її потенціальна енергія зростає, а кінетична - зменшується. У кінцевому стані кінетична енергія T_2 стане рівною нулю, а потенціальна - досягне максимального значення:

$$\Pi_2 = GmM / (2R).$$

Підставляючи у рівняння T_1 , Π_1 , T_2 , Π_2 в (1), отримуємо

$$mV_1^2 / 2 - GmM / R = -GmM / (2R).$$

звідки

$$V_1 = \sqrt{GM / R}.$$

Помітивши, що $GM/R^2 = g$ (g — прискорення вільного падіння біля поверхні Землі), перепишемо цю формулу у вигляді

$$V_1 = \sqrt{gR}.$$

що збігається з рівнянням швидкості для першої космічної швидкості.

Проведемо розрахунки:

$$V_1 = \sqrt{9,8 \cdot 6,37 \cdot 10^6} \text{ м / с} = 7,9 \text{ км / с}.$$

Приклад 11. Точка робить гармонічні коливання з частотою $\nu = 10$ Гц. В момент, прийнятий за початковий, точка мала максимальний зсув: $x_{max} = 1$ мм. Написати рівняння коливань точки і накреслити його графік.

Розв'язування. Рівняння коливань точки можна записати у вигляді.

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_1),$$

де A — амплітуда коливань; ω — циклічна частота; t — час; φ_1 — початкова фаза. По визначенню, амплітуда коливань

$$A = x_{\max}.$$

Циклічна частота ω пов'язана з частотою ν співвідношенням

$$\omega = 2\pi\nu.$$

Для моменту часу $t = 0$ формула (1) прийме вигляд

$$x_{\max} = A \sin \varphi_1,$$

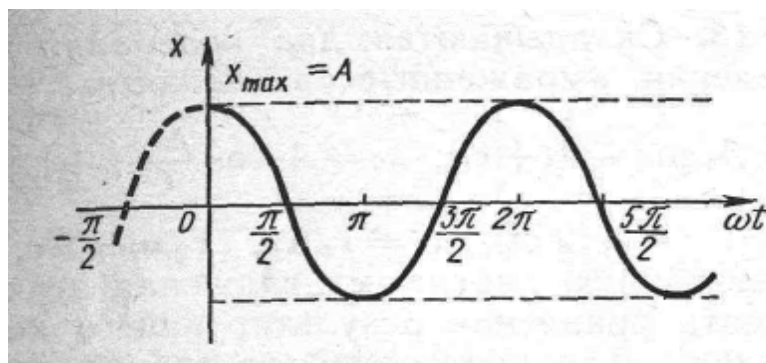
звідки початкова фаза

$$\varphi_1 = \arcsin(x_{\max} / A) = \arcsin 1,$$

чи

$$\varphi_1 = (2k+1) \cdot \pi / 2 \quad (k=0,1,2,\dots).$$

Зміна фази на 2π не змінює стану коливальної точки, тому можна прийняти



$$\varphi_1 = \pi / 2.$$

З врахуванням рівнянь (2)-(4) рівняння коливань прийме вигляд

$$x = A \sin(2\pi\nu t + \varphi), \text{ чи}$$

$$x = A \cos 2\pi\nu t,$$

де $A = 1 \text{ мм} = 10^{-3} \text{ м}$, $\nu = 10 \text{ Гц}$,

$\varphi = \pi/2$.

Рис. 5

Графік відповідного гармонічного коливання зображено на рис. 5.

Приклад 12. Частинка масою $m = 0,01$ кг робить гармонійні коливання з періодом $T = 2$ с. Повна енергія частки, що коливається $E = 0,1$ мДж. Визначити амплітуду A коливань і найбільше значення сили F_{\max} , що діє на частку.

Розв'язування. Для визначення амплітуди коливань скористаємося виразом повної енергії частинки:

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2,$$

де $\omega = 2\pi / T$. Звідси амплітуда

$$A = \frac{T}{2\pi} \sqrt{\frac{2E}{m}}. \quad (1)$$

Так як частинка створює гармонічні коливання, то сила, що діє на неї, є квазіупругою і, отже, може бути виражена співвідношенням $F = -kx$, де k —

коефіцієнт квазіупружної сили; x — зсув коливної точки. Максимальною силою буде при максимальному зсуві x_{max} , рівному амплітуді:

$$F_{max} = kA . \quad (2)$$

Коефіцієнт k виразити через період коливань:

$$k = m\omega^2 = m \cdot 4\pi^2 / T^2 . \quad (3)$$

Підставивши рівняння (1) і (3) у (2) і зробивши спрощення, одержимо

$$F_{max} = 2\pi \sqrt{2mE} / T .$$

Проведемо обчислення:

$$A = \frac{2}{2 \cdot 3,14} \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-4}}{10^{-2}}} \text{ м} = 0,045 \text{ м} = 45 \text{ мм} ;$$

$$F_{max} = \frac{2 \cdot 3,14}{2} \sqrt{2 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-4}} \text{ Н} = 4,44 \cdot 10^{-3} \text{ Н} = 4,44 \text{ мН} .$$

Приклад 13. Складаються два коливання однакового напрямку, виражені рівняннями

$$x_1 = A_1 \cos \frac{2\pi}{T} (t + \tau_1) ; \quad x_2 = A_2 \cos \frac{2\pi}{T} (t + \tau_2) ,$$

де $A_1 = 3 \text{ см}$, $A_2 = 2 \text{ см}$, $\tau_1 = \frac{1}{6} \text{ с}$, $\tau_2 = \frac{1}{3} \text{ с}$, $T = 2 \text{ с}$. Побудувати векторну діаграму

додавання цих коливань та написати рівняння результуючого коливання.

Розв'язування. Для побудови векторної діаграми додавання двох коливань одного напрямку потрібно фіксувати який-небудь момент часу. Звичайно векторну діаграму будують для моменту часу $t = 0$. Перетворивши обидва рівняння до канонічної форми $x = A \cos (\omega t - \varphi)$, одержимо

$$x_1 = A_1 \cos \left(\frac{2\pi}{T} t + \frac{2\pi}{T} \tau_1 \right) ; \quad x_2 = A_2 \cos \left(\frac{2\pi}{T} t + \frac{2\pi}{T} \tau_2 \right) .$$

Звідси видно, що обидва гармонічних коливання, що складаються, мають однакову циклічну частоту

$$\omega = 2\pi / T .$$

Початкові фази першого та другого коливань відповідно рівні

$$\varphi_1 = \frac{2\pi}{T} \tau_1 ; \quad \varphi_2 = \frac{2\pi}{T} \tau_2 .$$

Зробимо обчислення:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} \text{ с}^{-1} = 3,14 \text{ с}^{-1} ;$$

$$\varphi_1 = \frac{2\pi}{2} \cdot \frac{1}{6} \text{ рад} = 30^\circ; \quad \varphi_2 = \frac{2\pi}{2} \cdot \frac{1}{3} \text{ рад} = 60^\circ.$$

Зобразимо вектори A_1 та A_2 . Для цього відкладемо відрізки довжиною $A_1=3\text{см}$ та $A_2=2\text{см}$ під кутами $\varphi_1 = 30^\circ$ і $\varphi_2 = 60^\circ$ до осі Ox . Результуюче коливання буде відбуватися з тією ж частотою ω і амплітудою A , рівній геометричній сумі амплітуд A_1 і A_2 : $A=A_1+A_2$. Згідно з теоремою косинусів,

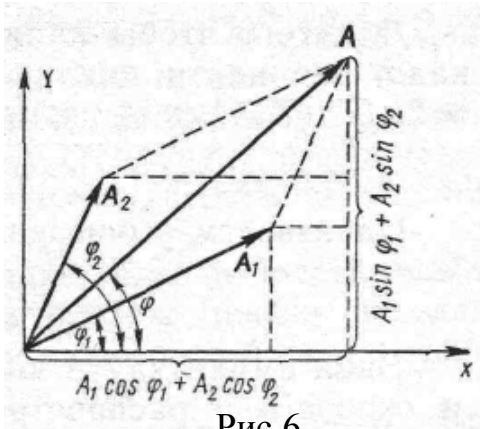


Рис. 6

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}.$$

Початкову фазу результуючого коливання можна також визначити безпосередньо з векторної діаграми (мал. 6):

$$\varphi = \text{arctg} \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}.$$

Зробимо обчислення:

$$A \sqrt{3^2 + 2^2 + 2 \cdot 3 \cdot 2 \cos(60^\circ - 30^\circ)} \text{ см} = 4,84 \text{ см};$$

$$\varphi = \text{arctg} \frac{3 \sin 30^\circ + 2 \sin 60^\circ}{3 \cos 30^\circ + 2 \cos 60^\circ} = \text{arctg} 0,898 = 42^\circ,$$

чи $\varphi = 0,735$ рад.

Тому що результуюче коливання є гармонійним, має ту ж частоту, що і коливання, що складається з ним, та його можна записати у вигляді

$$x = A \cos(\omega t + \varphi),$$

де $A=4,84$ см, $\omega=3,14$ с⁻¹, $\varphi=0,735$ рад.

Приклад 14. Плоска хвиля поширюється вздовж прямої зі швидкістю $v = 20$ м/с. Дві точки, що знаходяться на цій прямій на відстанях $x_1 = 12$ м та $x_2 = 15$ м від джерела хвиль, коливаються з різницею фаз $\Delta\varphi = 0,75\pi$. Знайти довжину хвилі λ , написати рівняння хвилі і знайти зсув зазначених точок у момент $t = 1,2$ с, якщо амплітуда коливань $A = 0,1$ м.

Розв'язування. Точки, що знаходяться одна від одної на відстані, рівній довжині хвилі λ , коливаються з різницею фаз, рівною 2π ; точки, що знаходяться одна від одної на будь-якій відстані Δx , коливаються з різницею фаз, рівною

$$\Delta\varphi = \Delta x \cdot 2\pi / \lambda = (x_2 - x_1) / \Delta\varphi. \quad (1)$$

Підставивши числові значення величин, що входять у рівняння (1), і виконавши арифметичні дії, одержимо

$$\lambda = \frac{2\pi(15-12)}{0,75\pi} \text{ м} = 8 \text{ м}.$$

Для того щоб записати рівняння плоскої хвилі треба ще знайти циклічну частоту ω . Тому що $\omega = 2\pi/T$ ($T = \lambda/v$ — період коливань), то

$$\omega = 2\pi\nu / \lambda .$$

Зробимо розрахунки:

$$\omega = \frac{2\pi \cdot 20}{8} c^{-1} = 5\pi c^{-1} .$$

Знаючи амплітуду A коливань, циклічну частоту ω швидкість та ν поширення хвилі, можна написати рівняння плоскої хвилі для даного випадку:

$$y = A \cos \omega \left(t - \frac{x}{\nu} \right) ,$$

де $A=0,1$ м, $\omega=5\pi c^{-1}$, $\nu=20$ м/с.

Щоб знайти зсув y у зазначених точках, достатньо в рівняння (2) підставити значення t і x :

$$y_1 = 0,1 \cos 5\pi (1,2 - 12/20) \text{ м} = 0,1 \cos 3\pi \text{ м} = -0,1 \text{ м};$$

$$y_2 = 0,1 \cos 5\pi (1,2 - 15/20) \text{ м} = 0,1 \cos 2,25 \pi \text{ м} = 0,1 \cos 0,25\pi \text{ м} = 0,071 \text{ м} = 7,1 \text{ см}.$$

1.3 Задачі для самостійної роботи.

1. Точка рухається по колу радіусом $R=4$ м. Закон її руху виражається рівнянням $s = A + Bt^2$ де $A = 8$ м, $B = -2$ м/с². Визначити момент часу t , коли нормальне прискорення a_n точки дорівнює 9 м/с. Знайти швидкість V , тангенціальне a_τ та повне a прискорення точки в той же момент часу t . [1,5 с; -6 м/с; -4 м/с²; 9,84 м/с²]
2. Дві матеріальні точки рухаються згідно рівнянню $x_1 = A_1t + B_1t^2 + C_1t^3$ та $x_2 = A_2t + B_2t^2 + C_2t^3$, де $A_1 = 4$ м/с, $B_1 = 8$ м/с², $C_1 = -16$ м/с³, $A_2 = 2$ м/с, $B_2 = -4$ м/с², $C_2 = 1$ м/с³. В який момент часу t прискорення цих точок будуть однакові? Знайти швидкості v_1 та v_2 точок в цей момент. [0,235 с; 5,1 м/с; 0,286 м/с]
3. Куля масою $m_1=10$ кг зіштовхується з кулею масою $m_2=4$ кг. Швидкість першої кулі $V_1=4$ м/с, другої - $V_2=12$ м/с. Знайти загальну швидкість u куль після удару в двох випадках: 1) мала куля наганяє більшу кулю, що рухається в тому ж напрямку; 2) кулі рухаються назустріч одна одній. Удар вважати прямим центральним, не пружним. [6,28 м/с; -0,572 м/с]
4. У човні масою $M = 240$ кг стоїть людина масою $m_2=60$ кг. Човен пливе зі швидкістю $V=2$ м/с. Людина стрибає з човна в горизонтальному напрямку зі швидкістю $u=4$ м/с (відносно човна). Знайти швидкість човна після стрибка людини: 1) уперед по руху човна; 2) в бік, протилежний руху човна. [1 м/с; 3 м/с].

5. Людина, що стоїть в човні, зробила шість кроків вздовж неї і зупинилась. На скільки кроків пересунувся човен, якщо маса човна в два рази більше (менше) маси людини? [2 кроки; 4 кроки].
6. З пружинного пістолета вистрілили кулею, маса якої $m = 5$ г. Твердість пружини $k = 1,25$ кН/м. Пружина була стиснута на $\Delta l = 8$ см. Визначити швидкість кульки при вилеті її з пістолета.[40 м/с]
7. Куля масою $m_1 = 200$ г, що рухається зі швидкістю $V = 10$ м/с, зіштовхується з нерухомою кулею масою $m_2 = 800$ г. Удар прямий, центральний, абсолютно пружний. Визначити швидкості куль після зіткнення. [-6 м/с; 4 м/с]
8. Куля, що рухалася горизонтально, зіштовхнулася з нерухомою кулею і передала їй 64% своєї кінетичної енергії. Кулі абсолютно пружні, удар прямий, центральний. В скільки разів маса другої кулі більше маси першої? [В 4 рази]
9. Циліндр, розташований горизонтально, може обертатися навколо осі, що співпадає з віссю циліндра. Маса циліндра $m_1 = 12$ кг. На циліндр намотали шнур, до якого прив'язали гирю масою $m_2 = 1$ кг. З яким прискоренням буде спускатися гиря? Яка сила натягу шнура під час руху гирі? [1,4 м/с²; 8,4 Н].
10. Через блок, зроблений у вигляді колеса, перекинута нитка, до кінців якої прив'язані грузи масами $m_1 = 100$ г та $m_2 = 300$ г. Маса колеса $M = 200$ г вважати рівномірно розподіленою по ободу, масою спиць знехтувати. Визначити прискорення, з яким будуть рухатись вантажі, і сили натягу нитки по обидві сторони блоку. [3,27 м/с²; 1,31 Н; 1,96 Н]
11. Двом однаковим маховикам, що знаходяться в спокої, приклали однакову кутову швидкість $\omega = 63$ рад/с і надали їх самим собі. Під дією сил тертя маховик зупинився через одну хвилину, а другий зробив до повної зупинки $N = 360$ обертів. У якого маховика гальмуючий момент був більше і в скільки разів? [У першого більше в 1,2 рази]
12. Куля скачується з похилої площини висотою $h = 90$ см. Яку лінійну швидкість буде мати центр кулі в той момент, коли куля скотиться з похилої площини? [3,55 м/с]
13. На верхній поверхні горизонтального диска, що може обертатися навколо вертикальної осі, прокладені по колу радіусом $r = 50$ см рейки іграшкової залізниці. Маса диска $M = 10$ кг, його радіус $R = 60$ см. На рельси нерухомого диска був поставлений заведений паровозик масою $m = 1$ кг і випущений з рук.

Він почав рухатися відносно рейок зі швидкістю $V = 0,8$ м/с. З якою кутовою швидкістю буде обертатися диск? [0,195 рад/с]

14. Платформа у вигляді диска обертається по інерції біля вертикальної осі з частотою $n_1 = 14$ хв⁻¹. На краю платформи стоїть людина. Коли людина перейшла в центр платформи, частота зросла до $n_2 = 25$ хв⁻¹. Маса людини $m = 70$ кг. Визначити масу платформи. Момент інерції людини розраховувати як для матеріальної точки. [210 кг]
15. Штучний супутник обертається навколо Землі по круговій орбіті на висоті $H = 3200$ км над поверхнею Землі. Визначити лінійну швидкість супутника. [6,45 км/с]
16. Точка робить гармонічні коливання. В деякий момент часу зсув точки $x = 5$ см, швидкість її $V = 20$ см/с та прискорення $a = -80$ см/с². Знайти циклічну частоту і період коливань, фазу коливань у розглянутий момент часу та амплітуду коливань. [4с⁻¹, 1,57с; $\pi/4$; 7,07см]
17. Точка робить гармонічні коливання, рівняння яких має вид $x = A \sin \omega t$, де $A = 5$ см, $\omega = 2$ с⁻¹. Знайти момент часу (найближчий до початку відліку), у який потенційна енергія точки $\Pi = 10^{-4}$ Дж, а зворотня сила $F = +5 \cdot 10^3$ Н. Визначити також фазу коливань в цей момент часу. [2,04 с; 4,07 рад]
18. Два гармонічних коливання, спрямованих по одній прямій, що мають однакові амплітуди і періоди, складаються в одне коливання тієї ж амплітуди. Знайти різницю фаз коливань, що складаються. [120° чи 240°]
19. Точка робить одночасно два гармонічних коливання, що відбуваються по взаємно перпендикулярних напрямках і виражених рівняннями $x = A_1 \cos \omega_1 t$ та $y = A_2 \cos \omega_2 (t + \tau)$, де $A_1 = 4$ см, $\omega_1 = \pi$ с⁻¹, $A_2 = 8$ см, $\omega_2 = \pi$ с⁻¹, $\tau = 1$ с. Знайти рівняння траєкторії та накреслити її з дотриманням масштабу. [2x + y = 0]
20. Поперечна хвиля поширюється вздовж упругого шнура зі швидкістю $V = 15$ м/с. Період коливань точок шнура $T = 1,2$ с. Визначити різницю фаз $\Delta \varphi$ коливань двох точок, що лежать на промені і відстоять від джерела хвиль на відстанях $x_1 = 20$ м та $x_2 = 30$ м. [200°]

1.4. Контрольна робота 1.

Таблиця варіантів.

Варіант	Номери задач							
0	106	118	128	135	148	151	163	177
1	107	116	129	134	149	160	165	174
2	104	115	126	138	145	159	162	172
3	109	117	125	136	143	157	170	178
4	102	119	127	131	146	158	168	171
5	108	112	123	139	142	156	161	175
6	110	111	122	133	144	155	167	179
7	101	113	124	140	147	153	166	180
8	105	120	121	132	150	154	164	173
9	103	114	130	137	141	152	163	176

101. Тіло кинуте вертикально вгору з початковою швидкістю $V_0 = 4\text{ м/с}$. Коли воно досягло верхньої точки польоту з того ж початкового пункту, з тією ж початковою швидкістю v_0 вертикально вгору кинуте друге тіло. На якій відстані h від початкового пункту зустрінуться тіла? Опір повітря не враховувати.

102. Матеріальна точка рухається прямолінійно з прискоренням $a = 5\text{ м/с}^2$. Визначити, на скільки шлях, пройдений точкою в n -у секунду, буде більше шляху, пройденого в попередню секунду. Прийняти $V_0 = 0$.

103. Дві автомашины рухаються по дорогах, кут між якими $\alpha=60^\circ$. Швидкість автомашин $V_1 = 54\text{ км/г}$ і $V_2=72\text{ км/г}$. З якою швидкістю v віддаляються машини одна від одної?

104. Матеріальна точка рухається прямолінійно з початковою швидкістю $V_0=10\text{ м/с}$ і постійним прискоренням $a = -5\text{ м/с}^2$. Визначити, у скільки разів шлях Δs , пройдений матеріальною точкою, буде перевищувати модуль її переміщення Δr через $t = 4\text{ с}$ після початку відліку часу.

105. Велосипедист їхав з одного пункту в інший. Першу третину шляху він проїхав зі швидкістю $V_1 = 18\text{ км/г}$. Далі половину часу, що залишився, він їхав зі швидкістю $V_2 = 22\text{ км/г}$, після чого до кінцевого пункту він йшов пішки зі швидкістю $V_3 = 5\text{ км/г}$. Визначити середню швидкість $\langle V \rangle$ велосипедиста.

106. Тіло кинуте під кутом $\alpha=30^\circ$ до горизонту зі швидкістю $V_0 = 30\text{ м/с}$. Які будуть нормальне a_n та тангенціальне a_τ прискорення тіла через час $t = 1\text{ с}$ після початку руху?

107. Матеріальна точка рухається по колу з постійною кутовою швидкістю $\omega = \pi/6\text{ рад/с}$. В скільки разів шлях Δs , пройдений точкою за час $t=4\text{ с}$, буде більше модуля її переміщення Δr ? Прийняти, що в момент початку відліку часу радіус-вектор r , що

задає положення точки на колі, відносно вихідного положення був повернений на кут $\varphi_0 = \pi/3$ рад.

108. Матеріальна точка рухається в площині xy відповідно до рівнянь $x = A_1 + B_1 t + C_1 t^2$ та $y = A_2 + B_2 t + C_2 t^2$, де $B_1 = 7$ м/с, $C_1 = -2$ м/с², $B_2 = -1$ м/с, $C_2 = 0,2$ м/с². Знайти модулі швидкості і прискорення точки в момент часу $t = 5$ с.

109. По краю рівномірно зворотної їде з кутовою швидкістю $\omega = 1$ рад/с платформи йде людина й проходить платформу за час $t = 9,9$ с. Яке найбільше прискорення a руху людини відносно Землі? Прийняти радіус платформи $R = 2$ м.

110. Точка рухається по колу радіусом $R = 30$ см з постійним кутовим прискоренням ε . Визначити тангенціальне прискорення a_τ точки, якщо відомо, що за час $t = 4$ с вона зробила три оберти і наприкінці третього оберту її нормальне прискорення $a_n = 2,7$ м/с².

111. При горизонтальному польоті зі швидкістю $V = 250$ м/с снаряд масою $m = 8$ кг розірвався на дві частини. Велика частина масою $m_1 = 6$ кг одержала швидкість $u_1 = 400$ м/с у напрямку польоту снаряда. Визначити модуль і напрямок швидкості u_2 меншої частини снаряда.

112. З візка, що вільно рухається по горизонтальному шляху зі швидкістю $V_1 = 3$ м/с, в бік, протилежний руху візка, стрибає людина, після чого швидкість візка змінилася і стала рівною $U_1 = 4$ м/с. Визначити горизонтальну складову швидкості u_{2x} людини при стрибку відносно візка. Маса візка $m_1 = 210$ кг, маса людини $m_2 = 70$ кг.

113. Знаряддя, жорстко закріплене на залізничній платформі, робить постріл вздовж полотнини залізниці під кутом $\alpha = 30^\circ$ до лінії горизонту. Визначити швидкість u_2 відката платформи, якщо снаряд вилітає зі швидкістю $u_1 = 480$ м/с. Маса платформи зі знаряддям і снарядами $m_2 = 18$ т, маса снаряда $m_1 = 60$ кг.

114. Людина масою $m_1 = 70$ кг, що біжить зі швидкістю $V_1 = 9$ км/г, доганяє візок масою $m_2 = 190$ кг, що рухається зі швидкістю $V_2 = 3,6$ км/г, і стрибає на неї. З якою швидкістю стане рухатись візок з людиною? З якою швидкістю буде рухатись візок з людиною, якщо людина до стрибка бігла назустріч візку?

115. Ковзаняр, стоячи на ковзанах на льоді, кидає камінь масою $m_1 = 2,5$ кг під кутом $\alpha = 30^\circ$ до горизонту зі швидкістю $V = 10$ м/с. Яка буде початкова швидкість V_0 руху ковзаняра, якщо маса його $m_2 = 60$ кг? Переміщенням ковзаняра під час кидка знехтувати.

116. На підлозі стоїть візок у вигляді довгої дошки з легкими колесами. На одному кінці дошки стоїть людина. Маса її $m_1 = 60$ кг, маса дошки $m_2 = 20$ кг. З якою швидкістю (відносно підлоги) буде рухатись візок, якщо людина піде вздовж нього зі швидкістю (відносно дошки) $V = 1$ м/с? Масою коліс і тертям знехтувати.

117. Снаряд, що летів зі швидкістю $V = 400$ м/с, у верхній точці зворотної розірвався на два осколки. Менший осколок, маса якого складає 40% від маси снаряда, полетів у протилежному напрямку зі швидкістю $u_1 = 150$ м/с. Визначити швидкість u_2 більшого осколка.

118. Два однакові човни масами $m = 200$ кг кожен (разом з людиною і вантажами, що знаходяться в човнах) рухаються паралельними курсами назустріч один одному з однаковими швидкостями $V = 1$ м/с. Коли човни порівнялися, то з першого човна на другий і з другого на перший одночасно перекидають вантажі масами $m_1 = 200$ кг. Визначити швидкості u_1 і u_2 човнів після перекидання вантажів.

119. На скільки переміститься відносно берега човен довжиною $l = 3,5$ м і масою $m_1 = 200$ кг, якщо людина, що стоїть на кормі, масою $m_2 = 80$ кг переміститься на ніс човна? Вважати човен розташованим перпендикулярно берегу.

120. Човен довжиною $l = 3$ м і масою $m = 120$ кг стоїть на спокійній воді. На носі і кормі знаходяться два рибалки масами $m_1 = 60$ кг і $m_2 = 90$ кг. На скільки зрушиться човен відносно води, якщо рибалки поміняються місцями?

121. В дерев'яну кулю масою $m_1 = 8$ кг, підвішену на нитці довжиною $L = 1,8$ м, попадає куля, що летить горизонтально, масою $m_2 = 4$ г. З якою швидкістю летіла куля, якщо нитка з кулею і застряглої в ній кулею відхилилася від вертикалі на кут $\alpha = 3^\circ$? Розміром кулі знехтувати. Удар кулі вважати прямим, центральним.

122. По невеликому шматку м'якого заліза, що лежить на наковальні масою $m_1 = 300$ кг, ударяє молот масою $m_2 = 8$ кг. Визначити ККД η удару, якщо удар не пружний. Корисною вважати енергію, витрачену на деформацію шматка заліза.

123. Куля масою $m_1 = 1$ кг рухається зі швидкістю $V_1 = 4$ м/с і зіштовхується з кулею масою $m_2 = 2$ кг, що рухається назустріч їй зі швидкістю $V_2 = 3$ м/с. Які швидкості u_1 та u_2 куль після удару? Удар вважати абсолютно пружним, прямим, центральним.

124. Куля масою $m_1 = 3$ кг рухається зі швидкістю $V_1 = 2$ м/с і зіштовхується зі сталою кулею масою $m_2 = 5$ кг. Яка робота буде зроблена при деформації куль? Удар вважати абсолютно непружним, прямим, центральним.

125. Визначити ККД η зворотної р удару бойка масою $m_1 = 0,5$ т, що падає на свою масою $m_2 = 120$ кг. Корисною вважати енергію, витрачену на вбивання сваї.

126. Куля масою $m_1 = 4$ кг рухається зі швидкістю $V_1 = 5$ м/с і зіштовхується з кулею масою $m_2 = 6$ кг, що рухається їй назустріч зі швидкістю $V_2 = 2$ м/с. Визначити швидкості u_1 та u_2 куль після удару. Удар вважати абсолютно пружним, прямим, центральним.

127. Зі стовбура автоматичного пістолета вилетіла куля масою $m_1 = 10$ г зі швидкістю $V = 300$ м/с. Затвор пістолета масою $m_2 = 200$ г притискається до стовбура пружиною, жорсткість якої $k = 25$ кН/м. На яку відстань відійде затвор після пострілу? Вважати, що пістолет жорстко закріплений.

128. Куля масою $m_1 = 5$ кг рухається зі швидкістю $V_1 = 1$ м/с і зіштовхується зі сталою кулею масою $m_2 = 2$ кг. Визначити швидкості u_1 та u_2 куль після удару. Удар вважати абсолютно пружним, прямим, центральним.

129. Зі зброя, що не має противо-откатного пристрою, проводились постріли в горизонтальному напрямку. Коли зброя було нерухомо закріплене, снаряд вилетів зі швидкістю $V_1 = 600$ м/с, а коли зброю дали можливість вільно відкочуватись назад, снаряд вилетів зі швидкістю $V_2 = 580$ м/с. З якою швидкістю відкотилося при цьому зброя?

130. Куля масою $m_1 = 2$ кг зіштовхується зі сталою кулею більшої маси і при цьому втрачає 40% кінетичної енергії. Визначити масу m_2 більшої кулі. Удар вважати абсолютно пружним, прямим, центральним.

131. Визначити роботу по розтягуванню двох з'єднаних послідовно пружин жорсткостями $k_1 = 400$ Н/м та $k_2 = 250$ Н/м, якщо перша пружина при цьому розтяглася на $\Delta l = 2$ см.

132. З шахти глибиною $h = 600$ м піднімають клетку масою $m_1 = 3,0$ т на канаті, кожен метр якого має масу $m = 1,5$ кг. Яка робота A створюється при піднятті клітини на поверхню Землі? Який коефіцієнт корисної дії η підйомного пристрою?

133. Пружина твердістю $k = 500$ Н/м стиснута силою міцністю $F = 100$ Н. Визначити роботу A зовнішньої сили, що додатково стискає пружину ще на $\Delta l = 2$ см.

134. Дві пружини жорсткості $k_1 = 0,5$ кН/м і $k_2 = 1$ кН/м скріплені паралельно. Визначити потенційну енергію Π даної системи при абсолютній деформації $\Delta l = 4$ см.

135. Яку потрібно зробити роботу A , щоб пружину жорсткістю $k = 800$ Н/м, стиснуту на $x = 6$ см, додатково стиснути на $\Delta x = 8$ см?

136. Якщо на верхній кінець вертикально розташованої спіральної пружини покласти вантаж, то пружина стиснеться на $\Delta l = 3$ мм. На скільки стисне пружину той же вантаж, що впав на кінець пружини з висоти $h = 8$ см?

137. З пружинного пістолета з пружинною жорсткістю $k = 150$ Н/м був зроблений постріл кулею масою $m = 8$ г. Визначити швидкість V кулі при вильоті її з пістолета, якщо пружина була стиснута на $\Delta x = 4$ см.

138. Налетівши на пружинний буфер, вагон масою $m = 16$ т, що рухається зі швидкістю $V = 0,6$ м/с, зупинився, зжавши пружину на $\Delta l = 8$ см. Знайти загальну твердість k пружин буфера.

139. Ланцюг довжиною $l = 2$ м лежить на столі, одним кінцем звисаючи зі столу. Якщо довжина частини, що висить, перевищує $\frac{1}{3}l$, то ланцюг зсковзує зі столу. Визначити швидкість v ланцюга в момент його відриву від столу.

140. Яка робота A повинна бути зроблена при піднятті з землі матеріалів для будівлі циліндричної димохідної труби висотою $h = 40$ м, зовнішнім діаметром $D = 3,0$ м і внутрішнім діаметром $d = 2,0$ м? Густина матеріалу ρ прийняти рівною $2,8 \cdot 10^3$ кг/м³.

141. Кулька масою $m = 60$ г, прив'язана до кінця нитки довжиною $l_1 = 1,2$ м, обертається з частотою $n_1 = 2$ с⁻¹, спираючись на горизонтальну площину. Нитка укорочується, наближаючи кульку до осі до відстані $l_2 = 0,6$ м. З якою частотою n_2 буде при цьому обертатися кулька? Яку роботу A робить зовнішня сила, укорочуючи нитку? Тертям кульки об площину знехтувати.

142. По дотичній до шків маховика у вигляді диска діаметром $D = 75$ см і масою $m = 40$ кг прикладена сила $F = 1$ кН. Визначити кутове прискорення ε і частоту обертання n маховика через час $t = 10$ с після початку дії сили, якщо радіус r шків дорівнює 12 см. Силою тертя знехтувати.

143. На обід маховика діаметром $D = 60$ см намотаний шнур, до кінця якого прив'язаний вантаж масою $m = 2$ кг. Визначити момент інерції J маховика, якщо він, обертаючись рівноприскоренно під дією сили ваги вантажу, за час $t = 3$ с із придбав кутову швидкість $\omega = 9$ рад/с.

144. Нитка з прив'язаними до її кінців вантажами масами $m_1 = 50$ г та $m_2 = 60$ г перекинута через блок діаметром $D = 4$ см. Визначити момент інерції J блоку, якщо під дією сили ваги вантажів він одержав кутове прискорення $\varepsilon = 1,5$ рад/с². Тертям і прослизанням нитки по блоку знехтувати.

145. Стержень обертається навколо осі, що проходить через його середину, відповідно до рівняння $\varphi = At + Bt^3$, де $A = 2$ рад/с, $B = 0,2$ рад/с³. Визначити обертаючий момент M , що діє на стержень через час $t = 2$ с після початку обертання, якщо момент інерції стержня $J = 0,048$ кг·м².

146. По горизонтальній площині котиться диск зі швидкістю $V = 8$ м/с. Визначити коефіцієнт опору, якщо диск, будучи наданий сам собі зупинився, пройшовши шлях $s = 18$ м.

147. Визначити момент сили M , що необхідно прикласти до блоку, що обертається з частотою $n = 12$ с⁻¹, щоб він зупинився протягом часу $\Delta t = 8$ с. Діаметр

блоку $D = 30$ см. Масу блоку $m = 6$ кг вважати рівномірно розподіленою по ободу.

148. Блок, що має форму диска масою $m = 0,4$ кг, обертається під дією сили натягу нитки, до кінців якої підвішені вантажі масами $m_1 = 0,3$ кг та $m_2 = 0,7$ кг. Визначити сили натягу T_1 та T_2 нитки по обидві сторони блоку.

149. До краю столу прикріплений блок. Через блок перекинута невагома і нерозтяжна нитка, до кінців якої прикріплені вантажі. Один вантаж рухається по поверхні столу, а інший — вздовж вертикалі вниз. Визначити коефіцієнт f тертя між поверхнями вантажу і столу, якщо маси кожного вантажу і маса блоку однакові і вантажі рухаються з прискоренням $a = 5,6$ м/с². Прослизанням нитки по блоку і силою тертя, що діє на блок, знехтувати.

150. До кінців легкої і нерозтяжної нитки, перекинutoї через блок, підвішені вантажі масами $m_1 = 0,2$ кг і $m_2 = 0,3$ кг. В скільки разів відрізняються сили, що діють на нитку по обох сторонах від блоку, якщо маса блоку $m = 0,4$ кг, а його вісь рухається вертикально вгору з прискоренням $a = 2$ м/с²? Силами тертя і прослизання нитки по блоку знехтувати.

151. На лавці Жуковського сидить людина і тримає на витягнутих руках гирі масами $m = 5$ кг кожна. Відстань від кожної гирі до осі лавки $l = 70$ см. Лавка обертається з частотою $n_1 = 1$ с⁻¹. Як зміниться частота обертання лавки і яку роботу A зробить людина, якщо він стисне руки так, що відстань від кожної гирі до осі зменшиться до $l_2 = 20$ см? Момент інерції людини і лавки (разом) відносно осі $J = 2,5$ кг·м².

152. На лавці Жуковського стоїть людина і тримає в руках стержень вертикально по осі лавки. Лавка з людиною обертається з кутовою швидкістю $\omega_1 = 4$ рад/с. З якою кутовою швидкістю ω_2 буде обертатися лавка з людиною, якщо повернути стержень так, щоб він зайняв горизонтальне положення? Сумарний момент інерції людини і лави $J = 5$ кг·м². Довжина стержня $l = 1,8$ м, маса $m = 6$ кг. Вважати, що центр мас стержня, з людиною знаходиться на осі платформи.

153. Платформа у вигляді диска діаметром $D = 3$ м і масою $m_1 = 180$ кг може обертатися навколо вертикальної осі. З якою кутовою швидкістю ω_1 буде обертатися ця платформа, якщо по її краю піде людина масою $m_2 = 70$ кг зі швидкістю $V = 1,8$ м/с відносно платформи?
I

154. Платформа, що має форму диска, може обертатись біля вертикальної осі. На краю платформи стоїть людина. На який кут φ повернеться платформа, якщо людина піде вздовж краю платформи і, обійшовши її, повернеться у вихідну (на платформі) точку? Маса платформи $m_1 = 280$ кг, маса людини $m_2 = 80$ кг.

155. На лавці Жуковського стоїть людина і тримає в руці за вісь велосипедне колесо, що обертається навколо своєї осі з кутовою швидкістю $\omega_1 = 25$ рад/с. Вісь колеса розташована вертикально і збігається з віссю лавки Жуковського. З якою

швидкістю ω_2 стане обертатися лавка, якщо повернути колесо навколо горизонтальної осі на кут $\alpha=90^\circ$? Момент інерції людини та лавки J дорівнює $2,5 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, момент інерції колеса $J_0 = 0,5 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$.

156. Однорідний стержень довжиною $l=1,0 \text{ м}$ може вільно обертатися навколо горизонтальної осі, що проходить через один з його кінців. В інший кінець абсолютно непружно ударяється куля масою $m=7 \text{ г}$, що летить перпендикулярно стержню і його осі. Визначити масу M стержня, якщо в результаті влучення кулі він відхилиться на кут $\alpha=60^\circ$. Прийняти швидкість кулі $V=360 \text{ м/с}$.

157. На краю платформи у вигляді диска, що обертається по інерції навколо вертикальної осі з частотою $n_1=8 \text{ хв}^{-1}$, стоїть людина масою $m_1=70 \text{ кг}$. Коли людина перейшла в центр платформи, вона стала обертатися з частотою $n_2=10 \text{ хв}^{-1}$. Визначити масу m_2 платформи. Момент інерції людини розраховувати як для матеріальної точки.

158. На краю нерухомої лавки Жуковського діаметром $D=0,8 \text{ м}$ і масою $m_1=6 \text{ кг}$ стоїть людина масою $m_2=60 \text{ кг}$. З якою кутовою швидкістю ω почне обертатися лавка, якщо людина піймає м'яч, що летить на неї, масою $m=0,5 \text{ кг}$? Траєкторія м'яча горизонтальна і проходить на відстані $r=0,4 \text{ м}$ від осі лавки. Швидкість м'яча $V=5 \text{ м/с}$.

159. Горизонтальна платформа масою $m_1=150 \text{ кг}$ обертається навколо вертикальної осі, що проходить через центр платформи, з частотою $n=8 \text{ хв}^{-1}$. Людина масою $m_2=70 \text{ кг}$ стоїть при цьому на краю платформи, з якою кутовою швидкістю ω почне обертатися платформа, якщо людина перейде від краю платформи до її центру? Вважати платформу круглим, однорідним диском, а людину – матеріальною точкою.

160. Однорідний стержень довжиною $l=1,0 \text{ м}$ і масою $M=0,7 \text{ кг}$ підвішений на горизонтальній осі, що проходить через верхній кінець стержня. Точку, що відстоїть від осі на $2/3l$, абсолютно пружньо вдаряє куля масою $m=5 \text{ кг}$, що летить перпендикулярно стержню і його осі. Після удару стержень відхилився на кут $\alpha=60^\circ$. Визначити швидкість кулі.

161. Визначити напруженість G гравітаційного поля на висоті $h=1000 \text{ км}$ над поверхнею Землі. Вважати відомими прискорення g вільного падіння біля поверхні Землі і її радіус R .

162. Яка робота A буде зроблена силами гравітаційного поля при падінні на Землю тіла масою $m = 2 \text{ кг}$: 1) з висоти $h = 1000 \text{ км}$; 2) з нескінченності?

163. З нескінченності на поверхність Землі падає метеорит масою $m=30 \text{ кг}$. Визначити роботу A , що при цьому буде зроблена силами гравітаційного поля Землі. Прискорення вільного падіння g біля поверхні Землі і її радіус R вважати відомими.

- 164.** З поверхні Землі вертикально вгору випущена ракета зі швидкістю $V=5$ км/с. На яку висоту вона підніметься?
- 165.** По круговій орбіті навколо Землі обертається зворотно з періодом $T=90$ хв. Визначити висоту зворотньої. Прискорення вільного падіння g у поверхні Землі і її радіус R вважати відомими.
- 166.** На якій відстані від центра Землі знаходиться точка, в якій напруженість сумарного гравітаційного поля Землі і Місяця дорівнює нулю? Прийняти, що маса Землі у 81 раз більше маси Місяця і що відстань від центра Землі до центра Місяця дорівнює 60 радіусам Землі.
- 167.** Супутник обертається навколо Землі по круговій орбіті на висоті $h=520$ км. Визначити період обертання супутника. Прискорення вільного падіння g біля поверхні Землі і її радіус R вважати відомими.
- 168.** Визначити лінійну і кутову швидкості супутника Землі, що обертається по круговій орбіті на висоті $h=1000$ км. Прискорення вільного падіння g біля поверхні Землі та її радіус R вважати відомими.
- 169.** Яка маса Землі, якщо відомо, що Місяць протягом року робить 13 обертів навколо Землі. Відстань від Землі до Місяця дорівнює $3,84 \cdot 10^8$ м?
- 170.** В скільки разів середня густина земної речовини відрізняється від середньої густини місячної? Прийняти, що радіус R_z Землі в 390 разів більше радіуса R_m Місяця і вага тіла на Місяці в 6 разів менше ваги тіла на Землі.
- 171.** На стержні довжиною $l=30$ см укріплені два однакових гру зика: один — в середині стержня, інший — на одному з його кінців. Стержень з вантажами коливається біля горизонтальної осі, що проходить через вільний кінець стержня. Визначити приведену довжину L і період T простих гармонічних коливань даного фізичного маятника. Масою стержня знехтувати.
- 172.** Точка бере участь одночасно в двох зворотно-перпендикулярних коливаннях, рівняння яких $x=A_1 \sin \omega_1 t$ та $x=A_2 \sin \omega_2 t$, де $A_1=8$ см, $A_2=4$ см, $\omega_1=\omega_2=2$ с⁻¹. Написати рівняння траєкторії і побудувати її. Показати напрямок руху точки.
- 173.** Точка робить прості гармонічні коливання, рівняння котрих $x=A \sin \omega t$, де $A=5$ см, $\omega=2$ с⁻¹. В момент часу, коли точка мала потенційну енергію $\Pi=0,1$ мДж, на неї діяла зворотня сила $F=5$ мН. Знайти цей момент часу t .
- 174.** Визначити частоту ν простих гармонічних коливань диска радіусом $R=20$ см біля горизонтальної осі, що проходить через середину радіуса диска перпендикулярно його площині.

175. Визначити період T простих гармонічних коливань диска радіусом $R=40$ см біля горизонтальної осі, що проходить через утворюючу диска.

176. Визначити період T коливань математичного маятника, якщо його модуль максимального переміщення $\Delta r=18$ см та максимальна швидкість $V_{max}=16$ см/с.

177. Матеріальна точка робить прості гармонічні коливання так, що в початковий момент часу зсув $x_0=4$ см, а швидкість $V_0=10$ см/с. Визначити амплітуду A і початкову фазу φ_0 коливань, якщо їхній період $T=2$ с.

178. Складаються два коливання однакового напрямку й однакового періоду: $x_1=A_1\sin\omega_1 t$ та $x_2=A_2\sin\omega_2(t+\tau)$, де $A_1 = A_2 = 3$ см, $\omega_1=\omega_2= \pi\text{с}^{-1}$, $\tau=0,5$ с. Визначити амплітуду A та початкову фазу φ_0 результуючого коливання. Написати його рівняння. Побудувати векторну діаграму для моменту часу $t=0$.

179. На гладкому горизонтальному столі лежить куля масою $M=200$ г, прикріплений до горизонтально розташованої легкої пружини з жорсткістю $k = 500$ Н/м. У кульку попадає куля масою $m=10$ г, що летить зі швидкістю $V=300$ м/с, і застряє в ньому. Нехтуючи переміщенням кульки під час удару й опором повітря, визначити амплітуду A та період T коливань кулі.

180. Кулька масою $m=60$ г коливається з періодом $T=2$ с. У початковий момент часу зсув кульки $x_0=4,0$ см і вона має енергію $E=0,02$ Дж. Записати рівняння простого гармонічного коливання кульки і закон зміни зворотної сили з плином часу.

2. МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА. ТЕРМОДИНАМІКА.

2.1. Основні формули.

Кількість речовини тіла (системи)

$$\nu = N / N_A ,$$

де N - число структурних елементів (молекул, атомів, йонів та т.і.), складаючих тіло (систему); N_A постійна Авогадро ($N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹).

Молярна маса речовини

$$M = m / \nu ,$$

де m - маса однорідного тіла (системи); ν -кількості речовини цього тіла.

Відносна молекулярна маса речовини

$$M_r = \sum n_i A_{r,i},$$

де n_i - число атомів 1-го хімічного елемента, що входить в склад молекули даної речовини; $A_{r,i}$ -відносна атомна маса цього елемента. Відносні атомні маси приводяться у таблиці Д.І. Менделєєва. Див. також табл. 14 Додаток.

Зв'язок молярної маси M з відносною молекулярною масою речовини

$$M = M_r k ,$$

де $k=10^{-3}$ кг/моль.

Кількість речовини суміші газів

$$\nu = \nu_1 + \nu_2 + \dots + \nu_n = \frac{N_1}{N_A} + \frac{N_2}{N_A} + \dots + \frac{N_n}{N_A} ,$$

чи

$$\nu = \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} + \dots + \frac{m_n}{M_n} ,$$

де ν_i , N_i , m_i , M_i відповідно кількість речовини, кількість молекул, маса, молярна маса 1-го компонента суміші.

Рівняння Менделєєва-Клапейрона (рівняння стану ідеального газу)

$$pV = \frac{m}{M} RT = \nu RT ,$$

де m - маса газу, M -молярна маса газу, R -молярна газова постійна, ν - кількість речовини, T - термодинамічна температура.

Дослідні газові закони, що є окремими випадками рівняння Менделєєва — Клапейрона для ізопроцесів:

а) закон Бойля — Маріотта (ізотермічний процес: $T = \text{const}$, $m = \text{const}$)

$$pV = \text{const} ,$$

чи для двох станів газу

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 ;$$

б) закон Гей - Люссака (ізобарний процес: $p = \text{const}$, $m = \text{const}$)

$$\frac{V}{T} = \text{const} ,$$

чи для двох станів

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} ;$$

в) закон Шарля (ізохорний процес: $V = \text{const}$, $m = \text{const}$)

$$\frac{p}{T} = \text{const} ,$$

чи для двох станів

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} ;$$

г) об'єднаний газовий закон ($m = \text{const}$)

$$\frac{pV}{T} = \text{const} , \text{ чи } \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} ,$$

де p_1, V_1, T_1 – тиск, об'єм та температура газу в початковому стані; p_2, V_2, T_2 – ті ж величини в кінцевому стані.

Закон Дальтона, що визначає тиск суміші газів

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n ,$$

де p_i - парціальні тиски компонентів суміші; n - число компонентів суміші.

Парціальним тиском називається тиск газу, що створював би цей газ, якби тільки він один знаходився в посуді, зайнятій сумішшю.

Молярна маса суміші газів

$$M = \frac{m_1 + m_2 + \dots + m_n}{\nu_1 + \nu_2 + \dots + \nu_n} ,$$

де m_i - маса 1-го компонента суміші; $\nu_i = \frac{m_i}{M_i}$ - кількість речовини 1-го компонента

суміші; n - число компонентів суміші. Речовини 1-го компонента суміші.

Масова частка i -г. компонента суміші газу (у долях одиниць чи відсотках)

$$\omega_i = \frac{m_i}{m} ,$$

де m - маса суміші.

Концентрація молекул

$$n = \frac{N}{V} = \frac{N_a \rho}{M} ,$$

де N - число молекул, що містяться в даній системі; P - густина речовини; V - об'єм системи. Формула справедлива не тільки для газів, але і для будь-якого агрегатного стану речовини.

Основне рівняння кінетичної теорії газів

$$p = \frac{2}{3} n \langle \varepsilon_n \rangle ,$$

де $\langle \varepsilon_n \rangle$ - середня кінетична енергія поступального руху молекули.

Середня кінетична енергія поступального руху молекули

$$\langle \varepsilon_n \rangle = \frac{3}{2} kT ,$$

де k - постійна Больцмана.

Середня повна кінетична енергія молекули.

$$\langle \varepsilon_i \rangle = \frac{i}{2} kT ,$$

де i - число ступенів свободи молекули.

Залежність тиску газу від концентрації молекул і температури

$$p = nkT .$$

Швидкості молекул:

$$\langle v_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_1}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \text{ - середня квадратична;}$$

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_1}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \text{ - середня арифметична;}$$

$$v_в = \sqrt{\frac{2kT}{m_1}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}} \text{ - найбільш ймовірна,}$$

де m_1 — маса однієї молекули.

Відносна швидкість молекули

$$u = \frac{v}{v_в} ,$$

де v - швидкість даної молекули.

Питома теплоємність газу при постійному об'ємі (c_v) та постійному тиску (C_p)

$$C_V = \frac{i}{2} \cdot \frac{R}{M} , \quad C_P = \frac{i+2}{2} \cdot \frac{R}{M} .$$

Зв'язок між питомою c та молярною C теплоємностями

$$c = C / M , \quad C = cM .$$

Рівняння Майєра

$$C_P - C_V = R .$$

Внутрішня енергія ідеального газу

$$U = \frac{m}{M} \cdot \frac{i}{2} RT = \frac{m}{M} C_V T.$$

Перший закон термодинаміки

$$Q = \Delta U + A,$$

Q -теплота, надана системі (газу); ΔU — зміна внутрішньої енергії системи; A — робота, зроблена системою проти зовнішніх сил.

Робота розширення газу:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV \text{ в загальному випадку;}$$

$$A = p(V_2 - V_1) \text{ при ізобарному процесі;}$$

$$A = \frac{m}{M_1} RT \ln \frac{V_2}{V_1} \text{ при ізотермічному процесі;}$$

$$A = -\Delta U = -\frac{m}{M} C_V \Delta T, \Delta \quad \text{чи} \quad A = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \cdot \frac{m}{M} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right]$$

при адіабатному процесі, де $\gamma = c_p / c_v$ показник адіабати.

Рівняння Пуассона, що зв'язують параметри ідеального газу при адіабатному процесі:

$$pV^\gamma = \text{const}, \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1},$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma, \quad \frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma,$$

Термічний ККД циклу

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

де Q_1 - тепло, отримане робочим тілом від тепло-віддатчика; Q_2 - теплота, передана робочим тілом тепло-приймнику.

Термічний ККД циклу Карно

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

де T_1 та T_2 – термодинамічні температури тепло-віддатчика та тепло-приймника. Коефіцієнт поверхневого натягу

$$\alpha = \frac{F}{l}, \quad \text{чи} \quad \alpha = \frac{\Delta E}{\Delta S},$$

де F - сила поверхневого натягу, діюча на контур l , обмежуючий поверхню рідини; ΔE - зміна вільної енергії поверхневої плівки рідини, зв'язане зі зміною площі ΔS по поверхні цієї плівки.

Формула Лапласа, що виражає тиск p , створюваний сферичною поверхнею рідини:

$$p = \frac{2\alpha}{R},$$

де R — радіус сферичної поверхні.

Висота підйому рідини в капілярній трубці

$$h = \frac{2\alpha \cos \theta}{\rho g R},$$

де θ - крайовий кут ($\theta = 0$ при повному змочуванні стінок трубки рідиною; $\theta = \pi$ при повному незмочуванні); R - радіус каналу трубки; ρ - густина рідини g - прискорення вільного падіння.

Висота підйому рідини між двома близькими та паралельними одна одній площинами

$$h = \frac{2\alpha \cos \theta}{\rho g d},$$

де d - відстань між площинами.

2.2. Приклади розв'язування задач.

Приклад 1. Визначити для сірчаної кислоти: 1) відносну молекулярну масу M_r ; 2) молярну масу M .

Розв'язування. 1. Відносна молекулярна маса речовини дорівнює сумі відносних атомних мас всіх елементів, атоми яких входять до складу молекули даної речовини, і визначається по формулі

$$M_r = \sum n_i A_{r,i}, \quad (1)$$

де n_i — число атомів 1-го елемента, що входять у молекулу; $A_{r,i}$ — відносна атомна маса 1-го елемента. Хімічна формула сірчаної кислоти має вид H_2SO_4 . Так як до складу молекули сірчаної кислоти входять атоми трьох елементів, то сума, що стоїть в правій частині, рівності (1) буде складатись з трьох складових та вона прийме вигляд

$$M_r = n_1 A_{r,1} + n_2 A_{r,2} + n_3 A_{r,3}. \quad (2)$$

З формули сірчаної кислоти далі виходить, що $n_1=2$ (два атоми водню), $n_2=1$ (один атом сірки) та $n_3=4$ (чотири атоми кисню).

Значення відносних атомних мас водню, сірки і кисню знайдемо в таблиці Д.І. Менделєєва.

$$A_{r,1}=1, \quad A_{r,2}=32, \quad A_{r,3}=16.$$

Підставивши значення n_i , та $A_{r,i}$ у формулу (2), знайдемо (відносну молекулярну масу сірчаної кислоти:

$$M_r = 2 \cdot 1 + 1 \cdot 32 + 4 \cdot 16 = 98.$$

2. Знаючи відносну молекулярну масу M_r , знайдемо молярну масу сірчаної кислоти по формулі

$$M = M_r k, \quad (3)$$

де $k=10^{-3}$ кг/моль.

Підставивши в (3) значення величин отримаємо

$$M = 98 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль.}$$

Приклад 2. Визначити молярну масу M суміші кисню масою $m_1=25$ г і азоту масою $m_2=75$ г.

Розв'язування. Молярна маса суміші M є відношенням маси суміші m до кількості речовини суміші v :

$$M = m/v. \quad (1)$$

Маса суміші дорівнює сумі мас компонентів суміші:

$$m = m_1 + m_2$$

Кількість речовини суміші дорівнює сумі кількостей речовини компонентів:

$$v = v_1 + v_2 = \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}.$$

Підставивши у формулу (1) рівняння m та v , отримаємо:

$$M = \frac{m_1 + m_2}{\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}}.$$

Застосувавши метод, використаний у прикладі 1, знайдемо молярні маси кисню M_1 і азоту M_2 : $M_1=32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль; $M_2=28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Підставимо значення величини (2) та зробимо розрахунки:

$$M = \frac{25 \cdot 10^{-3} + 75 \cdot 10^{-3}}{25 \cdot 10^{-3} / (32 \cdot 10^{-3}) + 75 \cdot 10^{-3} / (28 \cdot 10^{-3})} \text{ кг/моль} = 28,9 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль.}$$

Приклад 3. Визначити число N молекул, що містяться в об'ємі $V=1$ мм³ води, і масу m_1 молекули води, вважаючи умовно, що молекули води мають вид кульок, що стикаються одна з одною, знайти діаметр d молекул.

Розв'язування. Число N молекул, що містяться в деякій системі масою m , дорівнює добутку постійної Авогадро N_A на кількість речовини v :

$$N = v N_A.$$

Так як $v = m / M$, де M - молярна маса, звідси $N = \frac{m N_A}{M}$. Вказавши з цієї формули

масу як добуток густини на об'єм V отримаємо

$$N = \rho V N_A / M.$$

Зробимо обчислення, враховуючи, що $M=18 \cdot 10^{-3}$ кг/моль:

$$N = \frac{10^3 \cdot 10^{-9}}{18 \cdot 10^{-3}} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \text{ молекул} = 3,34 \cdot 10^{19} \text{ молекул.}$$

Масу m_1 однієї молекули можна знайти по формулі

$$m_1 = M/N_A. \quad (1)$$

Підставивши у (1) значення M та N_A знайдемо масу молекули води:

$$m_1 = \frac{18 \cdot 10^{-3}}{6,02 \cdot 10^{23}} \text{ кг} = 2,99 \cdot 10^{-26} \text{ кг}.$$

Якщо молекули води щільно прилягають друг до друга, то можна вважати, що на кожную молекулу приходиться об'єм (кубічна ячейка) $V_1 = d^3$, де d — діаметр молекули. Звідси

$$d = \sqrt[3]{V_1}. \quad (2)$$

Обсяг V_1 знайдемо, розділивши молярний об'єм V_m на число молекул в молі, тобто на N_a :

$$V_1 = V_m / N_a. \quad (3)$$

Підставимо рівняння (3) в (2):

$$d = \sqrt[3]{V_m / N_a},$$

де $V_m = M / \rho$. Тоді

$$d = \sqrt[3]{M / (\rho N_a)}. \quad (4)$$

Перевіримо, чи дає права частина рівняння (4) одиницю довжини:

$$\left\{ \frac{[M]}{[\rho][N_a]} \right\}^{1/3} = \left\{ \frac{1 \text{ кг} / \text{моль}}{1 \text{ кг} / \text{м}^3 \cdot 1 \text{ моль}^{-1}} \right\}^{1/3} = 1 \text{ м}.$$

Зробимо обчислення:

$$d = \sqrt[3]{\frac{18 \cdot 10^{-3}}{10^3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}} \text{ м} = 3,11 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 311 \text{ пм}.$$

Приклад 4. В балоні об'ємом 10 л знаходиться гелій під тиском $p_1 = 1$ МПа та при температурі $T_1 = 300$ К. Після того як з балона було взято $m = 10$ г гелію, температура в балоні понизилася до $T_2 = 290$ К. Визначити тиск p_2 гелію, що залишився в балоні.

Розв'язування. Для рішення задачі скористаємося рівнянням Менделєєва - Клапейрона, застосувавши його до кінцевого стану газу:

$$p_2 V = \frac{m_2}{M} R T_2, \quad (1)$$

де m_2 — маса гелію в балоні в кінцевому стані; M — молярна маса гелію; R — молярна газова постійна.

З рівняння (1) виразимо шуканий тиск:

$$p_2 = m_2 R T_2 / (M V). \quad (2)$$

Масу m_2 гелію виразимо через масу m_1 , що відповідає початковому стану, та масу m гелію, взятого з балону:

$$m_2 - m_1 - m. \quad (3)$$

Масу m_1 гелію знайдемо також з рівняння Менделєєва - Клайперона, застосувавши його до початкового стану:

$$m_1 = Mp_1V / (RT_1). \quad (4)$$

Підставивши рівняння маси m_1 в (3), а потім рівняння m_2 в (2), знайдемо

$$p_2 = \left(\frac{Mp_1V}{RT_1} - m \right) \cdot \frac{RT_2}{MV},$$

чи

$$p_2 = \frac{T_2}{T_1} p_1 - \frac{m}{M} \cdot \frac{RT_2}{V}.$$

Перевіримо, чи дає формула (5) одиницю тиску. Для цього в її праву частину замість символів величин підставимо їхньої одиниці. В правій частині формули два; доданки. Очевидно, що перше з них дає одиниць тиску, тому що складається з двох множників, перший з яких (T_2/T_1) — безрозмірний, а другий — тиск. Перевіримо другий доданок:

$$\begin{aligned} \frac{[m][R][T]}{[M][V]} &= \frac{1\text{кг}}{1\text{кг}/\text{моль}} \cdot \frac{1\text{Дж}/(\text{моль}\cdot\text{К})\cdot 1\text{К}}{1\text{м}^3} = \frac{1\text{кг}\cdot 1\text{моль}}{1\text{кг}} \cdot \frac{1\text{Дж}\cdot 1\text{К}}{1\text{м}^3\cdot 1\text{моль}\cdot 1\text{К}} = \\ &= \frac{1\text{Дж}}{1\text{м}^3} = \frac{1\text{Н}\cdot\text{м}}{1\text{м}^3} = \frac{1\text{Н}}{1\text{м}^2} = 1\text{Па}. \end{aligned}$$

Поскаль є одиницею тиску. Зробимо обчислення по формулі (5), враховуючи, що $M = 4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль (див. табл. 14 Додаток):

$$p_2 = \left(\frac{290}{300} \cdot 10^6 - \frac{10^{-2}}{4 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{8,31}{10^{-2}} \cdot 290 \right) \text{Па} = 3,64 \cdot 10^5 \text{Па} = 0,364 \text{МПа}.$$

Приклад 5. Балон містить $m_1 = 80$ г кисню і $m_2 = 320$ г аргону. Тиск суміші $p = 1$ МПа, температура $T = 300$ К. Приймаючи дані гази за ідеальні, визначити об'єм V балона.

Розв'язування. За законом Дальтона, тиск суміші дорівнює сумі парціальних тисків газів, що входять до складу суміші. По рівнянню Менделєєва — Клапейрона, парціальні тиски p_1 кисню і p_2 аргону виражаються формулами

$$p_1 = m_1 RT / (M_1 V), p_2 = m_2 RT / (M_2 V).$$

Звідси за законом Дальтона тиск суміші газів

$$p = p_1 + p_2, \quad p = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) \cdot \frac{RT}{V}.$$

Зробимо обчислення, враховуючи, що

$$M_1 = 32 \cdot 10^{-3} \text{кг}/\text{моль}, M_2 = 40 \cdot 10^{-3} \text{кг}/\text{моль} :$$

$$V = \left(\frac{0,08}{32 \cdot 10^{-3}} + \frac{0,32}{40 \cdot 10^{-3}} \right) \cdot \frac{8,31 \cdot 300}{10^6} \text{м}^3 = 0,0262 \text{м}^3 = 26,2 \text{л}.$$

Приклад 6. Знайти середню кінетичну енергію $\langle \epsilon_{\text{ср}} \rangle$ обертального руху однієї молекули кисню при температурі $T = 350$ К, а також кінетичну енергію E_k обертального руху всіх молекул кисню масою $m = 4$ г.

Розв'язування. На кожен ступінь волі молекули газу приходится однакова середня енергія $\varepsilon = \frac{1}{2}kT$, де k — постійна Больцмана; T — термодинамічна температура газу. Так як обертальному руху двохатомної молекули (молекула кисню-двохатомна) відповідають дві ступені волі, то середня енергія обертального руху молекули кисню

$$\langle \varepsilon_{ep} \rangle = 2 \cdot \frac{1}{2} kT. \quad (1)$$

Кінетична енергія обертального руху всіх молекул газу

$$E_k = \langle \varepsilon_{ep} \rangle N. \quad (2)$$

Число всіх молекул газу

$$N = N_a \cdot \nu,$$

де, N_a - постійна Авогадро; ν -кількість речовини.

Якщо врахувати, що кількість речовини $\nu = m/M$, де m — маса газу; M — молярна маса газу, то формула (2) прийме вигляд

$$N = N_a \frac{m}{M}.$$

Підставивши рівняння N в формулу (2), отримаємо

$$E_k = N_a m \langle \varepsilon_{ep} \rangle / M. \quad (4)$$

Зробимо обчислення, враховуючи, що для кисню $M = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг / моль}$

$$\langle \varepsilon_{ep} \rangle = kT = 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 350 \text{ Дж} = 4,83 \cdot 10^{-21} \text{ Дж};$$

$$E_k = 6,02 \cdot 10^{23} \cdot \frac{4 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}} \cdot 4,83 \cdot 10^{-21} \text{ Дж} = 364 \text{ Дж}.$$

Приклад 7. Обчислити питомі теплоємності при постійному об'ємі C_V і при постійному тиску C_p неону і водню, приймаючи ці гази за ідеальні.

Розв'язування. Питомі теплоємності ідеальних газів виражаються формулами

$$C_V = \frac{i}{2} \cdot \frac{R}{M}, \quad (1)$$

$$C_p = \frac{i+2}{2} \cdot \frac{R}{M}, \quad (2)$$

де i — число ступенів волі молекули газу; M — молярна маса. Для неону (одноатомний газ) $i=3$ і $M = 20 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Зробимо обчислення:

$$C_V = \frac{3}{2} \cdot \frac{8,31}{20 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) = 6,24 \cdot 10^2 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К});$$

$$C_p = \frac{3+2}{2} \cdot \frac{8,31}{20 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) = 1,04 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

Для водню (двохатомний газ) $i=5$ і $M = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Тоді

$$C_V = \frac{5}{2} \cdot \frac{8,31}{2 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) = 1,04 \cdot 10^4 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К});$$

$$C_p = \frac{5+2}{2} \cdot \frac{8,31}{2 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) = 1,46 \cdot 10^4 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

Приклад 8. Обчислити питомі теплоємності C_V і C_p суміші неону і водню, якщо масові частки неону і водню складають $\omega_1 = 80\%$ і $\omega_2 = 20\%$. Значення питомих теплоємностей газів взяти з попереднього приклада.

Розв'язування. Питому теплоємність c_v суміші при постійному об'ємі знайдемо в такий спосіб. Теплоту, необхідну для нагрівання суміші на ΔT виразимо двома способами:

$$Q = c_V (m_1 + m_2) \Delta T, \quad (1)$$

$$Q = (c_{V,1} m_1 + c_{V,2} m_2) \Delta T, \quad (2)$$

де $C_{V,1}$ — питома теплоємність неону; $C_{V,2}$ — питома теплоємність водню. Прирівнявши праві частини (1) і (2) і розділивши обидві частини отриманого рівняння на ΔT , отримаємо $C_V (m_1 + m_2) = C_{V,1} m_1 + C_{V,2} m_2$. Звідси

$$C_V = C_{V,1} \cdot \frac{m_1}{m_1 + m_2} + C_{V,2} \cdot \frac{m_2}{m_1 + m_2},$$

чи

$$C_V = C_{V,1} \cdot \omega_1 + C_{V,2} \cdot \omega_2,$$

$$\text{де } \omega_1 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \text{ та } \omega_2 = \frac{m_2}{m_1 + m_2}.$$

Міркуючи так само, одержимо формулу для обчислення питомої теплоємності суміші при постійному тиску:

$$C_p = C_{p,1} \cdot \omega_1 + C_{p,2} \cdot \omega_2.$$

Зробимо обчислення:

$$\begin{aligned} C_V &= (6,24 \cdot 10^2 \cdot 0,8 + 1,04 \cdot 10^4 \cdot 0,2) \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) = \\ &= 2,58 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) = 2,58 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}); \end{aligned}$$

$$C_p = (1,04 \cdot 10^3 \cdot 0,8 + 1,46 \cdot 10^4 \cdot 0,2) \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) = \\ = 3,75 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) = 3,75 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

Приклад 9. Кисень масою $m = 2 \text{ кг}$ займає об'єм $V_1 = 1 \text{ м}^3$ та знаходиться під тиском $p_1 = 0,2 \text{ МПа}$. Газ був нагрітий спочатку при постійному тиску до об'єму $V_2 = 3 \text{ м}^3$, а потім при постійному об'ємі до тиску $p_3 = 0,5 \text{ МПа}$. Знайти зміну ΔU внутрішньої енергії газу, зроблену їм роботу A та теплоту Q , передану газу. Побудувати графік процесу.

Розв'язування. Зміна внутрішньої енергії газу

$$\Delta U = C_V m \Delta T = \frac{i}{2} \frac{R}{M} m \Delta T; \quad (1)$$

де i — число ступенів волі молекул газу (для двохатомних молекул кисню ($i=5$)); $\Delta T = T_3 - T_1$ — різниця температур газу в кінцевому (третьому) і початковому станах.

Початкову і кінцеву температуру газу знайдемо з Рівняння Менделєєва — Клапейрона

$$pV = \frac{m}{MR} RT, \quad \text{звідки}$$

$$T = pVM / (mR).$$

Робота розширення газу при постійному тиску виражається формулою

$$A_1 = \frac{m_1}{MR} p \Delta T.$$

Робота газу, що нагрівається при постійному об'ємі дорівнює нулю:

$$A_2 = 0.$$

Звідси, повна робота, створюєма газом

$$A = A_1 + A_2 = A_1.$$

Відповідно до першого закону термодинаміки, теплота Q передана газу, дорівнює сумі зміни внутрішньої енергії ΔU та роботи A :

$$Q = \Delta U + A.$$

Зробимо обчислення, врахувавши, що для кисню $M = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ (див. табл. 14 Додатка):

$$T_1 = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 1 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8,31} \text{ К} = 385 \text{ К};$$

$$T_2 = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8,31} \text{ К} = 1155 \text{ К};$$

$$T_3 = \frac{5 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8,31} \text{ К} = 2887 \text{ К};$$

$$A_1 = \frac{8,31 \cdot 2(2887 - 385)}{32 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж} = 0,400 \cdot 10^6 \text{ Дж} = 0,4 \text{ МДж};$$

$$A = A_1 = 0,4 \text{ МДж};$$

$$\Delta U = \frac{5}{2} \cdot \frac{8,31 \cdot 2(2887 - 385)}{32 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж} = 3,24 \cdot 10^6 \text{ Дж} = 3,24 \text{ МДж};$$

$$Q = (3,24 + 0,4) \text{ МДж} = 3,64 \text{ МДж}.$$

Графік процесу приведений на рис 7.

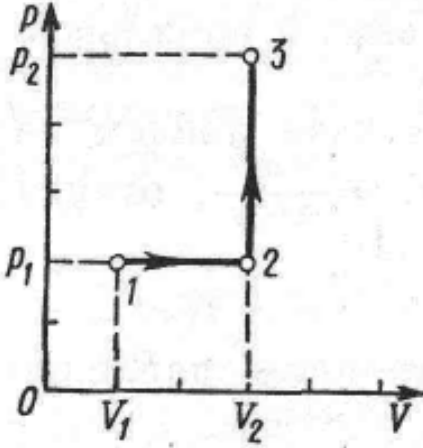


Рис.7

Приклад 10. В циліндрі під поршнем знаходиться водень масою $m = 0,02 \text{ кг}$ при температурі $T_1 = 300 \text{ К}$.

Водень спочатку розширився, адіабатно збільшивши свій об'єм в $n_1 = 5$ разів, а потім був стиснутий ізотермічно, причому об'єм газу зменшився в $n_2 = 5$ разів. Знайти температуру в кінці адіабатного розширення та роботу, створену газом при цих процесах. Зобразити процес графічно.

Розв'язування: температури та об'єми газу, утворюючого адіабатний процес, пов'язані між собою відношенням

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1}, \text{ чи } \frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{n_1^{\gamma-1}},$$

де γ - відношення теплоємностей газу при постійному тиску та постійному

об'ємі; $n_1 = \frac{V_2}{V_1}$.

Звідси отримуємо наступне рівняння для кінцевої температури:

$$T_2 = T_1 / n_1^{\gamma-1}.$$

робота A_1 газу при адіабатному розширенні може бути визначена по формулі

$$A_1 = \frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2) = \frac{m}{M} \cdot \frac{i}{2} R (T_1 - T_2),$$

Робота C_V - молярна теплоємність газу при постійному об'ємі. Робота A_2 газу при ізотермічному процесі може бути виражена у вигляді

$$A_2 = \frac{m}{M} RT_2 \ln \frac{V_3}{V_2}, \quad \text{чи} \quad A_2 = \frac{m}{M} RT_2 \ln \frac{1}{n_2},$$

$$\text{де } n_2 = \frac{V_2}{V_3}.$$

Зробимо обчислення з огляду на те, що для водню як двоатомного газу $\gamma=1,4$, $i=5$, та $M=2 \cdot 10^{-3} \text{ кг / моль}$:

$$T_2 = \frac{300}{5^{1,4-1}} \text{ К} = \frac{300}{5^{0,4}} \text{ К}.$$

Так як $5^{0,4}=1,91$ (знаходиться логарифмуванням), звідси

$$T_2 = \frac{300}{1,91} \text{ К} = 157 \text{ К};$$

$$A_1 = \frac{0,02 \cdot 5 \cdot 8,31}{2 \cdot 10^{-3} \cdot 2} (300 - 157) \text{ Дж} = 29,8 \text{ кДж};$$

$$A_2 = \frac{0,02}{2 \cdot 10^{-3}} \cdot 8,31 \cdot 157 \ln \frac{1}{5} \text{ Дж} = -21 \text{ кДж}.$$

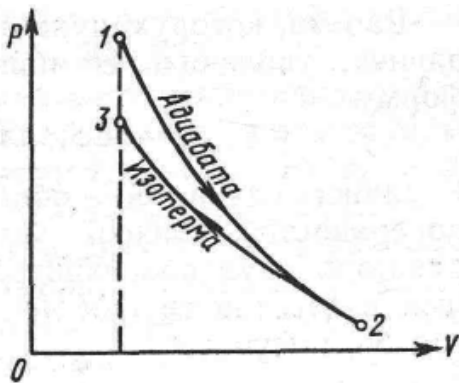


Рис. 8

Знак мінус показує, що при стискуванні робота газу створюється над газом зовнішніми силами. Графік процесу приведено на рис. 8.

Приклад 11: Теплова машина працює по зворотньому циклу Карно. Температура тепло-віддатчика $T_1=500 \text{ К}$. Визначити термічний ККД η циклу і температуру T_2 тепло-приймача теплової машини, якщо за рахунок кожного

джоуля теплоти, отриманої від тепло-віддатчика, машина робить роботу $A = 350 \text{ Дж}$.

Розв'язування. Термічний ККД теплової машини показує, яка частина теплоти, отриманої від тепло-віддатчика, перетворюється в механічну роботу. Термічний ККД виражається формулою

$$\eta = \frac{A}{Q_1},$$

де Q_1 — теплота, отримана від тепло-віддатчика; A - робота, зроблена робочим тілом теплової машини. Знаючи ККД циклу, можна по формулі $\eta = (T_1 - T_2)/T_1$ визначити температуру охолоджувача T_2 :

$$T_2 = T_1(1 - \eta).$$

Зробимо розрахунки:

$$\eta = \frac{350}{1000} = 0,35; T_2 = 500(1 - 0,35) \text{ К} = 325 \text{ К}.$$

Приклад 12. Знайти додатковий тиск всередині мильного міхура діаметром $d=10 \text{ см}$. Яку роботу потрібно зробити, щоб видути цей міхур?

Розв'язування. Плівка мильного міхура має дві сферичні поверхні: зовнішню і внутрішню. Обидві поверхні створюють тиск на повітря, що знаходиться всередині

міхура. Так як товщина плівки надзвичайно мала, то діаметри обох поверхонь практично однакові. Тому додатковий тиск

$$p = 2 \cdot \frac{2\alpha}{r},$$

де, r - радіус міхура. Так як $r = d/2$, звідси

$$p = 8\alpha / d.$$

Робота, яку потрібно зробити, щоб, розтягуючи плівку, збільшити її поверхню на ΔS , виражається формулою

$$A = \alpha \Delta S, \text{ чи } A = a(S - S_0).$$

В даному випадку S — загальна площа двох сферичних поверхонь плівки мильного міхура; S_0 — загальна площа двох поверхонь плоскої плівки, зтягуючої отвір трубки до видування міхура. Нехтуючи S_0 , одержуємо

$$A = \alpha S = 2\pi d^2 \alpha.$$

Зробимо обчислення:

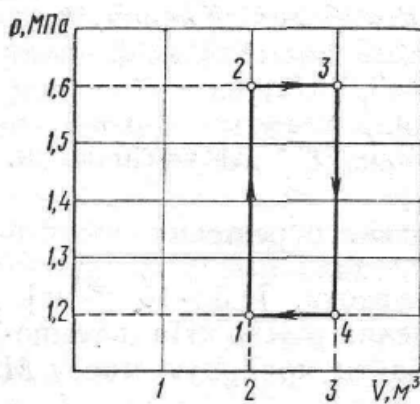
$$p = \frac{8 \cdot 40 \cdot 10^{-3}}{0,1} \text{ Па} = 3,2 \text{ Па};$$

$$A = 2 \cdot 3,14 \cdot (0,1)^2 \cdot 40 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 2,5 \text{ мДж}.$$

2.3. Задачі для самостійної роботи

1. Обчислити масу m атома азоту. [2,33·10⁻²⁶ кг]
2. Густина газу ρ при тиску $p = 96$ кПа і температурі $t = 0^\circ\text{C}$ дорівнює 1,35 г/л. Знайти молярну масу M газу. [32·10⁻³кг/моль]
3. Визначити тиск p_1 і p_2 газу, що містить $N = 10^9$ молекул і має об'єм $V = 1\text{см}^3$, при температурах $T_1 = 3\text{К}$ і $T_2 = 1000\text{К}$. [41,4 нПа; 13,8 мкПа]
4. При температурі $t = 35^\circ\text{C}$ і тиску $p = 708$ кПа густина деякого газу $\rho = 12,2\text{кг/м}^3$. Визначити відносну молекулярну масу M_r газу. [44,1]
5. Який обсяг V займає суміш азоту масою $m_1 = 1$ кг і гелію масою $m_2 = 1$ кг при нормальних умовах? [6,4 м³]
6. У балоні місткістю $V = 15$ л знаходиться суміш, що містить $m_1 = 10$ г водню, $m_2 = 54$ г водяного пару і $m_3 = 60$ г окису вуглецю. Температура суміші $t = 27^\circ$. Визначити тиск. [1,69 МПа]

7. Знайти повну кінетичну енергію, а також кінетичну енергію обертального руху однієї молекули аміаку NH_3 при температурі $t=27^\circ\text{C}$. [$1,24 \cdot 10^{-20}$ Дж; $6,2 \cdot 10^{-21}$ Дж]
8. Визначити питомі теплоємності C_V і C_P газоподібного оксиду вуглецю CO . [743 Дж/(кг·К); 1,04 кДж/(кг·К)]
9. Суміш газу складається з кисню O_2 з масовою часткою $w_1 = 85\%$ і озону O_3 з масовою часткою $w_2 = 15\%$. Визначити питомі теплоємності C_V і C_P цієї газової суміші. [629 Дж/(кг·К); 877 Дж/(кг·К)]
10. Газова суміш складається з азоту масою $m_1 = 3$ кг і водяного пару масою $m_2 = 1$ кг. Приймаючи ці гази за ідеальні, визначити питомі теплоємності C_V і C_P газової суміші. [902 Дж/(кг·К); 1,24 Дж/(кг·К)]
11. Молекула газу складається з двох атомів; різниця питомих теплоємностей газу при постійному тиску і постійному об'ємі дорівнює 260 Дж/(кг·К). Знайти молярну масу газу і його питомі теплоємності C_V і C_P . [$132 \cdot 10^{-3}$ кг/моль; 650 Дж/(кг·К); 910 Дж/(кг·К)]
12. Знайти середню довжину, $\langle l \rangle$ вільного пробігу молекули водню при $p = 133$ Па і $t = -173^\circ\text{C}$ [4,4 див.].



13. Один кіломоляр двохатомного ідеального газу робить замкнутий цикл графік якого зображений на мал. 9. Визначити: 1) теплоту Q_1 отриману від тепло-віддатчика; 2) теплоту Q_2 передану теплоприймачу; 3) роботу A , яка виконується газом за один цикл; 4) термічний ККД η циклу. [7,61 МДж; 7,19 МДж; 0,4 МДж; 5,3%].
14. Водень займає обсяг $V = 10$ м³ при тиску $p_1 = 0,1$ МПа. Його нагріли при постійному об'ємі до тиску $p_2 = 0,3$ МПа. Визначити зміну ΔU внутрішньої енергії газу, роботу A , зроблену їм, і теплоту Q , яка передається газу. [5 МДж; 0; 5 МДж].
15. Кисень при незмінному тиску $p = 80$ кПа нагрівається. Його об'єм збільшується від $V_1 = 1,2$ м³ до $V_2 = 3$ м³. Визначити зміну ΔU внутрішньої енергії кисню, роботу A , зроблену їм при розширенні, а також теплоту Q , яка передається газу. [400 кДж; 160 кДж; 560 кДж]
16. У циліндрі під поршнем знаходиться азот, що має масу $m = 0,6$ кг і обсяг, $V_1 = 1,2$ м³, при температурі $T_1 = 560$ К. У результаті нагрівання газ розширився і зайняв об'єм $V_2 = 4,2$ м³, причому температура залишилася незмінною. Знайти

зміну ΔU внутрішньої енергії газу, зроблену їм роботу A и теплоту Q , передану газу. [0; 126 кДж; 126 кДж].

17. У бензиновому автомобільному двигуні ступінь стиску пальної суміші дорівнює 6,2. Суміш засмоктується в циліндр при температурі $t_1=15^\circ\text{C}$. Знайти температуру t_2 пальної суміші наприкінці такту стиску. Пальну суміш розглядати як двоатомний ідеальний газ; процес вважати адіабатним. [324°C]
18. Газ робить цикл Карно. Температура тепловіддавача в три рази вище температури теплоприймача). Тепловіддавач передав газу $Q_1 = 41,9\text{кДж}$ теплоти Яку роботу зробив газ? [28,1 кдж]
19. Яку енергію треба затратити, щоб видути мильний пузир діаметром $d=12\text{см}$? Яким буде додатковий тиск всередині цього пузиря? [3,62 мДж; 266 Па]
20. На нижньому кінці трубки діаметром $d = 0,2\text{см}$ повисла кулеподібна крапля води. Знайти діаметр цієї краплі. [4,42 мм]
21. У ємність з ртуттю частково занурені дві вертикально розташовані і паралельні одна одній скляні пластинки. Відстань між пластинками $d= 1\text{ мм}$. Визначити різниця Δh рівнів ртуті в ємності між пластинками, крайовий кут прийняти рівним 138° . [—5,57 мм]

2.4. Контрольна робота 2.

Таблиця варіантів.

Варіант	Номера контрольних робіт							
	206	218	228	235	248	251	263	277
0	206	218	228	235	248	251	263	277
1	207	216	229	234	249	260	265	274
2	204	215	226	238	245	259	262	272
3	209	217	225	236	243	257	270	278
4	202	219	227	231	246	258	268	271
5	208	212	223	239	242	256	261	275
6	210	211	222	233	244	255	267	279
7	201	213	224	240	247	253	266	280
8	205	220	221	232	250	254	264	273
9	203	214	230	237	241	252	269	276

201. Визначити кількість речовини ν і число N молекул кисню масою $m = 0,5\text{ кг}$.

202. Скільки атомів міститься в ртуті: 1) кількістю речовини $\nu = 0,2\text{ моль}$; 2) масою $m=1\text{ г}$?

- 203.** Вода при температурі $t = 4^{\circ}\text{C}$ займає об'єм $V = 1 \text{ см}^3$. Визначити кількість речовини ν і число N молекул води.
- 204.** Знайти молярну масу M и масу m_m однієї молекули повареної солі.
- 205.** Визначити масу m_m однієї молекули вуглекислого газу.
- 206.** Визначити концентрацію n молекул кисню, що знаходиться в ємності місткістю $V = 2 \text{ л}$. Кількість речовини ν кисню дорівнює $0,2$ моль.
- 207.** Визначити кількість речовини ν водню, що заповнює ємність, об'ємом $V = 3 \text{ л}$, якщо концентрація молекул газу в ємності $n = 2 \cdot 10^{18} \text{ м}^{-3}$.
- 208.** У балоні місткістю $V = 3 \text{ л}$ міститься кисень масою $m = 10 \text{ г}$. Визначити концентрацію n молекул газу.
- 209.** Визначити відносну молекулярну масу M_r : 1) води; 2) вуглекислого газу; 3) повареної солі.
- 210.** Визначити кількість речовини ν і число N молекул азоту масою $m = 0,2 \text{ кг}$.
- 211.** У циліндр довжиною $l = 1,6 \text{ м}$, заповнений повітрям при нормальному атмосферному тиску p_0 , почали повільно вдвигати поршень площею основи $S = 200 \text{ см}^2$. Визначити силу F , що діє на поршень якщо його зупинити на відстані $l' = 10 \text{ см}$ від дна циліндра.
- 212.** У балоні знаходиться газ при температурі $T_1 = 400 \text{ К}$. До якої температури T_2 треба нагріти газ, щоб його тиск збільшився в $1,5$ рази?
- 213.** Балон місткістю $V = 20 \text{ л}$ заповнений азотом при температурі $T = 400 \text{ К}$. Коли частину газу використали, тиск у балоні понизилося на $\Delta p = 200 \text{ кПа}$. Визначити масу m витраченого газу. Процес вважати ізотермічним.
- 214.** У балоні місткістю $V = 15 \text{ л}$ знаходиться аргон під тиском $p_1 = 600 \text{ кПа}$ і при температурі $T_1 = 300 \text{ К}$. Коли з балона було взято якусь кількість газу, тиск у балоні понизилося до $p_2 = 400 \text{ кПа}$, а температура установилася $T_2 = 260 \text{ К}$. Визначити масу m аргону, взятого з балона.
- 215.** Дві ємності однакового обсягу містять кисень. В одній ємності тиск $p_1 = 2 \text{ МПа}$ і температура $T_1 = 800 \text{ К}$, в іншому $p_2 = 2,5 \text{ МПа}$, $T_2 = 200 \text{ К}$. Ємності з'єднали трубкою й остудили кисень, що знаходиться в них, до температури $T = 200 \text{ К}$. Визначити тиск p , який встановився в ємностях.
- 216.** Обчислити густину ρ азоту, що знаходиться в балоні під тиском $p = 2 \text{ МПа}$ і має температуру $T = 400 \text{ К}$.

- 217.** Визначити відносну молекулярну масу M_2 газу, якщо при температурі $T = 154$ К и тиску $p = 2,8$ МПа він має густина $\rho = 6,1$ кг/м³.
- 218.** Знайти густина ρ азоту при температурі $T = 400$ К и тиску $p = 2$ МПа.
- 219.** У ємності місткістю $V = 40$ л знаходиться кисень при температурі $T = 300$ К. Коли частина газу використали, тиск у балоні понизилося на $\Delta p = 100$ кПа. Визначити масу m витраченого кисню. Процес вважати ізотермічним.
- 220.** Визначити густина ρ водяної пари, що знаходиться під тиском $p = 2,5$ кПа і Має температуру $T = 250$ К.
- 221.** Визначити внутрішню енергію U водню, також середню кінетичну енергію молекули цього газу при температурі $T = 300$ К, якщо кількість речовини ν цього газу дорівнює $0,5$ моль.
- 222.** Визначити сумарну кінетичну енергію E поступального руху всіх молекул газу, що знаходиться в ємності місткістю $V = 3$ л під тиском $p = 540$ кПа.
- 223.** Кількість речовини гелію $\nu = 1,5$ моль, температура $T = 120$ К. Визначити сумарну кінетичну енергію E_k поступального руху всіх молекул цього газу.
- 224.** Молярна внутрішня енергія U_m деякого двоатомного газу дорівнює $6,02$ кДж/моль. Визначити середню кінетичну енергію $\langle \varepsilon_{об} \rangle$ обертального руху однієї молекули цього газу. Газ вважати ідеальним.
- 225.** Визначити середню кінетичну енергію (ε) однієї молекули водяної пари при температурі $T = 500$ К.
- 226.** Визначити середню квадратичну швидкість ($V_{кв}$) молекули газу, поміщеного в ємність місткістю $V = 2$ л під тиском $p = 200$ кПа. Маса газу $m = 0,3$ г.
- 227.** Водень знаходиться при температурі $T = 300$ К. Знайти середню кінетичну енергію $\langle \varepsilon_{об} \rangle$ обертального руху однієї молекули, а також сумарну кінетичну енергію E_k усіх молекул цього газу; кількість водню $\nu = 0,5$ моль.
- 228.** При якій температурі середня кінетична енергія $\langle \varepsilon_{п} \rangle$ поступального руху молекули газу дорівнює $4,14 \cdot 10^{21}$ Дж ?
- 229.** В азоті поміщені дрібні порошини, що рухаються так, ніби вони були дуже великими молекулами. Маса кожної порошини дорівнює $6 \cdot 10^{-10}$ г. Газ знаходиться при температурі $T = 400$ К. Визначити середні квадратичні швидкості ($V_{кв}$), а також середні кінетичні енергії $\langle \varepsilon_{п} \rangle$ поступального руху молекули азоту і порошини.
- 230.** Визначити середню кінетичну енергію $\langle \varepsilon_{п} \rangle$ поступального руху і $\langle \varepsilon_{об} \rangle$ обертального руху молекули азоту при температурі $T = 1$ кВ. Визначити також повну кінетичну енергію E_k молекули за тих самих умов.

231. Визначити молярну масу M двохатомного газу і його питомі теплоємності, якщо відомо, що різниця $C_p - C_v$ питомих теплоємностей цього газу дорівнює $260 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$.

232. Знайти питомі C_p та C_v , а також молярні C_p і C_v теплоємності вуглекислого газу.

233. Визначити показник адіабати γ ідеального газу, що при температурі $T = 350 \text{ К}$ и тиску $p = 0,4 \text{ МПа}$ займає об'єм $V = 300 \text{ л}$ і має теплоємність $C_v = 857 \text{ Дж/К}$.

234. В посуді місткістю $V = 6 \text{ л}$ знаходиться при нормальних умовах двохатомний газ. Визначити теплоємність C_v цього газу при постійному об'ємі.

235. Визначити відносну молекулярну масу M_{r2} і молярну масу M газу, якщо різниця його питомих теплоємностей $C_p - C_v = 2,08 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$.

236. Визначити молярні теплоємності газу, якщо його питомі теплоємності $C_v = 10,4 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$ і $C_p = 14,6 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$.

237. Знайти питомі і порівняти молярні C_u і C_p теплоємності азоту і гелію.

238. Обчислити питомі C_v та C_p теплоємності газу, знаючи, що його молярна маса $M = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ та відношення теплоємностей $C_p/C_v = 1,67$.

239. Трьохатомний газ під тиском $p = 240 \text{ кПа}$ і температурі $T = 20^\circ\text{C}$ займає об'єм $V = 10 \text{ л}$. Визначити теплоємність C_p цього газу при постійному тиску.

240. Одноатомний газ при нормальних умовах займає об'єм $V = 5 \text{ л}$. Обчислити теплоємність C_v цього газу при постійному об'ємі.

241. Знайти середнє число $\langle z \rangle$ зіткнень за час $t = 1 \text{ с}$ і довжину вільного пробігу (l) молекули гелію, якщо газ знаходиться під тиском $p = 2 \text{ кПа}$ при температурі $T = 200 \text{ К}$.

242. Визначити середню довжину вільного пробігу $\langle l \rangle$ молекули азоту в судині місткістю $V = 5 \text{ л}$. Маса газу $m = 0,5 \text{ г}$.

243. Водень знаходиться під тиском $p = 20 \text{ мкПа}$ і має температуру $T = 300 \text{ К}$. Визначити середню довжину вільного пробігу $\langle l \rangle$ молекули такого газу.

244. При нормальних умовах довжина вільного пробігу $\langle l \rangle$ молекули водню дорівнює $0,160 \text{ мкм}$. Визначити діаметр d молекули водню.

245. Яка середня арифметична швидкість $\langle V \rangle$ молекул кисню при нормальних умовах, якщо відомо, що середня довжина вільного пробігу $\langle l \rangle$ молекули кисню при цих умовах дорівнює 100 нм ?

246. Кисень знаходиться під тиском $p=133$ нПа при температурі $T= 200$ К. Обчислити середнє число $\langle z \rangle$ зіткнень молекули кисню при цих умовах за час $t= 1$ с.

247. При якому тиску p середня довжина вільного пробігу $\langle l \rangle$ молекул азоту дорівнює 1 м, якщо температура газу $t=10^\circ$?

248. В сосуді місткістю $V=5$ л знаходиться водень масою $m = 0,5$ г. Визначити середню довжину вільного пробігу $\langle l \rangle$ молекули водню в цій судині.

249. Середня довжина вільного пробігу $\langle l \rangle$ молекули водню при деяких умовах дорівнює 2 мм. Знайти густину ρ водню при цих умовах.

250. У сферичній колбі місткістю $V=3$ л, що містить азот, створений вакуум з тиском $p = 80$ мкПа. Температура газу $T=250$ К. Чи можна вважати вакуум у колбі високим?

Примітка. Вакуум вважається високим, якщо довжина вільного пробігу молекул у ньому багато більше лінійних розмірів судини.

251. Визначити кількість теплоти Q , яку треба повідомити кисню об'ємом $V=50$ л при його ізохорному нагріванні, щоб тиск газу підвищився на $\Delta p = 0,5$ МПа.

252. При ізотермічному розширенні азоту при температурі $T=280$ К об'єм його збільшився в два рази. Визначити: 1) зроблену при розширенні газу роботу A ; 2) зміну ΔU внутрішньої енергії; 3) кількість теплоти Q , отриману газом. Маса азоту $m= 0,2$ кг.

253. При адіабатному стискуванні тиск повітря був збільшений від $p_1 = 50$ кПа до $p_2 = 0,5$ МПа. Потім при незмінному об'ємі температура повітря була знижена до первісної. Визначити тиск p_3 газу наприкінці процесу.

254. Кисень масою $m = 200$ г займає об'єм $V_1 = 100$ л і знаходиться під тиском $p_1 = 200$ кПа. При нагріванні газ розширився при постійному тиску до об'єму $V_2 = 300$ л, а потім його тиск зріс до $p_3 = 500$ кПа при незмінному об'ємі. Знайти змінення внутрішньої енергії ΔU газу, зроблену газом роботу A і теплоту Q , передану газу. Побудувати графік процесу.

255. Об'єм водню при ізотермічному розширенні при температурі $T=300$ К збільшився в $n = 3$ рази. Визначити роботу A , зроблену газом, і теплоту Q отриману при цьому. Маса m водню дорівнює 200 г.

256. Азот масою $m = 0,1$ кг було ізобарно нагріто від температури $T_1 = 200$ К температури $T_2 = 400$ К. Визначити роботу A , зроблену газом, отриману їм теплоту Q та зміну ΔU внутрішньої енергії азоту.

257. В скільки разів збільшиться об'єм водню, що містить кількість речовини $\nu = 0,4$ моль при ізотермічному розширенні, якщо при цьому газ одержить кількість теплоти $Q=800$ Дж? Температура водню $T = 300$ К.

258. Яка робота A створюється при ізотермічному розширенні водню масою $m = 5$ г, взятого при температурі $T = 290$ К, якщо об'єм газу збільшується в три рази?

259. Яка частка w_1 кількості теплоти Q , передана ідеальному двоатомному газу при ізобарному процесі витрачається на збільшення ΔU внутрішньої енергії газу і яка частка w_2 — на роботу A розширення? Розглянути три випадки, якщо газ:
1) одноатомний; 2) двоатомний; 3) трьохатомний.

260. Визначити роботу A , що зробить азот, якщо йому при постійному тиску надати кількість теплоти $Q = 21$ кДж. Знайти також зміна ΔU внутрішньої енергії газу.

261. Ідеальний газ робить цикл Карно при температурах тепло-приймача $T_2 = 290$ К и тепло-віддатчика $T_1 = 400$ К. В скільки разів збільшиться коефіцієнт корисної дії η циклу, якщо температура тепло-віддатчика зросте на $T_1' = 600$ К?

262. Ідеальний газ робить цикл Карно. Температура T_1 тепло-віддатчика в чотири рази ($n = 4$) більше температури тепло-приймача. Яку частку w кількості теплоти, отриманої за один цикл від тепло-віддатчика, газ віддасть тепло-приймачу?

263. Визначити роботу A_2 ізотермічного стискування газу, що робить цикл Карно, ККД якого $\eta = 0,4$, якщо робота ізотермічного розширення дорівнює $A_1 = 8$ Дж.

264. Газ, що робить цикл Карно, віддав тепло-приймачу теплоту $Q_2 = 14$ кДж. Визначити температуру T_1 тепло-віддатчика, якщо при температурі тепло-приймача $T_2 = 280$ К робота циклу $A = 6$ кДж.

265. Газ, будучи робочою речовиною в циклі Карно, одержав від тепло-віддатчика теплоту ($Q_1 = 4,38$ кДж і зробив роботу $A = 2,4$ кДж. Визначити температуру тепло-віддатчика, якщо температура тепло-приймача $T_2 = 273$ К..

266. Газ, що робить цикл Карно, віддав тепло-приймачу 67% теплоти, отриманої від тепло-віддатчика. Визначити температуру T_2 тепло-приймача, якщо температура тепло-віддатчика $T_1 = 430$ К.

267. В скільки разів збільшиться коефіцієнт корисної дії η циклу Карно при підвищенні температури тепло-віддатчика від $T_1 = 380$ К до $T_1' = 560$ К? Температура тепло-приймача $T_2 = 280$ К.

268. Ідеальна теплова машина працює по циклу Карно. Температура тепло-віддатчика $T_1 = 500$ К, температура тепло-приймача $T_2 = 250$ К. Визначити термічний ККД η циклу, а також роботу A_1 робочої речовини при ізотермічному розширенні, якщо при ізотермічному стискуванні зроблена робота $A_2 = 70$ Дж.

269. Газ, що робить цикл Карно, одержує теплоту ($Q_1 = 84$ кДж. Визначити роботу A газу, якщо температура T_1 тепло-віддатчика в три рази вище температури T_2 тепло-приймача.

270. У циклі Карно газ одержав від тепло-віддатчика теплоту ($Q_1 = 500$ Дж) і зробив роботу $A = 100$ Дж. Температура тепло-віддатчика $T_1 = 400$ К. Визначити температуру T_2 тепло-приймача.

271. Знайти масу m води, що ввійшла в скляну трубку з діаметром каналу $d = 0,8$ мм, опущену в воду на малу глибину. Вважати змочування повним.

272. Яку роботу A треба зробити при видуванні мильного пузирю, щоб збільшити його об'єм від $V_1 = 8$ см³ до $V_2 = 16$ см³? Вважати процес ізотермічним.

273. Яка енергія E виділиться при злитті двох крапель ртуті діаметром $d_1 = 0,8$ мм $d_2 = 1,2$ мм в одну краплю?

274. Визначити тиск p всередині повітряного пузиря діаметром $d = 4$ мм, що знаходиться у воді біля її поверхні. Вважати атмосферний тиск нормальним.

275. Простір між двома скляними паралельними пластинками з площею поверхні $S = 100$ см² кожна, розташованими на відстані $l = 20$ мкм одна від одної, заповнено водою. Визначити силу F , що притискає пластинки одна до одної. Вважати меніск ввігнутим з діаметром d , рівним відстані між пластинками.

276. Гліцерин піднявся в капілярній трубці діаметром каналу $d = 1$ мм на висоту $h = 20$ мм. Визначити поверхневий натяг α гліцерину. Вважати змочування повним.

277. У воду опущена на дуже малу глибину скляна трубка з діаметром каналу $d = 1$ мм. Визначити масу m води, що ввійшла в трубку.

278. На скільки тиск p повітря всередині мильного пузирю більше нормального атмосферного тиску p_0 , якщо діаметр міхура $d = 5$ мм?

279. Повітряний пузирчик діаметром $d = 2,2$ мкм знаходиться у воді біля її поверхні. Визначити густину ρ повітря в пузирі, якщо повітря над поверхнею води знаходиться при нормальних умовах.

280. Дві краплі ртуті радіусом $r = 1,2$ мм кожна злилися в одну велику краплю. Визначити енергію E , що виділиться при цьому злитті. Вважати процес ізотермічним.

ДОДАТКИ

1 . Основні фізичні постійні (округлені значення)

Фізична постійна	Позначення	Значення
Нормальне прискорення вільного падіння	g	$9,81 \text{ м/с}^2$
Гравітаційна постійна	G	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг с}^2)$
Постійна Авогадро	N_A	$6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Молярна газова стала	R	$8,31 \text{ Дж}/(\text{моль К})$
Стандартний обсяг	V_m	$22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{моль}$
Постійна Больцмана	k	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Елементарний заряд	e	$1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Швидкість світла у вакуумі	c	$3,00 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Постійна Стефана – Больцмана	σ	$5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \text{ К}^4)$
Постійна закону зсуву Віна	b	$2,90 \cdot 10^{-3} \text{ м К}$
Постійна Планка	h	$6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж с}$
Постійна Ридберга	R_∞	$10973731,77 \text{ м}^{-1}$
Радіус Бора	a	$0,529 \cdot 10^{-10} \text{ м}$
Комптонівська довжина хвилі електрона	λ_e	$2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м}$
Магнетон Бора	μ_B	$0,927 \cdot 10^{-23} \text{ А м}^2$
Енергія іонізації атома водню	E_i	$2,18 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}(13,6 \text{ еВ})$
Атомна одиниця маси	а.о.м.	$1,660 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Електрична постійна	ϵ_0	$8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Магнітна постійна	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$

2 . Деякі астрономічні величини

Найменування	Значення
Радіус Землі	$6,37 \cdot 10^6 \text{ м}$
Маса Землі	$5,98 \cdot 10^{24} \text{ кг}$
Радіус Сонця	$6,95 \cdot 10^8 \text{ м}$
Маса Сонця	$1,98 \cdot 10^{30} \text{ кг}$
Радіус Місяця	$1,74 \cdot 10^6 \text{ м}$
Маса Місяця	$7,33 \cdot 10^{22} \text{ кг}$
Відстань від центру Землі до центру Сонця	$1,49 \cdot 10^{11} \text{ м}$
Відстань від центру Землі до центру Місяця	$3,84 \cdot 10^8 \text{ м}$

3 . Густина твердих тіл

Тверде тіло	Густина, кг/м ³	Тверде тіло	Густина, кг/м ³
Алюміній	2,70 10 ³	Мідь	8,93 10 ³
Барій	3,50 10 ³	Нікель	8,90 10 ³
Ванадій	6,02 10 ³	Свинець	11,3 10 ³
Вісмут	9,80 10 ³	Срібло	10,5 10 ³
Залізо	7,88 10 ³	Цезій	1,90 10 ³
Літій	0,53 10 ³	Цинк	7,15 10 ³

4 . Густина рідин

Рідина	Густина, кг/м ³	Рідина	Густина, кг/м ³
Вода (при 4 ⁰ С)	1,00 10 ³	Сірковуглець	1,26 10 ³
Гліцерин	1,26 10 ³		
Ртуть	13,6 10 ³	Спирт	0,80 10 ³

5 . Густина газів (при нормальних умовах)

Газ	Густина, кг/м ³	Газ	Густина, кг/м ³
Водень	0,09	Гелій	0,18
Повітря	1,29	Кисень	1,43

6 . Коефіцієнт поверхневого натягу рідини

Рідина	Коефіцієнт, мН/м	Рідина	Коефіцієнт, мН/м
Вода	72	Ртуть	500
Мильна піна	40	Спирт	22

7 . Ефективний діаметр молекули

Газ	Діаметр, м	Газ	Діаметр, м
Азот	3,0 10 ⁻¹⁰	Гелій	1,9 10 ⁻¹⁰
Водень	2,3 10 ⁻¹⁰	Кисень	2,7 10 ⁻¹⁰

8. Одиниці СІ , що мають спеціальні найменування

Величина		Одиниця		
Найменування	Розмірність	Найменування	Позначення	Вираження через основні та додаткові одиниці
Довжина	L	метр	м	
Маса	M	кілограм	кг	
Час	t	секунда	Сек.	
Сила електричного струму	I	ампер	А	
Термодинамічна температура	θ	кельвін	К	
Кількість речовини	N	моль	моль	
Сила світа	J	кандела	кд	
Плоский кут	-	радіан	рад	
Тілесний кут	-	стерадіан	ср	
Частота	T ⁻¹	Герц	Гц	c ⁻¹
Сила, вага	LMT ⁻²	Ньютон	Н	м кг/с ²
Тиск, механічна напруга	L ⁻¹ MT ²	Паскаль	Па	
Енергія, робота, кількість теплоти	L ² MT ⁻²	джоуль	Дж	
Потужність, потік енергії	L ² MT ⁻³	ват	Вт	
Кількість струму	TI	кулон	Кл	
Електрична напруга, електричний потенціал , різниця потенціалів , електрорушійна сила	L ² MT ⁻³ I ⁻¹	вольт	V	
Електричний опір	L ² MT ⁻³ I ⁻²	ом	Ом	
Електрична провідність	L ⁻² M ⁻¹ T ³ I ²	сименс	Див	
Магнітний потік	L ² MT ⁻² I ⁻¹	вебер	Вб	
Магнітна індукція	MT ⁻² I ¹	тесла	Тл	
Індуктивність, взаємодукція	L ² MT ⁻² I ⁻²	генрі	Гн	
Світловий потік	J	люмен	лм	
Освітленість	L ⁻² J	люкс	лк	
Активність ізотопа	T ⁻¹	беккерель	Бк	

9 . Грецький алфавіт

Позначення букв	Назва букв	Позначення букв	Назва букв
Α, α	Альфа	Ν, ν	Ню
Β, β	Бета	Ξ, ξ	Кси
Γ, γ	Гамма	Ο, ο	Омікрон
Δ, δ	Дельта	Π, π	Пи
Ε, ε	Епсілон	Ρ, ρ	Ро
Ζ, ζ	Дзета	Σ, σ	Сігма
Η, η	Ета	Τ, τ	Тау
Θ, θ	Тета	Υ, υ	Іпсилон
Ι, ι	Йота	Φ, φ	Фі
Κ, κ	Каппа	Χ, χ	Хі
Λ, λ	Ламбда	Ψ, ψ	Пси
Μ, μ	ми	Ω, ω	Омега

ЛІТЕРАТУРА

Основна

1. Трофимова Т. И. Курс физики. Москва : Издательский центр «Академия», 2006. 560 с. URL: http://org2.knuba.edu.ua/pluginfile.php/12679/mod_label/intro/Trofimova.pdf (дата звернення 26.05.2021).
2. Зисман Г. А., Тодес О. М. Курс общей физики : в 3 т. Москва : Наука, 1974. Т 1. 336 с. URL: http://alexandr4784.narod.ru/zsm_1.html (дата звернення 26.05.2021).
3. Зисман Г. А., Тодес О. М. Курс общей физики : в 3 т. Москва : Наука, 1972. Т 2. 368 с. URL: <https://www.twirpx.com/file/109500/> (дата звернення 26.05.2021).
4. Зисман Г. А., Тодес О. М. Курс общей физики : в 3 т. Москва : Наука, 1970. Т 3. 500 с. URL: http://alexandr4784.narod.ru/zsm_3.html (дата звернення 26.05.2021).
5. Волькенштейн В. С. Сборник задач по общему курсу физики. Москва : Наука, 1985. 384 с. URL: http://files.libedu.ru/5cq4hcpr94gr3p9of9c93ojp6o12bsj5/volkenshtein_v_s__sbornik_zadach_po_obshemu_kursu_fiziki_.pdf (дата звернення 26.05.2021).
6. Чертов А. Г., Воробьев А. А. Задачник по физике. Москва : Высшая школа, 1981. 496 с. URL : https://xn--5-ctbskr.xn--p1ai/upload/uf/9cd/A.G-CHERTOV_-A.A.VOROBIEV.-zadachnik-po-fizike.pdf (дата звернення 26.05.2021).
7. Петченко О. М., Сисоєв А. С., Назаренко Є.І ., Безуглий А. В. Загальні основи фізики: навч посіб. Харків: ХНАМГ, 2007. 224 с. URL: <http://eprints.kname.edu.ua/3391/1/%D0%9D%D0%9F%2C%D0%A4%D1%96%D0%B7%D0%B8%D0%BA%D0%B0%2C%D0%BF%D0%B5%D1%87%D0%B0%D1%82%D0%BD.%D0%B2%D0%B0%D1%80.%2C10.01.08.pdf> (дата звернення: 26.05.2021).
8. Палехін В. П. Курс фізики : підруч. Харків: ХНУ імені В.Н.Каразіна, 2013. 516 с. URL: <http://dspace.univer.kharkov.ua/handle/123456789/13329> (дата звернення: 26.05.2021).

Додаткова

1. Стрелков С. П. Механика. Москва : Наука, 1975. 560 с.
2. Кикоин А. К., Кикоин И. К. Молекулярная физика. Москва : Издательство «Лань». 2008. 480 с .
3. Калашников С. Г. Электричество. Москва : Наука, 1986. 576 с.
4. Матвеев А. Н. Механика и теория относительности. Москва.: ООО «Издательский дом «ОНИКС 21 век», ООО «Издательство «Мир и образование». 2003. 432 с

5. Матвеев А. Н. Электродинамика. Москва : Высшая школа, 1980. 383 с.
6. Сена Л. А. Единицы физических величин и их размерности. Москва : Наука, 1988. 432 с.
7. Чертов А. Г. Единицы физических величин. Москва : Высшая школа, 1977. 287 с.

Навчальне видання

ФІЗИКА. Частина 1:

Завдання та методичні рекомендації

Укладачі: **Вахоніна** Лариса Володимирівна
Мардзявко Віталій Анатолійович,
Руденко Андрій Юрійович

Формат 60x84 1/16. Ум.друк. арк.3,88.

Тираж 50 прим. Зам № _____

Надруковано у видавничому відділі
Миколаївського національного аграрного університету
54020, м. Миколаїв, вул. Георгія Гонгадзе, 9.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК №4490 від 20.02.2013р.