

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**МИКОЛАЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

Навчально-науковий інститут економіки та управління  
Факультет менеджменту

Кафедра економічної кібернетики і математичного моделювання

## **ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ**

Методичні вказівки та завдання для проведення практичних  
занять та самостійної роботи здобувачів першого  
(бакалаврського) рівня вищої освіти ОПП «Комп'ютерні науки»  
спеціальності 122 «Комп'ютерні науки» денної форми здобуття  
вищої освіти



Миколаїв  
2021

Друкується за рішенням науково-методичної комісії факультету менеджменту Миколаївського національного аграрного університету від 30 серпня 2021 року, протокол № 1.

**Укладачі:**

- О. В. Шибаніна – д-р екон. наук, професор, професор кафедри економічної кібернетики і математичного моделювання, Миколаївський національний аграрний університет;
- В. П. Клочан – канд. екон. наук, доцент, завідувач кафедри економічної кібернетики і математичного моделювання, Миколаївський національний аграрний університет;
- І. В. Клочан – д-р екон. наук, доцент, доцент кафедри економічної кібернетики і математичного моделювання, Миколаївський національний аграрний університет;
- С. І. Тищенко – канд. пед. наук, доцент, доцент кафедри економічної кібернетики і математичного моделювання, Миколаївський національний аграрний університет;
- Н. С. Ручинська – канд. пед. наук, доцент, доцент кафедри економічної кібернетики і математичного моделювання, Миколаївський національний аграрний університет;
- В. О. Крайній – канд. екон. наук, доцент кафедри економічної кібернетики і математичного моделювання, Миколаївський національний аграрний університет;
- І. І. Хилько – старший викладач кафедри економічної кібернетики і математичного моделювання, Миколаївський національний аграрний університет.

**Рецензенти:**

- І. П. Атаманюк – д-р техн. наук, професор, професор кафедри вищої та прикладної математики, Миколаївський національний аграрний університет;
- А. В. Швед – канд. техн. наук, доцент кафедри інженерії програмного забезпечення, Чорноморський національний університет ім. Петра Могили.

## ЗМІСТ

Мета, завдання курсу, вимоги до основних знань здобувачів вищої освіти .....	4
<b>Змістовий модуль 1. Методика проведення дослідження операцій. Моделювання оптимального розподілу ресурсів .....</b>	<b>6</b>
Лабораторна робота № 1 «Використання табличного редактору MS EXCEL для розв’язання оптимізаційних задач».....	6
Лабораторна робота № 2 «Побудова економіко-математичних моделей та визначення їх оптимальних планів».....	24
Лабораторна робота № 3 «Розв’язання задач транспортного типу».....	42
Лабораторна робота № 4 «Пошук розв’язку транспортної задачі із заборонами» .....	50
Лабораторна робота № 5 «Динамічне програмування».	54
<b>Змістовий модуль 2. Планування та координація виробничого процесу. Задачі в умовах невизначеності та конфлікту.....</b>	<b>57</b>
Лабораторна робота № 6 «Моделі мережного планування».....	57
Лабораторна робота № 7 «Моделі сіткового планування».....	62
Лабораторна робота № 8 «Задачі теорії ігор».....	64
Лабораторна робота № 9 «Розв’язання статистичних ігор».....	68
Питання для поточного та підсумкового контролю знань здобувачів вищої освіти.....	76
Критерії оцінювання результатів навчання та рейтингова оцінка знань здобувачів вищої освіти з дисципліни .....	78
Список рекомендованої літератури .....	80

## **МЕТА, ЗАВДАННЯ КУРСУ, ВИМОГИ ДО ОСНОВНИХ ЗНАНЬ ЗДОБУВАЧІВ ВИЩОЇ ОСВІТИ**

Дисципліна «Дослідження операцій» є обов'язковою компонентою освітньої програми, дисципліною циклу природничо-наукової та загальноекономічної підготовки бакалаврів за спеціальністю 122 «Комп'ютерні науки», призначена для вивчення основ дослідження операцій, його моделей та методів, що найчастіше застосовуються в плануванні та економічних розрахунках. В основу покладені питання, вивчення яких необхідне для розуміння принципів дослідження операцій економічних процесів та кількісного обґрунтування управлінських рішень.

**Предмет дисципліни:** задачі прийняття рішень в різних сферах економічної діяльності (планування, управління, розподілу інвестицій, тощо), моделі та методи системного аналізу, методи дослідження та оптимізації операцій.

**Об'єкт дисципліни:** кількісне обґрунтування рішень, що приймаються в ході управління організаціями.

Викладання дисципліни ставить за мету надати цілісні знання з методів дослідження операцій в економіці АПК та шляхів їхньої реалізації при вирішенні задач у менеджменті, економіці тощо. Такі знання є необхідною умовою підготовки сучасного висококваліфікованого фахівця, який працюватиме в динамічно змінюваних соціально-економічних умовах.

**Основними завданнями, що мають бути вирішені у процесі викладання дисципліни є:** дати здобувачам вищої освіти необхідні теоретичні знання і практичні навички по побудові оптимізаційних моделей, методів їх розв'язування та аналізу з метою використання в економіці і на цій основі сформуванню сучасного висококваліфікованого фахівця.

**Відповідно до Освітньо-професійної програми «Комп'ютерні науки» підготовки здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня вищої освіти за спеціальністю 122 «Комп'ютерні науки», галузі знань 12 «Інформаційні технології» визначені компетентності та програмні результати навчання, для формування яких використовується навчальна дисципліна «Дослідження операцій».**

# ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 1. МЕТОДИКА ПРОВЕДЕННЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ. МОДЕЛЮВАННЯ ОПТИМАЛЬНОГО РОЗПОДІЛУ РЕСУРСІВ

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 1 «ВИКОРИСТАННЯ ТАБЛИЧНОГО РЕДАКТОРУ MS EXCEL ДЛЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ ОПТИМІЗАЦІЙНИХ ЗАДАЧ»

**Мета роботи.** Засвоїти методи використання засобів MS EXCEL для розв'язання оптимізаційних задач.

### Рівень А

Знайти оптимальні розв'язки задач (1,2,3) за допомогою надбудови «Пошук розв'язання».

### Рівень В

Знайти оптимальні розв'язки задач (1,2,3,4,5) за допомогою надбудови «Пошук розв'язання».

### Рівень С

Знайти оптимальні розв'язки всіх наведених задач за допомогою надбудови «Пошук розв'язання».

**Примітка.** Завдання вибирати згідно свого варіанту  $N$  – порядкового номеру студента у групі.

### Завдання для самостійної роботи

#### Задача 1.1

Розв'язати систему рівнянь, використовуючи Excel.

1.	$\begin{cases} 3x - 4y - 5z + 6u = 4 \\ 2x - 3y + z - 2u = -9 \\ x - 3y + 2z - 3u = -11 \\ 4x - y + 3z - u = 7 \end{cases}$	16.	$\begin{cases} 2x - 3y - z + u = -7 \\ x + 2y - z + 2u = 2 \\ 2x - y + z + 5u = 17 \\ 4x - 5y - z + 3u = -5 \end{cases}$
2.	$\begin{cases} x - 2y + 3z - 4u = -6 \\ 2x + y - 3z - u = -1 \\ 3x - y + 5z - 6u = 4 \\ 5x - 3y - 2z + u = 17 \end{cases}$	17.	$\begin{cases} x + 2y + 3z + u = 4 \\ -2x + 2y + 3z + 3u = -8 \\ x + y + z + 2u = -3 \\ 5x + 3y + 2z + u = 7 \end{cases}$

3.	$\begin{cases} x + 2y - 3z + u = 4 \\ -2x + y - 2z - 3u = -1 \\ 2x + 3y - 4z + u = 3 \\ 4x + 2y + 5z + u = -5 \end{cases}$	18.	$\begin{cases} 2x + 3y + z + 3u = 3 \\ 3x + 2y - 5z + 2u = 24 \\ 4x + 2y - 6z + 5u = 18 \\ 7x - 4y + 6z + 3u = -25 \end{cases}$
4.	$\begin{cases} 2x + 3y + z - 4u = -15 \\ 3x - 2y + 5z + 2u = -14 \\ 4x - 2y - 6z - 5u = -10 \\ 7x + 4y - 6z - 3u = 7 \end{cases}$	19.	$\begin{cases} 3x - 2y + z - 2u = -9 \\ 2x + 2y - 3z - 4u = -14 \\ 5x - 3y + 2z - 2u = -5 \\ 4x + 5y - 6z + u = 23 \end{cases}$
5.	$\begin{cases} 2x - 3y + 4z - 5u = -4 \\ 4x + y - 5z + u = 13 \\ 6x - 7y + 2z - 6u = -14 \\ 3x - 4y + z - u = -2 \end{cases}$	20.	$\begin{cases} 2x + 3y + z - 3u = -19 \\ 6x - 7y + 2z - 6u = 5 \\ 7x + 4y - 6z + 3u = -4 \\ 3x + 2y - 3z + 4u = 12 \end{cases}$
6.	$\begin{cases} 8x - 3y + 9z = u = 2 \\ 4x + y + z - u = -12 \\ 2x + y - z + u = -2 \\ 3x + 2y - 3z + 4u = 6 \end{cases}$	21.	$\begin{cases} 2x - 3y + 4z - u = 2 \\ 5x + 3y - 2z + 2u = 4 \\ -7x + 4y - 6z + 3u = 4 \\ 3x + 4y + z - 3u = 4 \end{cases}$
7.	$\begin{cases} x + 2y - 3z + u = 4 \\ 2x + 3y + z - 4u = -3 \\ 3x - 2y + z - 2u = 1 \\ 5x - 3y + 2z - 2u = 10 \end{cases}$	22.	$\begin{cases} 2x + 3y + 4z - 5u = 13 \\ x + y - z - u = 4 \\ 3x + 6y - 5z - 2u = 7 \\ x - 2y - 3z - u = 1 \end{cases}$
8.	$\begin{cases} -3x + 4y + 5z + 6u = 2 \\ x - 3y + 2z - u = 5 \\ 2x - 3y - z - u = -5 \\ 4x + 2y - 5z - u = -2 \end{cases}$	23.	$\begin{cases} x + 2y - 3z + 3u = -1 \\ -4x + 2y + z - u = 6 \\ 3x + y - z + 3u = 7 \\ -2x + 3y + z - u = -2 \end{cases}$
9.	$\begin{cases} x - 3y + z + 2u = -10 \\ x + y - 3z - u = 4 \\ 2x - 3y + 4z - 5u = -8 \\ x - y + z + u = 4 \end{cases}$	24.	$\begin{cases} 2x + 3y + 2z - 3u = 1 \\ 5x - 6y - z - 2u = 5 \\ 6x - 7y + 2z + 3u = -1 \\ 3x - y + 2z + 5u = 4 \end{cases}$

10.	$\begin{cases} 7x + y - 2z + 3u = 4 \\ 9x - y + 3z - 2u = 5 \\ x + 2y - 5z + 6u = 2 \\ 5x + 3y - z - 7u = -6 \end{cases}$	25.	$\begin{cases} 2x + 3y - 3z - u = 3 \\ x + 4y - z + 2u = 18 \\ 2x - 4y + 2z - 5u = -15 \\ 3x - y - 2z + u = 3 \end{cases}$
11.	$\begin{cases} 3x - 2y + z - 2u = 8 \\ 2x + 3y + 2z + 4u = -4 \\ 4x + 2u + 6z + u = -4 \\ x + y + z + 2u = -4 \end{cases}$	26.	$\begin{cases} x + 2y - 3z - 4u = 4 \\ 2x - 3y - 4z - 5u = -8 \\ 6x + 2y - 3z + u = -6 \\ 7x + 3y - 6z + u = 4 \end{cases}$
12.	$\begin{cases} 2x + 3y - z + u = 35 \\ 3x - 2y + 6z - 3u = 2 \\ -x + 2y + 6z - 2u = 19 \\ 4x + 2y - 3z + u = -7 \end{cases}$	27.	$\begin{cases} -x - 3y + 2z + 5u = 10 \\ 2x + 5y + 2z + u = 5 \\ 3x - 2y + 2z + u = -1 \\ 5x + 2y + 6z + 7u = 17 \end{cases}$
13.	$\begin{cases} x + 2y - 2z - 3u = 3 \\ 2x - 3y + z + 2u = 5 \\ 3x + 2y + z + u = 2 \\ x + y + 2z + u = 5 \end{cases}$	28.	$\begin{cases} x + 2y + 3z + 3u = 8 \\ 5x + 3y - z - 7u = 6 \\ x + y + z + 2u = 9 \\ 3x - y + 2z + u = 14 \end{cases}$
14.	$\begin{cases} 2x + 3y + 4z + 5u = -1 \\ 3x + y - z + 3u = -9 \\ x + 2y + 5z + 6u = 0 \\ 3x - y + 2z + 5u = 1 \end{cases}$	29.	$\begin{cases} 2x + 3y + 3z + u = 12 \\ -x + 2y + 6z - 2u = -8 \\ 3x - 2y + z - 2u = 3 \\ 7x - y + 2z + 3u = 11 \end{cases}$
15.	$\begin{cases} 2x - y + 3z - u = 8 \\ x - 3y - z + 2u = -1 \\ 3x + 2u - 5z + 3u = 7 \\ 5x - 3y + 6z - u = 20 \end{cases}$	30.	$\begin{cases} x - 2y + 5z - u = 5 \\ x - 3y + z - 2u = -4 \\ 2x - 3y - 4z - u = 13 \\ -3x + 4y - 5z + 5u = 5 \end{cases}$

### Задача 1.2

Знайти оптимальний розв'язок задачі лінійного програмування, використовуючи Excel.

1.	$\max(2x_1 - x_2 + 2x_3)$ $\begin{cases} -x_1 + 4x_2 - 2x_3 \leq 6 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 6 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 4 \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}$	16.	$\max(2x_1 + 3x_2 + 4x_4)$ $\begin{cases} x_1 - x_3 \leq 5 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 4 \\ -2x_1 + 2x_3 \geq -4 \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}$
2.	$\max(5x_1 + x_2 + x_3)$ $\begin{cases} -x_1 + x_2 - x_3 \geq -3 \\ x_1 + x_2 + x_3 \leq 5 \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}$	17.	$\min(x_1 - 3x_2 + x_3)$ $\begin{cases} -x_1 - 2x_2 + x_3 \leq -2 \\ 2x_2 + 4x_3 \leq 7 \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}$
3.	$\max(5x_1 + x_2 + x_3)$ $\begin{cases} -x_1 + x_2 - 2x_3 \geq -2 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 8 \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}$	18.	$\min(x_1 - 3x_2 + x_3)$ $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 10 \\ x_1 - x_2 \leq 2 \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}$
4.	$\max(x_1 + 3x_2 + 2x_3)$ $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 10 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 \geq -2 \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}$	19.	$\min(x_1 + 3x_2 - 3x_3)$ $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 5x_3 \geq 2 \\ -x_1 - 2x_3 \geq -6 \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}$
5.	$\max(x_1 - x_2 + 3x_3)$ $\begin{cases} x_1 + 3x_3 \leq 10 \\ x_1 - x_2 - x_3 = -3 \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}$	20.	$\min(3x_1 - 2x_2 - x_3)$ $\begin{cases} -x_1 - 3x_2 + 3x_3 \geq -6 \\ -2x_1 + x_2 + x_3 \leq 4 \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}$
6.	$\max(2x_1 - x_2 - 3x_3)$ $\begin{cases} 2x_1 + x_3 \leq 6 \\ x_1 - x_2 - x_3 = -2 \\ -x_1 + 6x_3 \geq -4 \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}$	21.	$\max(-3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4)$ $\begin{cases} -x_1 + x_2 - x_4 = -5 \\ 2x_2 + x_3 \leq 4 \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 \geq -8 \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1,4}$

7.	$\max(2x_1 + x_2 - 3x_3)$ $\begin{cases} x_1 - x_3 \leq 6 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 5 \\ -2x_1 + 2x_3 \geq -4 \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}$	22.	$\min(-2x_1 - 3x_2 + x_3)$ $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = -2 \\ x_1 + 2x_2 \leq 5 \\ -3x_1 - 2x_2 \geq -4 \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}$
8.	$\max(4x_1 + 3x_2 + 5x_3)$ $\begin{cases} x_1 - x_3 \leq 6 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 5 \\ -2x_1 + 2x_3 \geq -4 \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}$	23.	$\min(x_1 + 2x_2 - 3x_3)$ $\begin{cases} -2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 4 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 6 \\ x_1 + x_3 \leq 2 \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}$
9.	$\max(x_1 - 5x_2 - x_3)$ $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 \geq 3 \\ 2x_1 + x_3 = 4 \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}$	24.	$\min(5x_1 + 4x_2 + 2x_3)$ $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 \geq 8 \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}$
10.	$\max(3x_1 + 2x_2 + 3x_3)$ $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \geq 2 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 8 \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}$	25.	$\min(2x_1 + 3x_2 - 5x_3)$ $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ 2x_1 - 5x_2 + x_3 \geq 10 \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}$
11.	$\max(2x_1 + 4x_2 + 4x_3 - 3x_4)$ $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 = 8 \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1,4}$	26.	$\max(3x_1 + 2x_2 + 3x_3)$ $\begin{cases} x_1 + 4x_2 + x_3 \geq 8 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 10 \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}$
12.	$\max(x_1 + 5x_2 + 3x_3)$ $\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 3 \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}$	27.	$\max(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)$ $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 7 \\ 4x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 = 8 \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1,4}$

13.	$\max(x_1 + x_2)$ $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 5 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 6 \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1,2}$	28.	$\min(-3x_1 + 2x_2 + 5x_3)$ $\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 \leq 10 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 8 \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}$
14.	$\max(2x_1 - 4x_2 + 5x_3)$ $\begin{cases} x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 2 \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}$	29.	$\max(2x_1 + 5x_2 - 6x_3)$ $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 4 \\ -x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}$
15.	$\max(2x_1 + 3x_2 + 5x_3)$ $\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 \geq -5 \\ -x_1 + x_2 - x_3 \leq 4 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 10 \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}$	30.	$\max(3x_1 + 3x_2 + x_3)$ $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 12 \\ 4x_1 + 8x_2 + 3x_3 \geq 24 \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}$

### Задача № 1.3

Знайти оптимальний розв'язок задачі цілочислового програмування, використовуючи Ексел.

1. $F = x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$ $2x_1 + 4x_2 \leq 17$ $10x_1 + 3x_2 \leq 15$ $x_1, x_2 \geq 0$ $x_1, x_2$ – цілі	16. $F = 5x_1 + 6x_2 + 6x_3 \rightarrow \min$ $2x_1 + 4x_2 \geq 10$ $3x_1 + 2x_2 + 2x_3 \geq 8$ $x_1, x_2, x_3 \geq 0$ $x_1, x_2, x_3$ – цілі
2. $F = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$ $2x_1 + 2x_2 \leq 7$ $4x_1 - 5x_2 \leq 9$ $x_1, x_2 \geq 0$ $x_1, x_2$ – цілі	17. $F = 8x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$ $3x_1 + 5x_2 \leq 11$ $4x_1 + x_2 \leq 8$ $x_1, x_2 \geq 0$ $x_1, x_2$ – цілі
3. $F = 8x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$ $2x_1 + 5x_2 \leq 12$ $4x_1 + x_2 \leq 10$ $x_1, x_2 \geq 0$ $x_1, x_2$ – цілі	18. $F = x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$ $2x_1 + 4x_2 \leq 7$ $10x_1 + 3x_2 \leq 15$ $x_1, x_2 \geq 0$ $x_1, x_2$ – цілі

<p>4. <math>F = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max</math>  <math>5x_1 + 7x_2 \leq 21</math>  <math>-x_1 + 3x_2 \leq 8</math>  <math>x_1, x_2 \geq 0</math>  <math>x_1, x_2</math> – цілі</p>	<p>19. <math>F = 5x_1 + 6x_2 + 6x_3 \rightarrow \min</math>  <math>2x_1 + 4x_2 \geq 10</math>  <math>2x_1 + 2x_2 + 2x_3 \geq 10</math>  <math>x_1, x_2, x_3 \geq 0</math>  <math>x_1, x_2, x_3</math> – цілі</p>
<p>5. <math>F = x_1 + x_2 \rightarrow \max</math>  <math>6x_1 + 5x_2 \leq 20</math>  <math>2x_1 + 3x_2 \leq 10</math>  <math>x_1, x_2 \geq 0</math>  <math>x_1, x_2</math> – цілі</p>	<p>20. <math>F = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max</math>  <math>2x_1 + 9x_2 \leq 36</math>  <math>x_1 + x_2 \leq 7</math>  <math>x_1, x_2 \geq 0</math>  <math>x_1, x_2</math> – цілі</p>
<p>6. <math>F = 8x_1 + 6x_2 \rightarrow \max</math>  <math>2x_1 + 5x_2 \leq 11</math>  <math>4x_1 + x_2 \leq 10</math>  <math>x_1, x_2 \geq 0</math>  <math>x_1, x_2</math> – цілі</p>	<p>21. <math>F = x_1 + x_2 \rightarrow \max</math>  <math>2x_1 + x_2 \leq 18</math>  <math>x_1 + 2x_2 \leq 16</math>  <math>x_1, x_2 \geq 0</math>  <math>x_1, x_2</math> – цілі</p>
<p>7. <math>F = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max</math>  <math>x_1 + 2x_2 \leq 10</math>  <math>x_1 + 2x_2 \geq 2</math>  <math>2x_1 + x_2 \leq 10</math>  <math>x_1, x_2 \geq 0</math>  <math>x_1, x_2</math> – цілі</p>	<p>22. <math>F = 2x_1 + x_2 \rightarrow \max</math>  <math>x_1 + 2x_2 \leq 16</math>  <math>x_1 + 2x_2 \geq 2</math>  <math>2x_1 + x_2 \leq 16</math>  <math>x_1, x_2 \geq 0</math>  <math>x_1, x_2</math> – цілі</p>
<p>8. <math>F = 2x_1 + x_2 \rightarrow \max</math>  <math>2x_1 + 3x_2 \leq 12</math>  <math>4x_1 + x_2 \geq 10</math>  <math>x_1, x_2 \geq 0</math>  <math>x_1, x_2</math> – цілі</p>	<p>23. <math>F = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max</math>  <math>x_1 + 4x_2 \leq 14</math>  <math>2x_1 + 3x_2 \geq 12</math>  <math>x_1, x_2 \geq 0</math>  <math>x_1, x_2</math> – цілі</p>
<p>9. <math>F = x_1 + x_2 \rightarrow \max</math>  <math>3x_1 + 2x_2 \leq 5</math>  <math>x_2 \leq 2</math>  <math>x_1, x_2 \geq 0</math>  <math>x_1, x_2</math> – цілі</p>	<p>24. <math>F = x_1 + x_2 \rightarrow \max</math>  <math>20x_1 + 10x_2 \leq 75</math>  <math>12x_1 + 7x_2 \leq 55</math>  <math>x_1, x_2 \geq 0</math>  <math>x_1, x_2</math> – цілі</p>

<p>10. <math>F = 5x_1 + 3x_2 \rightarrow \max</math>  <math>3x_1 + 5x_2 \leq 15</math>  <math>5x_1 + 2x_2 \leq 1</math>  <math>x_1, x_2 \geq 0</math>  <math>x_1, x_2</math> – цілі</p>	<p>25. <math>F = 4x_1 + 4x_2 \rightarrow \max</math>  <math>2x_1 + 4x_2 \leq 5</math>  <math>2x_1 + x_2 \leq 9</math>  <math>x_1, x_2 \geq 0</math>  <math>x_1, x_2</math> – цілі</p>
<p>11. <math>F = 6x_1 + 4x_2 \rightarrow \min</math>  <math>2x_1 + x_2 \geq 3</math>  <math>x_1 - x_2 \geq 1</math>  <math>x_1, x_2 \geq 0</math>  <math>x_1, x_2</math> – цілі</p>	<p>26. <math>F = 2x_1 + x_2 \rightarrow \max</math>  <math>2x_1 + 3x_2 \leq 11</math>  <math>4x_1 + x_2 \leq 10</math>  <math>x_1, x_2 \geq 0</math>  <math>x_1, x_2</math> – цілі</p>
<p>12. <math>F = x_1 + x_2 \rightarrow \max</math>  <math>2x_1 + 11x_2 \leq 38</math>  <math>x_1 + x_2 \leq 7</math>  <math>4x_1 - 5x_2 \leq 5</math>  <math>x_1, x_2 \geq 0</math>  <math>x_1, x_2</math> – цілі</p>	<p>27. <math>F = 5x_1 - 3x_2 \rightarrow \max</math>  <math>3x_1 + 2x_2 \geq 6</math>  <math>2x_1 - 3x_2 \geq -6</math>  <math>x_1 - x_2 \leq 4</math>  <math>x_1, x_2 \geq 0</math>  <math>x_1, x_2</math> – цілі</p>
<p>13. <math>F = 2x_1 - x_2 \rightarrow \max</math>  <math>2x_1 + x_2 \leq 8</math>  <math>x_1 + 3x_2 \geq 6</math>  <math>3x_1 + x_2 \geq 3</math>  <math>x_1, x_2 \geq 0</math>  <math>x_1, x_2</math> – цілі</p>	<p>28. <math>F = x_1 - 3x_2 + 3x_3 \rightarrow \min</math>  <math>2x_1 + x_2 - x_3 \leq 4</math>  <math>4x_1 - 3x_2 \leq 2</math>  <math>-3x_1 + 2x_2 \leq 3</math>  <math>x_1, x_2 \geq 0</math>  <math>x_1, x_2, x_3</math> – цілі</p>
<p>14. <math>F = 7x_1 - 2x_2 \rightarrow \max</math>  <math>x_1 + x_2 \leq 5</math>  <math>2x_1 - 3x_2 \leq 6</math>  <math>3x_1 + x_2 \geq 2</math>  <math>x_1 - x_2 \geq -3</math>  <math>x_1, x_2 \geq 0</math>  <math>x_1, x_2</math> – цілі</p>	<p>29. <math>F = 2x_1 + x_2 \rightarrow \max</math>  <math>7x_1 + 4x_2 \leq 28</math>  <math>-x_1 + 2x_2 \leq 14</math>  <math>5x_1 + 2x_2 \geq 10</math>  <math>4x_1 - 3x_2 \leq 12</math>  <math>x_1, x_2 \geq 0</math>  <math>x_1, x_2</math> – цілі</p>
<p>15. <math>F = 6x_1 + 4x_2 \rightarrow \min</math>  <math>2x_1 + x_2 \geq 3</math>  <math>x_1 - x_2 \leq 1</math>  <math>x_1, x_2 \geq 0</math>  <math>x_1, x_2</math> – цілі</p>	<p>30. <math>F = x_1 + x_2 \rightarrow \max</math>  <math>6x_1 + 5x_2 \leq 20</math>  <math>2x_1 + 3x_2 \leq 10</math>  <math>x_1, x_2 \geq 0</math>  <math>x_1, x_2</math> – цілі</p>

### Задача 1.4

Побудувати двоїсту задачу до заданої задачі лінійного програмування та визначити їх оптимальний розв'язок, використовуючи Excel.

1.	$z = -30x_1 + 10x_2 \rightarrow \max$ $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 \geq -2, \\ -3x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 3, \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$	16.	$z = 4x_1 + 3x_2 + x_3 \rightarrow \min$ $\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + x_3 \geq 2, \\ x_1 + x_2 + x_3 \leq 5, \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}, \end{cases}$
2.	$z = 5x_1 + 12x_2 - 4x_3 \rightarrow \max$ $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 10, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 8, \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$	17.	$z = -3x_1 - 4x_2 - 5x_3 \rightarrow \min$ $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 \geq -4, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 6, \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$
3.	$z = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$ $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 30, \\ x_1 + x_2 = 6 \\ 2x_1 + x_2 \geq 10, \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,2} \end{cases}$	18.	$z = 5x_1 + 2x_2 \rightarrow \min$ $\begin{cases} x_1 + 3x_2 \geq 8, \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 20, \\ 3x_1 + x_2 \geq 6, \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,2} \end{cases}$
4.	$z = 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 \rightarrow \max$ $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 50, \\ 3x_1 + x_3 \geq 15, \\ x_1 + 4x_2 \leq 40, \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$	19.	$z = -x_1 + x_2 \rightarrow \min$ $\begin{cases} 2x_1 - x_2 \leq 4, \\ x_1 + 2x_2 \geq 2, \\ x_1 + x_2 \leq 6, \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,2} \end{cases}$
5.	$z = 5x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$ $\begin{cases} x_1 + x_2 = 5, \\ x_1 + x_2 \geq 3, \\ 2x_1 + x_2 \leq 8, \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,2} \end{cases}$	20.	$z = 2x_1 - 2x_2 + 4x_3 \rightarrow \min$ $\begin{cases} -x_2 + 4x_3 \geq 1, \\ -x_1 + 5x_2 \leq 1, \\ -x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 9, \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$

6.	$z = 3x_1 + 6x_2 + 2x_3 \rightarrow \max$ $\begin{cases} 3x_2 + 4x_2 + x_3 \leq 2, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 \geq 1, \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$	21.	$z = x_1 + 2x_2 - 3x_3 \rightarrow \min$ $\begin{cases} x_2 + x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 \geq 4, \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$
7.	$Z = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \min$ $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 30, \\ x_1 + 2x_2 \geq 10, \\ x_1 - x_2 \geq 10, \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,2} \end{cases}$	22.	$z = 10x_1 + 40x_2 \rightarrow \min$ $\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 \geq 18, \\ x_1 + 2x_2 \geq 3, \\ 2x_1 + 4x_2 \geq 25, \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,2} \end{cases}$
8.	$z = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$ $\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 5, \\ 3x_1 - x_2 = 6, \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,2} \end{cases}$	23.	$z = -x_1 + 8x_2 + 20x_3 + 6x_4 \rightarrow \min$ $\begin{cases} x_1 + 4x_2 - 4x_3 + 2x_4 \leq 2, \\ -x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 3x_4 \geq 1, \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,4}. \end{cases}$
9.	$z = x_1 + 5x_2 + 3x_3 \rightarrow \max$ $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 - x_2 = 4, \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$	24.	$z = 9x_1 + 8x_2 + 10x_3 \rightarrow \max$ $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 \leq 4, \\ x_1 + 2x_2 + 5x_3 \leq 4, \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$
10.	$z = x_1 + 2x_2 + 5x_3 \rightarrow \min$ $\begin{cases} x_1 + x_2 + 4x_3 \geq 12, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 8, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 20, \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$	25.	$Z = 5x_1 + 12x_2 + 4x_3 \rightarrow \max$ $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 10, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 2, \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0. \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,2} \end{cases}$
11.	$z = 8x_1 + 8x_2 + x_3 \rightarrow \min$ $\begin{cases} 4x_1 + x_2 + x_3 \geq 1, \\ x_1 + 4x_2 - x_3 \geq 3, \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$	26.	$z = x_1 + 4x_2 + x_3 \rightarrow \max$ $\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$

12.	$z = 14x_1 + 15x_2 - 24x_3 \rightarrow \min$ $\begin{cases} x_1 - 5x_2 - 4x_3 \geq 1, \\ -2x_1 - 3x_2 + 6x_3 \leq -3, \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$	27.	$z = x_1 + 8x_2 + 10x_3 \rightarrow \max$ $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = -1, \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$
13.	$z = x_1 - 2x_2 + 5x_3 \rightarrow \max$ $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 18, \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 \leq 20, \\ 5x_1 - 3x_2 + 6x_3 \geq 19 \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$	28.	$Z = 4x_1 + 3x_2 + 5x_3 \rightarrow \max$ $\begin{cases} x_1 + x_3 \leq 6, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 5, \\ -x_1 + x_3 \geq -2 \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$
14.	$Z = 8x_1 - 20x_2 + 6x_3 \rightarrow \max$ $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 5, \\ 3x_1 - 4x_2 + x_3 \leq 2 \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$	29.	$z = x_1 + x_2 \rightarrow \max$ $\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 5, \\ 3x_1 - x_2 = 6, \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,2} \end{cases}$
15.	$Z = x_1 + 10x_2 + 6x_3 + x_4 \rightarrow \min$ $\begin{cases} 5x_2 + 3x_3 + x_4 = 15, \\ x_1 + x_2 + 4x_3 + x_4 = 19 \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,4}. \end{cases}$	30.	$Z = 7x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$ $\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 \geq 10 \\ 5x_1 + 2x_2 \geq 10 \\ x_1 \leq 6 \\ x_2 \leq 5 \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,2} \end{cases}$

### Задача 1.5

Знайти оптимальний розв'язок задачі нелінійного програмування, використовуючи Excel.

1.	$f = (x_1 - 10)^2 + (x_2 - 9)^2 \rightarrow \max(\min)$ $\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 3, \\ -3x_1 + 2x_2 \leq 12, \\ 4x_1 + 5x_2 \geq 30, \\ 4x_1 + x_2 \leq 28, \\ 2x_1 - x_2 \leq 0, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$	16.	$f = (x_1 - 4)^2 + (x_2 - 3)^2 \rightarrow \max(\min)$ $\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 4, \\ 2x_1 + x_2 \leq 20, \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 24, \\ -x_1 - 3x_2 \geq -21, \\ x_1 + x_2 \leq 12, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$
----	--	-----	--

<p><b>2.</b>  <math>f = x_1 \cdot x_2 \rightarrow \max(\min)</math>  <math display="block">\begin{cases} x_1^2 + 2x_1 + x_2^2 - 2x_2 - 14 \geq 0, \\ 2x_1 + x_2 \leq 10, \\ x_i \geq 0. \end{cases}</math></p>	<p><b>17.</b>  <math>f = 3x_1 + 4x_2 \rightarrow \min</math>  <math display="block">\begin{cases} x_1 \cdot x_2 \geq 4, \\ x_1^2 + x_2^2 \leq 25, \\ x_i \geq 0. \end{cases}</math></p>
<p><b>3.</b>  <math>f = 16(x_1 - 3)^2 + 9(x_2 - 2)^2 \rightarrow \max(\min)</math>  <math display="block">\begin{cases} 4x_1 + 9x_2 \geq 72, \\ 3x_1 - 8x_2 \geq -80, \\ 4x_1 + 5x_2 \leq 97, \\ 3x_1 - x_2 \leq 30, \\ -2x_1 + 3x_2 \geq -6, \\ x_i \geq 0. \end{cases}</math></p>	<p><b>18.</b>  <math>f = x_1 \cdot x_2 \rightarrow \max</math>  <math display="block">\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq 8, \\ -2x_1 - x_2 \leq -4, \\ 4x_1 + 5x_2 \leq 70, \\ 4x_1 + x_2 \leq 46, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 16, \\ x_i \geq 0. \end{cases}</math></p>
<p><b>4.</b>  <math>f = -x_1^2 + 8x_1 + x_2 \rightarrow \max</math>  <math display="block">\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 2, \\ 3x_1 - 4x_2 \leq 24, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 42, \\ -x_1 - 5x_2 \geq -40, \\ x_i \geq 0. \end{cases}</math></p>	<p><b>19.</b>  <math>f = x_2 - x_1^2 + 6x_1 \rightarrow \max(\min)</math>  <math display="block">\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 24, \\ x_1 + 2x_2 \leq 15, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 24, \\ x_2 \leq 4, \\ x_i \geq 0. \end{cases}</math></p>
<p><b>5.</b>  <math>f = 3x_1 + 4x_2 \rightarrow \min</math>  <math display="block">\begin{cases} x_1 \cdot x_2 \leq 80, \\ (x_1 - 6)^2 + (x_2 - 6)^2 \leq 36, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 12, \\ x_i \geq 0. \end{cases}</math></p>	<p><b>20.</b>  <math>f = (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 4)^2 \rightarrow \max(\min)</math>  <math display="block">\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \geq 7, \\ 10x_1 - x_2 \leq 8, \\ -18x_1 + 4x_2 \leq 12, \\ x_i \geq 0. \end{cases}</math></p>
<p><b>6.</b>  <math>f = x_1 \cdot x_2 \rightarrow \max</math>  <math display="block">\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq 8, \\ -2x_1 - x_2 \leq -4, \\ 4x_1 + 5x_2 \leq 70, \\ 4x_1 + x_2 \leq 46, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 16, \\ x_i \geq 0. \end{cases}</math></p>	<p><b>21.</b>  <math>f = 2(x_1 - 3)^2 + 5(x_2 - 4)^2 \rightarrow \max(\min)</math>  <math display="block">\begin{cases} x_1 - 6x_2 \leq -3, \\ 3x_1 + 2x_2 \geq 31, \\ x_1 - 4x_2 \geq -27, \\ 2x_1 + 5x_2 \leq 63, \\ -4x_1 - x_2 \geq -63, \\ x_i \geq 0. \end{cases}</math></p>

<p><b>7.</b></p> $f = (x_1 - 4)^2 + (x_2 - 3)^2 \rightarrow \max(\min)$ $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq 6, \\ 3x_1 - 2x_2 \leq 18, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 8, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$	<p><b>22.</b></p> $f = (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 4)^2 \rightarrow \max(\min)$ $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \geq 7, \\ 10x_1 - x_2 \leq 8, \\ -18x_1 + 4x_2 \leq 12, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$
<p><b>8.</b></p> $f = x_1 \cdot x_2 \rightarrow \max(\min)$ $\begin{cases} 6x_1 + 4x_2 \geq 12, \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 24, \\ -3x_1 + 4x_2 \leq 12, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$	<p><b>23.</b></p> $f = 9(x_1 - 5)^2 + 4(x_2 - 6)^2 \rightarrow \max(\min)$ $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \geq 12, \\ x_1 - x_2 \leq 6, \\ x_2 \leq 4, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$
<p><b>9.</b></p> $f = 4x_1 + 3x_2 \rightarrow \max(\min)$ $\begin{cases} x_1^2 - 2x_1 + x_2^2 - 2x_2 - 34 \leq 0, \\ x_1 \geq 1, \\ x_2 \geq 1, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$	<p><b>24.</b></p> $f = 2(x_1 - 7)^2 + 4(x_2 - 3)^2 \rightarrow \max(\min)$ $\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 2, \\ x_1 + x_2 \leq 6, \\ 2x_1 + x_2 \leq 11, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$
<p><b>10.</b></p> $f = x_1 \cdot x_2 \rightarrow \max(\min)$ $\begin{cases} x_1^2 + 2x_1 + x_2^2 - 2x_2 - 14 \geq 0, \\ 2x_1 + x_2 \leq 10, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$	<p><b>25.</b></p> $f = -\frac{x_1^2}{4000} + 0,5x_1 + 0,4x_2 \rightarrow \max(\min)$ $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 6000, \\ 2x_1 + x_2 \leq 4000, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$
<p><b>11.</b></p> $f = (x_1 - 4)^2 + (x_2 - 3)^2 \rightarrow \max(\min)$ $\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 4, \\ 2x_1 + x_2 \leq 20, \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 24, \\ -x_1 - 3x_2 \geq -21, \\ x_1 + x_2 \leq 12, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$	<p><b>26.</b></p> $f = 2(x_1 - 3)^2 + 5(x_2 - 4)^2 \rightarrow \max(\min)$ $\begin{cases} x_1 - 6x_2 \leq -3, \\ 3x_1 + 2x_2 \geq 31, \\ x_1 - 4x_2 \geq -27, \\ 2x_1 + 5x_2 \leq 63, \\ -4x_1 - x_2 \geq -63, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$

<p><b>12.</b>  <math>f = 3x_1 + 4x_2 \rightarrow \min</math>  <math display="block">\begin{cases} x_1 \cdot x_2 \geq 4, \\ x_1^2 + x_2^2 \leq 25, \\ x_i \geq 0. \end{cases}</math></p>	<p><b>27.</b>  <math>f = 4x_1 + 3x_2 \rightarrow \max</math>  <math display="block">\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 \leq 100, \\ x_1 \cdot x_2 \geq 3, \\ x_i \geq 0. \end{cases}</math></p>
<p><b>13.</b>  <math>f = x_1^2 + x_2^2 \rightarrow \max(\min)</math>  <math display="block">\begin{cases} x_1 \cdot x_2 \leq 6, \\ -4x_1 + 3x_2 \geq 12, \\ x_2 \leq 10, \\ x_1 - 2x_2 \geq 4, \\ x_1 \leq 9, \\ x_1 + x_2 \geq 6, \\ x_i \geq 0. \end{cases}</math></p>	<p><b>28.</b>  <math>f = x_1^2 + x_2^2 \rightarrow \max(\min)</math>  <math display="block">\begin{cases} x_1 \cdot x_2 \leq 6, \\ -4x_1 + 3x_2 \geq 12, \\ x_2 \leq 10, \\ x_1 - 2x_2 \geq 4, \\ x_1 \leq 9, \\ x_1 + x_2 \geq 6, \\ x_i \geq 0. \end{cases}</math></p>
<p><b>14.</b>  <math>f = 4(x_1 - 5)^2 + 9(x_2 - 6)^2 \rightarrow \max(\min)</math>  <math display="block">\begin{cases} x_1 \leq 9, \\ x_1 + x_2 \geq 4, \\ x_1 - 6x_2 \geq -54, \\ x_2 \geq 2, \\ x_i \geq 0. \end{cases}</math></p>	<p><b>29.</b>  <math>f = 9(x_1 - 5)^2 + 4(x_2 - 6)^2 \rightarrow \max(\min)</math>  <math display="block">\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \geq 12, \\ x_1 - x_2 \leq 6, \\ x_2 \leq 4, \\ x_i \geq 0. \end{cases}</math></p>
<p><b>15.</b>  <math>f = 4x_1 + 3x_2 \rightarrow \max</math>  <math display="block">\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 \leq 100, \\ x_1 \cdot x_2 \geq 3, \\ x_i \geq 0. \end{cases}</math></p>	<p><b>30.</b>  <math>f = -\frac{x_1^2}{4000} + 0,5x_1 + 0,4x_2 \rightarrow \max(\min)</math>  <math display="block">\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 6000, \\ 2x_1 + x_2 \leq 4000, \\ x_i \geq 0. \end{cases}</math></p>

### Задача 1.6

Знайти оптимальний розв'язок задачі дробово-лінійного програмування, використовуючи Excel.

<p><b>1.</b></p> $Z = \frac{5x_1 - 2x_2}{x_1 + 2x_2} \rightarrow \max(\min)$ $\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 5 \\ x_1 \geq 1 \\ x_2 \geq 1 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	<p><b>2.</b></p> $Z = \frac{x_1 - 2x_2}{x_1 + 5x_2} \rightarrow \max(\min)$ $\begin{cases} -4x_1 + x_2 \leq 4 \\ -x_1 + 2x_2 \geq 2 \\ x_1 + x_2 \leq 13 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
<p><b>3.</b></p> $Z = \frac{2x_1 + 3x_2 + 5}{x_1 - x_2 + 3} \rightarrow \max(\min)$ $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \geq 6 \\ -x_1 + x_2 \leq 1 \\ x_1 \geq 1.5 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	<p><b>4.</b></p> $Z = \frac{x_1 + 2x_2}{3x_1 + 2x_2} \rightarrow \max(\min)$ $\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_1 + 8x_2 \leq 8 \\ x_1 \geq 1 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
<p><b>5.</b></p> $Z = \frac{3x_1 - 2x_2}{x_1 + 2x_2} \rightarrow \max(\min)$ $\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \leq 16 \\ -4x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ x_1 + 3x_2 \geq 9 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	<p><b>6.</b></p> $Z = \frac{-5x_1 + 4x_2}{2x_1 + 3x_2} \rightarrow \max(\min)$ $\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 \leq 12 \\ -x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ x_1 + x_2 \geq 10 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
<p><b>7.</b></p> $Z = \frac{x_1 + x_2}{2x_1 + 3x_2} \rightarrow \max(\min)$ $\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 \leq 9 \\ -x_1 - x_2 \geq 6 \\ 2x_1 - x_2 \leq 10 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	<p><b>8.</b></p> $Z = \frac{5x_1 - 3x_2}{x_1 + 3x_2} \rightarrow \max(\min)$ $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq 12 \\ -x_1 + 6x_2 \leq 18 \\ x_1 - 3x_2 \leq 3 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

<p><b>9.</b></p> $Z = \frac{x_1 - 2x_2}{3x_1 + x_2} \rightarrow \max(\min)$ $\begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 7 \\ -x_1 + 4x_2 \leq 5 \\ 4x_1 - 3x_2 \leq 17 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	<p><b>10.</b></p> $Z = \frac{3x_1 - x_2}{x_1 + x_2} \rightarrow \max(\min)$ $\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 5 \\ -x_1 + 3x_2 \leq 7 \\ 3x_1 - x_2 \leq 11 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
<p><b>11.</b></p> $Z = \frac{2x_1 - x_2}{x_1} \rightarrow \max(\min)$ $\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 5 \\ 2x_1 - x_2 \geq 1 \\ x_1 - 3x_2 \leq 1 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	<p><b>12.</b></p> $Z = \frac{-5x_1 + 2x_2}{3x_1 + 4x_2} \rightarrow \max(\min)$ $\begin{cases} x_1 + 4x_2 \leq 16 \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 12 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 18 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
<p><b>13.</b></p> $Z = \frac{x_1 + 3x_2}{x_1 + x_2} \rightarrow \max(\min)$ $\begin{cases} x_1 + 3x_2 \geq 4 \\ 3x_1 - x_2 \leq 6 \\ x_1 + x_2 \leq 3 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	<p><b>14.</b></p> $Z = \frac{x_1 + 3x_2}{x_1 + x_2} \rightarrow \max(\min)$ $\begin{cases} 9x_1 + 7x_2 \leq 79 \\ 2x_1 - 5x_2 \leq 11 \\ 2x_1 + x_2 \geq 40 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
<p><b>15.</b></p> $Z = \frac{x_1 + 3x_2}{-2x_1 + x_2} \rightarrow \max(\min)$ $\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 2 \\ x_1 + x_2 \leq 4 \\ x_1 + x_2 \geq 2 \\ x_2 \geq 1 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	<p><b>16.</b></p> $Z = \frac{4x_1 + 3x_2}{x_1 + x_2} \rightarrow \max(\min)$ $\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 6 \\ 10x_1 + 7x_2 \leq 70 \\ x_1 \leq 5 \\ x_2 \leq 4 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

<p><b>17.</b></p> $Z = \frac{x_1 + 2x_2}{x_1 + x_2} \rightarrow \max(\min)$ $\begin{cases} x_1 + 4x_2 \geq 10 \\ 5x_1 - 2x_2 \geq 6 \\ x_1 - 2x_2 \geq -10 \\ x_1 \leq 11 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	<p><b>18.</b></p> $Z = \frac{-3x_1 + 5x_2}{-x_1 - 4x_2} \rightarrow \max(\min)$ $\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 8 \\ 3x_1 - 4x_2 \geq -10 \\ -x_1 - 7x_2 \leq -17 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 32 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
<p><b>19.</b></p> $Z = \frac{x_1 + 3x_2}{2 + x_1 + x_2} \rightarrow \max(\min)$ $\begin{cases} x_1 + 3x_2 \geq 4; \\ 3x_1 - x_2 \leq 6; \\ x_1 + x_2 \leq 3; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$	<p><b>20.</b></p> $Z = \frac{2x_1 - 3x_2}{x_1 + 4x_2} \rightarrow \max(\min)$ $\begin{cases} x_1 - x_2 \geq -2 \\ x_1 + x_2 \leq 10 \\ 3x_1 + 7x_2 \geq 34 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
<p><b>21.</b></p> $Z = \frac{x_1 + 2x_2}{x_1 + x_2} \rightarrow \max(\min)$ $\begin{cases} 12x_1 + 4x_2 \geq 48 \\ 10x_1 + 5x_2 \leq 50 \\ x_1 + x_2 \geq 6 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	<p><b>22.</b></p> $Z = \frac{2x_1 + 3x_2}{x_1 + x_2} \rightarrow \max(\min)$ $\begin{cases} 2x_1 + 8x_2 \leq 26 \\ x_1 + x_2 \geq 4 \\ 12x_1 + 3x_2 \leq 39 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
<p><b>23.</b></p> $Z = \frac{2x_1 + x_2}{x_1 + x_2} \rightarrow \max(\min)$ $\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 11 \\ x_1 - x_2 \leq 8 \\ -x_1 + 3x_2 \leq 9 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	<p><b>24.</b></p> $Z = \frac{x_1 - x_2}{2x_1 + x_2} \rightarrow \max(\min)$ $\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \geq 5 \\ 5x_1 - x_2 \leq 46 \\ 3x_1 - 5x_2 \geq 15 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

<p><b>25.</b></p> $Z = \frac{2x_1 - x_2}{x_2 + 5} \rightarrow \max(\min)$ $\begin{cases} x_1 - x_2 \leq 1 \\ x_1 + x_2 \geq 2 \\ x_1 - 2x_2 \leq 0 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	<p><b>26.</b></p> $Z = \frac{2x_1 - 3x_2}{x_1 + x_2} \rightarrow \max(\min)$ $\begin{cases} -x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ 9x_1 + 4x_2 \leq 56 \\ 3x_1 + 5x_2 \geq 4 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
<p><b>27.</b></p> $Z = \frac{x_1 - 2x_2}{2x_1 + x_2} \rightarrow \max(\min)$ $\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 10 \\ x_1 + 2x_2 \geq 2 \\ 2x_1 + x_2 \leq 10 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	<p><b>28.</b></p> $Z = \frac{3x_1 + 4x_2}{x_1 + 6x_2} \rightarrow \max(\min)$ $\begin{cases} x_1 - x_2 \leq 1 \\ 2x_1 + x_2 \leq 2 \\ x_1 - x_2 \geq 0 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
<p><b>29.</b></p> $Z = \frac{2x_1 - x_2}{x_1 + 2x_2 + 1} \rightarrow \max(\min)$ $\begin{cases} x_1 - 2x_2 \leq 2 \\ 2x_1 + x_2 \leq 6 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	<p><b>30.</b></p> $Z = \frac{x_1 - x_2}{2x_1 + 3x_2} \rightarrow \max(\min)$ $\begin{cases} -4x_1 + 6x_2 \leq 22 \\ 11x_1 + 13x_2 \leq 146 \\ 2x_1 - 4x_2 \leq 8 \\ x_1 + x_2 \geq 2 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 2

### «ПОБУДОВА ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ТА ВИЗНАЧЕННЯ ЇХ ОПТИМАЛЬНИХ ПЛАНІВ»

**Мета роботи.** Засвоїти методи побудови економіко-математичних моделей та знаходження їх розв'язку засобами MS EXCEL

#### Рівень А

Виконати завдання 1-3.

#### Рівень В

Виконати завдання 1-4.

#### Рівень С

Виконати завдання 1-5.

### Завдання для самостійної роботи

#### Задача 2.1

Для вирощування озимої пшениці, кукурудзи на зерно та ячменю виділено 400+10N га ріллі, 24000 людино-годин трудових ресурсів та 1600 ц мінеральних добрив. Урожайність, затрати праці та мінеральних добрив в розрахунку на 1 га наведені в таблиці 2.1. Визначити посівні площі сільськогосподарських культур з метою максимального виробництва зерна. Для озимої пшениці: затрати праці – 40 люд./га, кількість мін. добрив – 5 ц/га, урожайність – 50 ц/га.

**Таблиця 2.1**

Кукурудза на зерно				Ячмінь			
№	Затрати праці, люд.-год./га	Кількість мінеральних добрив, ц/га	Урожайність, ц/га	№	Затрати праці, люд.-год./га	Кількість мінеральних добрив, ц/га	Урожайність, ц/га
<b>0</b>	40	4	40	<b>0</b>	20	2	28
<b>1</b>	50	5	50	<b>1</b>	24	2.5	31
<b>2</b>	60	8	64	<b>2</b>	25	4	36
<b>3</b>	75	10	80	<b>3</b>	30	2	33
<b>4</b>	80	4	60	<b>4</b>	32	2.5	35
<b>5</b>	40	5	45	<b>5</b>	20	4	33
<b>6</b>	50	8	59	<b>6</b>	24	2	30

<b>7</b>	60	10	70	<b>7</b>	25	2.5	32
<b>8</b>	75	4	55	<b>8</b>	30	4	38
<b>9</b>	80	5	65	<b>9</b>	32	2	34

**Примітка.** Варіант технології вирощування кукурудзи на зерно вибирається за передостанньою цифрою шифру залікової книжки, а ячменю – за останньою. *N* – остання цифра шифру залікової книжки.

### Задача 2.2

Знайти посівні площі зернофуражних культур при мінімальних затратах праці на їх вирощування. Вихід поживних речовин та затрати праці наведені в таблиці 2.2:

**Таблиця 2.2**

Показники	Кукурудза на зерно	Ячмінь	Горох
Вихід кормових одиниць, ц/га	70	40	30
Вихід перетравного протеїну, ц/га	4	3	5
Затрати праці, людино-годин/га	40	20	30

Планові завдання виробництва кормів та площа ріллі наведені в таблиці 2.3:

**Таблиця 2.3**

Варіант	Мінімальні обсяги виробництва		Площа ріллі, га
	кормових одиниць, ц	перетравного протеїну, ц	
<b>0</b>	20000	2100+14N	500+4N
<b>1</b>	21000	2120+14N	520+4N
<b>2</b>	22000	2140+14N	540+4N
<b>3</b>	23000	2260+14N	560+4N
<b>4</b>	24000	2380+14N	580+4N
<b>5</b>	25000	2560+14N	600+4N
<b>6</b>	26000	2620+14N	620+4N
<b>7</b>	27000	2740+14N	640+4N
<b>8</b>	28000	2860+14N	660+4N
<b>9</b>	29000	2980+14N	680+4N

**Примітка.** Варіант вибирається за передостанньою цифрою шифру залікової книжки,  $N$  – остання цифра шифру залікової книжки.

### Задача 2.3

Для збирання зернових культур на площі  $1200+200N$  га господарство може орендувати комбайни марок А і В, техніко-економічні показники яких за сезон наведені в таблиці 2.4. Експлуатаційні затрати палива не повинні перевищувати  $320+20N$  тис. грн.

Визначити кількість орендованих комбайнів марок А та В при обов'язковому виконанні запланованого обсягу робіт та мінімальній орендній платі.

**Таблиця 2.4**

Показники	Комбайни марок	
	А	В
Виробіток, га	200	250
Експлуатаційні затрати, тис.грн	18	20
Орендна плата, тис. грн	80	90

**Примітка.**  $N$  – остання цифра шифру залікової книжки.

### Задача 2.4

1. Дати економічну постановку задачі на основі даних свого варіанту (таблиця 2.5).

2. Скласти економіко-математичну модель задачі.

3. Розв'язати задачу за допомогою Excel.

4. Виконати економічний аналіз, в якому:

а) назвати види продукції введені до оптимального плану випуску та максимальний прибуток;

б) оцінити ступінь використання ресурсів;

в) з'ясувати, як зміниться оптимальний план випуску продукції, якщо обсяги I і II ресурсів окремо зменшити на 10 % .

**Примітка.** Завдання вибирати згідно свого варіанту  $N$  – порядкового номеру студента у групі.

Таблиця 2.5

№	Види ресурсів	Норми витрат ресурсів на одиницю продукції				Запаси ресурсів
		А	В	С	Д	
1	I	1	2	4	1	360
	II	2	4	2	2	520
	III	1	1	2	3	220
	Прибуток	9	11	15	10	

№	Види ресурсів	Норми витрат ресурсів на одиницю продукції				Запаси ресурсів
		А	В	С	Д	
2	I	2	7	3	1	6
	II	5	12	5	3	10
	III	2	6	2	1	12
	Прибуток	35	24	32	4	

№	Види ресурсів	Норми витрат ресурсів на одиницю продукції				Запаси ресурсів
		А	В	С	Д	
3	I	1	1	1	0	5
	II	2	1	0	1	9
	III	1	2	1	0	7
	Прибуток	3	1	3	4	

№	Види ресурсів	Норми витрат ресурсів на одиницю продукції				Запаси ресурсів
		А	В	С	Д	
4	I	1	1	3	1	25
	II	3	3	9	2	58
	III	2	3	7	2	49
	Прибуток	1	1	2	1	

№	Види ресурсів	Норми витрат ресурсів на одиницю продукції				Запаси ресурсів
		А	В	С	Д	
5	I	3	7	5	1	25
	II	2	3	4	2	59
	III	6	5	9	5	74
	Прибуток	3	4	5	6	

№	Види ресурсів	Норми витрат ресурсів на одиницю продукції				Запаси ресурсів
		А	В	С	Д	
6	I	2	1	4	1	5
	II	15	8	2	1	58
	III	2	5	10	2	29
	Прибуток	5	6	7	6	

№	Види ресурсів	Норми витрат ресурсів на одиницю продукції				Запаси ресурсів
		А	В	С	Д	
7	I	1	3	5	4	18
	II	2	1	4	1	24
	III	3	1	1	1	28
	Прибуток	2	1	3	4	

№	Види ресурсів	Норми витрат ресурсів на одиницю продукції				Запаси ресурсів
		А	В	С	Д	
8	I	2	1	1	2	19
	II	2	3	1	1	16
	III	2	4	1	2	32
	Прибуток	16	1	1	5	

№	Види ресурсів	Норми витрат ресурсів на одиницю продукції				Запаси ресурсів
		А	В	С	Д	
9	I	1	5	2	13	35
	II	10	8	13	2	45
	III	4	2	5	8	55
	Прибуток	15	7	4	12	

№	Види ресурсів	Норми витрат ресурсів на одиницю продукції				Запаси ресурсів
		А	В	С	Д	
10	I	18	15	12	1	360
	II	6	4	8	2	198
	III	5	3	5	1	188
	Прибуток	9	10	16	5	

№	Види ресурсів	Норми витрат ресурсів на одиницю продукції				Запаси ресурсів
		А	В	С	Д	
11	I	2	5	13	4	45
	II	10	5	15	2	65
	III	3	1	4	7	62
	Прибуток	15	7	4	12	

№	Види ресурсів	Норми витрат ресурсів на одиницю продукції				Запаси ресурсів
		А	В	С	Д	
12	I	1	2	1	3	2
	II	5	3	1	4	12
	III	1	2	4	2	8
	Прибуток	2	1	1	3	

№	Види ресурсів	Норми витрат ресурсів на одиницю продукції				Запаси ресурсів
		А	В	С	Д	
13	I	1	5	2	1	60
	II	1	5	8	2	40
	III	2	1	1	1	35
	Прибуток	9	11	13	10	

№	Види ресурсів	Норми витрат ресурсів на одиницю продукції				Запаси ресурсів
		А	В	С	Д	
14	I	1	1	1	2	6
	II	2	1	1	2	12
	III	4	2	6	1	40
	Прибуток	2	1	3	2	

№	Види ресурсів	Норми витрат ресурсів на одиницю продукції				Запаси ресурсів
		А	В	С	Д	
15	I	2	2	1	1	45
	II	3	1	1	1	69
	III	1	1	0	0	20
	Прибуток	1	2	3	5	

№	Види ресурсів	Норми витрат ресурсів на одиницю продукції				Запаси ресурсів
		А	В	С	Д	
16	I	1	1	3	0	6
	II	2	2	0	1	10
	III	5	1	1	2	18
	Прибуток	2	1	1	1	

№	Види ресурсів	Норми витрат ресурсів на одиницю продукції				Запаси ресурсів
		А	В	С	Д	
17	I	2	4	5	1	65
	II	3	2	1	7	56
	III	4	6	1	2	85
	Прибуток	13	8	7	9	

№	Види ресурсів	Норми витрат ресурсів на одиницю продукції				Запаси ресурсів
		А	В	С	Д	
18	I	1	2	3	4	15
	II	3	4	5	6	56
	III	2	8	6	1	63
	Прибуток	12	5	6	8	

№	Види ресурсів	Норми витрат ресурсів на одиницю продукції				Запаси ресурсів
		А	В	С	Д	
19	I	2	3	6	9	195
	II	3	5	6	7	265
	III	5	1	2	6	362
	Прибуток	11	12	13	15	

№	Види ресурсів	Норми витрат ресурсів на одиницю продукції				Запаси ресурсів
		А	В	С	Д	
20	I	1	2	3	6	201
	II	2	4	3	7	323
	III	3	1	2	4	267
	Прибуток	10	12	15	10	

№	Види ресурсів	Норми витрат ресурсів на одиницю продукції				Запаси ресурсів
		А	В	С	Д	
21	I	1	2	2	9	365
	II	3	1	3	3	294
	III	7	5	1	2	163
	Прибуток	9	10	14	12	

№	Види ресурсів	Норми витрат ресурсів на одиницю продукції				Запаси ресурсів
		А	В	С	Д	
22	I	0	3	1	7	312
	II	1	5	6	2	289
	III	3	2	4	5	350
	Прибуток	10	12	11	8	

№	Види ресурсів	Норми витрат ресурсів на одиницю продукції				Запаси ресурсів
		А	В	С	Д	
23	I	3	1	5	2	270
	II	2	2	3	4	325
	III	1	3	4	2	285
	Прибуток	8	9	7	11	

№	Види ресурсів	Норми витрат ресурсів на одиницю продукції				Запаси ресурсів
		А	В	С	Д	
24	I	2	3	1	2	200
	II	1	3	2	4	250
	III	3	2	1	2	290
	Прибуток	4	5	6	2	

№	Види ресурсів	Норми витрат ресурсів на одиницю продукції				Запаси ресурсів
		А	В	С	Д	
25	I	1	2	5	3	230
	II	4	2	4	1	280
	III	3	3	1	5	200
	Прибуток	5	4	5	7	

№	Види ресурсів	Норми витрат ресурсів на одиницю продукції				Запаси ресурсів
		А	В	С	Д	
26	I	2	3	1	2	200
	II	3	2	1	5	180
	III	1	3	5	2	280
	Прибуток	10	11	10	8	

№	Види ресурсів	Норми витрат ресурсів на одиницю продукції				Запаси ресурсів
		А	В	С	Д	
27	I	2	3	5	1	170
	II	3	1	5	2	220
	III	4	2	1	3	190
	Прибуток	5	7	2	6	

№	Види ресурсів	Норми витрат ресурсів на одиницю продукції				Запаси ресурсів
		А	В	С	Д	
28	I	3	1	2	5	180
	II	2	3	4	1	290
	III	2	1	3	1	150
	Прибуток	5	4	7	3	

№	Види ресурсів	Норми витрат ресурсів на одиницю продукції				Запаси ресурсів
		А	В	С	Д	
29	I	3	1	2	5	100
	II	2	3	1	4	150
	III	3	1	8	2	230
	Прибуток	4	6	2	8	

№	Види ресурсів	Норми витрат ресурсів на одиницю продукції				Запаси ресурсів
		А	В	С	Д	
30	I	2	3	1	2	220
	II	1	2	1	5	180
	III	3	1	3	4	290
	Прибуток	7	9	8	4	

## Задача 2.5

**Примітка.** Варіант вибирається за останньою цифрою шифру залікової книжки.

### 1. Три магнітофони

Менеджер виробничого відділу фірми, що випускає електронне устаткування складає оптимальний план випуску 3 типів магнітофонів. Необхідна інформація надана в таблиці 2.6:

**Таблиця 2.6**

Тип	Збірка, год.	Перевірка, год.	Упаковка, хв.	Собівартість, \$	Ціна, \$
A	5	1.2	8	70	110
B	3	1.0	8	60	90
C	2	1.6	8	50	85
Ресурси робочого часу	500	160	900		

а. Яку кількість магнітофонів кожного типу треба збирати, щоб максимізувати прибуток?

б. Чи усі типи моделей вигідно робити? Якщо є збиткова модель, що треба змінити, щоб її виробництво стало вигідним? Чи можна змінити щось в технології або в цінах так, щоб усі моделі стали вигідними? Спробуйте зробити це, представте варіанти рішень.

с. Уявіть, що Ви можете встановити 100 наднормових годин для складання або 2 наднормових години для упаковки. Що вигідніше? Підтвердіть усі ваші відповіді обчисленнями.

### 2. Ферма

Господарство має 1000 га орної землі, на яких традиційно вирощують кукурудзу, горох, жито і пшеницю. Посівні площі, зайняті під різні культури, змінюються, залежно від зміни середніх закупівельних цін і інших умов.

У майбутньому сезоні прогнозуються наступні урожаї для традиційних культур: кукурудзи – 12 ц/га, гороху – 19 ц/га, жита – 14 ц/га і пшениці – 20 ц/га.

Відповідно до цього очікувані середні закупівельні ціни на зерновому ринку складуть 3500, 5200, 3000 і 3200 грн. за тонну

зерна відповідно.

Можна вважати, що витрати по вирощуванню цих культур від погодних умов практично не залежать і складають 2600, 3300, 2000 і 2300 грн на тонну зерна.

а. Скільки гектар землі мають бути зайняті кожною культурою, якщо ви бажаєте максимізувати прибуток господарства? Врахуйте, що зручних для вирощування жита і пшениці земель не більше 700 га. Окрім цього, максимальна кількість зерна, яке можна розмістити на ринку, складає 200 тонн для кукурудзи, 400 тонн для гороху, 500 тонн для жита і 1200 тонн для пшениці. Господарство має контракти на постачання 100 тонн кукурудзи і 200 тонн пшениці, які безумовно мають бути виконані.

б. Уявіть, що господарство обмежене в засобах і не може витратити на вирощування і збирання врожаю більше 4 млн грн. Як це вплине на максимальний прибуток?

### 3. Меблева фабрика

Власник меблевої фабрики розглядає можливість введення на своєму підприємстві наднормової роботи і хоче оптимізувати використання цього додаткового часу. Фірма випускає п'ять різних виробів: стільці, столи, бюро, книжкові шафи, і візки сервіровок. Відповідний прибуток за одиницю – \$ 16, \$ 30, \$ 40, \$ 42, і \$ 32. Продукція вимагає одних і тих же основних операцій: обрізання, шліфовка і обробка, складання. Необхідний для виконання цих операцій час для кожного їх виробів приведений в таблиці 2.7:

Таблиця 2.7

Найменування виробу	Час на операції		
	Обрізання, хв.	Шліфовка, хв.	Складання, хв.
Стілець	8	12	4
Стіл	6	10	3
Бюро	9	15	5
Книжкова шафа	9	12	4
Візок для сервіровок	12	8	6

Є 320 хв. для обрізання, 400 хв. для обробки, і 270 хв. для складання в планований наднормовий час.

а. Яка комбінація виробів має бути зроблена в цей час, щоб максимізувати прибуток? Яким буде загальний прибуток?

б. Чи вигідно робити усі вироби? Якщо є виріб, який не вигідно робити, що треба змінити, щоб його виробництво стало вигідним?

с. Чи можна змінити щось в технології або в цінах так, щоб усі вироби стали вигідними? Дослідіть це. Опишіть результати.

д. Припустимо, що Ви можете встановити 100 наднормових хвилин, але для тільки одній з основних операцій? На яку операцію варто виділити цей час? Скільки при цьому вийде прибутку? Обґрунтуйте усі ваші відповіді обчисленнями.

#### 4. Змішування соків

Компанія поставляє фруктові соки і напої (суміші соків). Список продукції фірми і ціна за літр приведені в таблиці 2.8:

Таблиця 2.8

Найменування соку	Ціна за літр, грн
Яблучний сік	40
Виноградний сік	42
Журавлинний сік	37
Яблучно-виноградний	40
Яблучно-журавлинний	39
Фруктова суміш	42

Склад сумішей: яблучно-виноградний – 70% яблучний сік і 30% виноградний сік, яблучно-журавлинний – 60% яблучний сік і 40% журавлинний сік, фруктові суміші – 50% яблучний сік, 20% виноградний сік і решта – журавлинний сік.

Зараз на складі компанії є 3000 літрів яблучного соку, 1900 літрів виноградного соку, і 2500 літрів журавлинного соку. Менеджер хоче з'ясувати, скільки пакетів кожного виробу треба випустити, щоб максимізувати прибуток. Собівартість літра яблучного соку – 20 крб., виноградного соку – 23 крб. і журавлинного соку – 18 крб. Усі напої упаковані в стандартні пакети місткістю 1 літр.

Компанія має замовлення на 600 пакетів яблучного соку, 300 пакетів яблучно-виноградного соку і 1000 пакетів фруктові

суміші. Замовлення має бути виконане в поточне постачання. Досвід показує, що жоден з видів продукції не слід робити у кількості більш ніж 2000 пакетів.

а. Складіть план розливу, що дає найбільший прибуток в ситуації, що склалася.

б. Отримайте звіт про стійкість для знайденого оптимального плану. Поясніть, що означають нормовані вартості для яблучного соку, яблучно-виноградного соку і для фруктові суміші. Скільки пакетів яблучного і яблучно-виноградного соку слід було б зробити, якби замовлення на ці дві позиції було відсутнє?

с. Припустимо, що Ви можете закупити додаткові 300 літрів соку. Яблучному, виноградному чи журавлиному соку ви віддасте перевазі? Скільки додаткового прибутку ви можете отримати, в порівнянні з первинним планом?

## 5. П'ять типів продукції

Менеджер фірми хоче встановити оптимальний план виробництва п'яти типів продукції. Менеджер зібрав необхідну інформацію в таблиці 2.9:

Таблиця 2.9

Продукція	На одиницю продукції		
	Збірка, год.	Складські площі, кв. м	Прибуток, од.
Тип А	2.5	6	100
Тип В	4	8	150
Тип С	5	8	170
Тип Б	3	9.5	180
Тип Е	3.5	9	160

Загальна кількість доступного ресурсу робочого часу – 680 годин. Складські площі обмежені 1500 кв.м.

а. Вирішіть, яку кількість кожного типу продукції треба зробити, щоб максимізувати прибуток. Чи усі типи моделей вигідно робити?

б. Яку кількість кожного типу продукції треба зробити, щоб максимізувати прибуток, якщо є витрати на наладку устаткування в кількості: \$ 200 для типу А, \$ 500 для типу В, \$ 1000 для С, \$ 1400 для типу Б, \$ 900 для Е. Скільки моделей продукції тепер

вигідно робити?

с. Як зміниться оптимальний план і кількість вироблюваних типів продукції, якщо складські площі збільшити на 30 кв. м.? Зменшити на 30 кв. м.? Який ресурс виявляється лімітуючим в кожному з цих двох випадків?

## 6. Корпорація «Тополь»

Корпорація збирається виготовляти новий виріб на трьох своїх підприємствах, які мають в даний час невикористанні виробничі потужності. Планується випускати чотири різні моделі нового виробу РС-11, РС-18, РС-22 і РС-20, що будуть приносити прибуток: 220, 310, 375 та 480 у.о. відповідно.

Кожна модель вимагає різні площі для збереження на складі до моменту відвантаження у кінці місяця: 1, 1.4, 1.6 і 2.2 м<sup>2</sup>. Витрати робочого часу на випуск цих виробів на трьох підприємствах і складські площі задані в таблиці 2.10:

Таблиця 2.10

Підприємство	Витрати часу на виробництво одиниці виробів, год.				Площа наявних складів, м <sup>2</sup>
	РС-11	РС-18	РС-22	РС-20	
А	0.38	0.4	0.41	0.5	1100
В	0.32	0.35	0.38	0.42	1000
С	0.64	0.7	-	0.9	900

Об'єми щомісячної ринкової потреби для кожної моделі: 470, 700, 650 і 300 штук відповідно. Підприємства можуть працювати 12 годин в день при 24 робочих днях в місяць.

а. Яка кількість виробів кожної моделі має бути виготовлена на кожному підприємстві, щоб отримати найбільший прибуток?

б. Чи здатна корпорація задовольнити потреби ринку? Який з ресурсів корпорації є найбільш "дефіцитним"? Чи має корпорація необхідну кількість виробничих можливостей, щоб задовольнити потреби ринку?

с. На скільки слід збільшити складські площі підприємства В, щоб збалансувати його ресурси?

## 7. Цех № 3

Цех робить 7 різних видів деталей для двигунів А, В, С1, С2, D, Е6, F маючи у своєму розпорядженні перерахований нижче парк з 6 видів універсальних верстатів: 1 шт. – WWZ, 1 шт. – SHG, 2 шт. – BSD, 2 шт. – SDU, 1 шт. – ARM, 2 шт. – USI.

Таблиця 2.11

Обробка на верстаті типу	Найменування деталі						
	А	В	С1	С2	D	Е6	F
WWZ	0.112	0.102	0.105	0.087	0.088	0.116	0.071
SHG	0	0.226	0.146	0.19	0.244	0.234	0.184
BSD	0.24	0.15	0.25	0.18	0.20	0.23	0.15
SDU	0.33	0.29	0.36	0.36	0.29	0.29	0.00
ARM	0.05	0.06	0.06	0.04	0.06	0.06	0.04
USI	0.15	0.00	0.00	0.14	0.00	0.15	0.15
Прибуток, у.о.	5	4	5	4	7	5	2
Потреба на ринку, шт.	300	600	500	400	220	50	300

Час, потрібний для обробки одиниці кожного продукту на кожному верстаті (у годинах), вклад в прибуток від виробництва одиниці кожного продукту і ринковий попит на кожен продукт за місяць дані в таблиці 2.11.

Цех працює 12 годин в день. Кожен місяць містить 26 робочих днів.

Так як збут виробів А і F тісно пов'язаний один з одним, бажано випускати їх в рівних кількостях.

- Складіть оптимальний план виробництва.
- Визначте, виробництво яких продуктів лімітоване ринком, і яких - технічними можливостями цеху.
- Які машинні ресурси мають бути збільшені в першу чергу, щоб добитися максимального збільшення прибутку (при заданих потребах ринку)?
- Чи є продукт, який не вигідно робити? Чому? Що треба змінити, щоб усі продукти стало вигідно робити?

## 8. Випуск процесорів

Корпорація припускає випускати нові модифікації

процесорів на 4 своїх підприємствах, що нині мають надмірні виробничі потужності. Передбачається випускати чотири різні моделі процесорів з більш високими частотами: Celeron, Pentium III, Pentium 4 і Xeon 4, які приносять прибуток: 25, 40, 130 і 300 у.о. відповідно.

Кожна модель вимагає різних площ для зберігання кремнієвих пластин, що поступають раз на місяць, в надчистих приміщеннях до моменту запуску в роботу: 1.1, 1.5, 1.8 і 2.1 м<sup>2</sup> на 1000 процесорів кожного типу відповідно.

Витрати робочого часу на випуск цих виробів на чотирьох підприємствах і складські площі дані в таблиці 2.12:

**Таблиця 2.12**

Підприємство	Витрати робочого часу підприємства (годин) на виробництво 1000 од. виробів				Площа наявних складів, м <sup>2</sup>
	Celeron	Pentium III	Pentium 4	Xeon 4	
Fab 11	0.6	0.7	-	-	800
Fab 12	0.65	0.65	0.9	-	950
Fab 30	0.37	-	0.47	0.9	1200
Fab 32	-	-	0.42	0.8	500

Об'єми щомісячної ринкової потреби для кожної моделі 1100, 300, 750 і 200 тис. штук відповідно. Підприємства можуть працювати 12 годин в день при 26 робочих днях в місяць.

а. Яка кількість виробів кожної моделі має бути зроблена на кожному підприємстві, щоб отримати найбільший прибуток?

б. Чи здатна корпорація задовольнити потреби ринку? Який з ресурсів корпорації є найбільш "дефіцитним"?

с. Чи має корпорація необхідну кількість виробничих потужностей, щоб задовольнити потреби ринку, чи її більшою мірою лімітують складські ресурси?

## **9. Підприємство в Енскі**

Цех одного з великих підприємств міста Енска робить 8 різних видів деталей для двигунів А, В, С1, С2, С3, D, Е6, F маючи у своєму розпорядженні перерахований нижче парк з 7 видів універсальних верстатів : 2 шт. – ADF, 3 шт. – SHG, 3 шт. – BSD, 1 шт. – AVP, 1 шт. – BFG, 3 шт. – ABM, 2 шт. – RL.

Кожна деталь обробляється на декількох верстатах. Час, потрібний для обробки одиниці кожного продукту на кожному верстаті, вклад в прибуток від виробництва одиниці кожного продукту і ринковий попит на кожен продукт за місяць дані в таблиці 2.13.

Цех працює 12 годин в день. Кожен місяць містить 26 робочих днів. Для спрощення завдання вважаємо, що можливий довільний порядок обробки деталей на різних верстатах.

**Таблиця 2.13**

Обробка на верстаті типу	Найменування деталі							
	A	B	C1	C2	C3	D	E6	F
ADF	0.24	0.23	0.19	0.15	0.19	0.18	0.23	0.18
SHG	0.05	0.03	-	0.70	0.10	-	0.08	0.08
BSD	0.37	0.59	0.71	0.50	0.32	0.74	0.43	0.40
AVP	0.11	0.11	0.12	0.10	0.09	0.12	0.07	0.10
BFG	0.29	0.22	-	0.20	0.16	0.29	0.14	0.12
ABM	-	0.58	0.70	0.69	0.46	0.31	0.31	0.65
RL	0.08	0.01	0.08	0.11	0.12	0.08	-	0.12
Прибуток	5	6	8	6	7	8	6	4
Потреба на ринку	200	350	280	300	350	220	100	200

а. Складіть оптимальний план виробництва.

б. Визначте, виробництво яких продуктів лімітоване ринком, і яких – технічними можливостями цеху. Які машинні ресурси мають бути збільшені в першу чергу, щоб добитися максимального збільшення прибутку (при заданих потребах ринку)?

с. Чи є продукт, який не вигідно робити? Чому? Що треба змінити, щоб усі продукти стало вигідно робити?

## 10. Електронні перемикачі

Фірма робить три види електронних перемикачів. Кожен тип вимагає складання, що складається з двох стадій. Час необхідний для складання на кожній стадії наведено в таблиці 2.14.

Устаткування для кожної стадії працює 7.5 годин в день. Менеджер хоче максимізувати прибуток за наступні 5 робочих днів. Модель А дає прибуток \$8.25 за штуку. Модель В дає прибуток \$7.00 за штуку. Модель С дає прибуток \$7.80 за штуку. Фірма може продавати все, що вона зробить, і, крім того, має на наступний тиждень сплачене замовлення на 60 шт.: по 20 шт. облаштувань кожного типу.

**Таблиця 2.14**

Модель	Час збірки, хв.	
	Стадія 1	Стадія 2
А	2.5	2
В	1.8	1.6
С	2.0	2.2

- а. Який має бути оптимальний виробничий план?
- б. Чи усі типи моделей вигідно робити? Якщо є збиткова модель, то що треба змінити, щоб її виробництво стало вигідним? Чи можна змінити що-небудь в технології або в ціновій політиці так, щоб усі моделі стали вигідними? Спробуйте зробити це. Детально опишіть результати Ваших досліджень.
- с. Припустимо, Ви можете встановити 2 наднормові години для однієї із стадій. Для якої саме стадії слід призначити ці наднормові години, щоб отримати найбільший прибуток? Обгрунтуйте усі ваші відповіді обчисленнями.

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 3 «РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ ТРАНСПОРТНОГО ТИПУ»

**Мета роботи.** Засвоїти методи використання засобів MS EXCEL для розв'язання задач транспортного типу.

### Рівень А

Виконати завдання 1-2.

### Рівень В

Виконати завдання 1-3.

### Рівень С

Виконати завдання 1-4.

### Завдання для самостійної роботи

#### Задача 3.1

1. Побудувати математичну модель транспортної задачі
2. Знайти початкові опорні плани транспортної задачі за:
  - а) методом північно-західного кута;
  - б) методом мінімальної вартості;
  - в) методом подвійної переваги;
  - г) методом апроксимації Фогеля.

Порівняти отримані початкові плани.

3. Визначити оптимальний план транспортної задачі за допомогою Excel (табл. 3.1).

**Примітка.** Завдання вибирати згідно свого варіанту  $N$  – порядкового номеру студента у групі.

**Таблиця 3.1**

$C_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 8 & 4 \\ 9 & 7 & 10 & 11 \\ 14 & 4 & 6 & 12 \end{pmatrix}$ <p><b>1.</b> <math>a_i = (300 \quad 280 \quad 240)</math>  <math>b_j = (200 \quad 190 \quad 220 \quad 210)</math></p>	$C_{ij} = \begin{pmatrix} 6 & 4 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 2 & 8 \\ 7 & 1 & 6 & 8 \end{pmatrix}$ <p><b>2.</b> <math>a_i = (250 \quad 190 \quad 180)</math>  <math>b_j = (170 \quad 230 \quad 130 \quad 90)</math></p>
$C_{ij} = \begin{pmatrix} 12 & 7 & 9 & 5 \\ 7 & 8 & 11 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & 9 \end{pmatrix}$ <p><b>3.</b> <math>a_i = (320 \quad 240 \quad 220)</math>  <math>b_j = (260 \quad 260 \quad 150 \quad 110)</math></p>	$C_{ij} = \begin{pmatrix} 11 & 6 & 5 & 7 \\ 3 & 4 & 7 & 9 \\ 5 & 9 & 4 & 6 \end{pmatrix}$ <p><b>4.</b> <math>a_i = (290 \quad 180 \quad 210)</math>  <math>b_j = (150 \quad 210 \quad 260 \quad 60)</math></p>

$C_{ij} = \begin{pmatrix} 16 & 12 & 11 & 13 \\ 10 & 14 & 9 & 11 \\ 7 & 6 & 8 & 13 \end{pmatrix}$ <p><b>5.</b> <math>a_i = (270 \ 180 \ 200)</math>  <math>b_j = (100 \ 220 \ 80 \ 250)</math></p>	$C_{ij} = \begin{pmatrix} 9 & 4 & 2 & 4 \\ 8 & 6 & 5 & 7 \\ 3 & 7 & 7 & 11 \end{pmatrix}$ <p><b>6.</b> <math>a_i = (200 \ 240 \ 180)</math>  <math>b_j = (160 \ 110 \ 230 \ 20)</math></p>
$C_{ij} = \begin{pmatrix} 7 & 4 & 5 & 10 \\ 5 & 6 & 9 & 4 \\ 8 & 7 & 5 & 9 \end{pmatrix}$ <p><b>9.</b> <math>a_i = (220 \ 150 \ 180)</math>  <math>b_j = (110 \ 230 \ 70 \ 140)</math></p>	$C_{ij} = \begin{pmatrix} 10 & 7 & 2 & 4 \\ 5 & 8 & 4 & 3 \\ 6 & 9 & 12 & 5 \end{pmatrix}$ <p><b>10.</b> <math>a_i = (210 \ 130 \ 260)</math>  <math>b_j = (70 \ 190 \ 90 \ 150)</math></p>
$C_{ij} = \begin{pmatrix} 15 & 17 & 12 & 10 \\ 9 & 10 & 16 & 7 \\ 13 & 15 & 10 & 16 \end{pmatrix}$ <p><b>11.</b> <math>a_i = (550 \ 260 \ 300)</math>  <math>b_j = (290 \ 330 \ 110 \ 280)</math></p>	$C_{ij} = \begin{pmatrix} 8 & 10 & 7 & 5 \\ 12 & 3 & 11 & 9 \\ 5 & 8 & 6 & 4 \end{pmatrix}$ <p><b>12.</b> <math>a_i = (300 \ 340 \ 290)</math>  <math>b_j = (220 \ 240 \ 320 \ 150)</math></p>
$C_{ij} = \begin{pmatrix} 10 & 8 & 10 & 4 \\ 7 & 9 & 12 & 8 \\ 5 & 11 & 12 & 13 \end{pmatrix}$ <p><b>13.</b> <math>a_i = (300 \ 270 \ 400)</math>  <math>b_j = (130 \ 250 \ 310 \ 280)</math></p>	$C_{ij} = \begin{pmatrix} 8 & 10 & 15 & 14 \\ 6 & 8 & 12 & 9 \\ 5 & 18 & 11 & 13 \end{pmatrix}$ <p><b>14.</b> <math>a_i = (205 \ 175 \ 240)</math>  <math>b_j = (115 \ 135 \ 85 \ 185)</math></p>
$C_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 11 & 8 & 15 \\ 14 & 8 & 10 & 13 \\ 12 & 9 & 8 & 2 \end{pmatrix}$ <p><b>15.</b> <math>a_i = (400 \ 230 \ 350)</math>  <math>b_j = (320 \ 270 \ 250 \ 140)</math></p>	$C_{ij} = \begin{pmatrix} 8 & 9 & 6 & 3 \\ 2 & 5 & 10 & 7 \\ 3 & 4 & 5 & 13 \end{pmatrix}$ <p><b>16.</b> <math>a_i = (240 \ 260 \ 305)</math>  <math>b_j = (125 \ 195 \ 210 \ 275)</math></p>
$C_{ij} = \begin{pmatrix} 19 & 13 & 14 & 22 \\ 12 & 20 & 10 & 11 \\ 17 & 16 & 19 & 3 \end{pmatrix}$ <p><b>17.</b> <math>a_i = (290 \ 240 \ 330)</math>  <math>b_j = (160 \ 140 \ 320 \ 240)</math></p>	$C_{ij} = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 2 & 6 \\ 8 & 2 & 5 & 4 \\ 6 & 9 & 8 & 11 \end{pmatrix}$ <p><b>18.</b> <math>a_i = (270 \ 160 \ 450)</math>  <math>b_j = (135 \ 225 \ 305 \ 215)</math></p>

$C_{ij} = \begin{pmatrix} 10 & 12 & 4 & 7 \\ 4 & 3 & 5 & 6 \\ 9 & 11 & 10 & 13 \end{pmatrix}$ <p><b>19.</b> <math>a_i = (420 \ 220 \ 300)</math>  <math>b_j = (250 \ 370 \ 150 \ 170)</math></p>	$C_{ij} = \begin{pmatrix} 14 & 11 & 10 & 7 \\ 7 & 8 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 13 & 12 \end{pmatrix}$ <p><b>20.</b> <math>a_i = (450 \ 380 \ 400)</math>  <math>b_j = (260 \ 290 \ 250 \ 330)</math></p>
$C_{ij} = \begin{pmatrix} 6 & 8 & 3 & 4 \\ 7 & 10 & 3 & 2 \\ 8 & 4 & 5 & 13 \end{pmatrix}$ <p><b>21.</b> <math>a_i = (200 \ 410 \ 230)</math>  <math>b_j = (120 \ 160 \ 190 \ 370)</math></p>	$C_{ij} = \begin{pmatrix} 17 & 9 & 10 & 14 \\ 15 & 12 & 7 & 10 \\ 12 & 17 & 15 & 3 \end{pmatrix}$ <p><b>22.</b> <math>a_i = (350 \ 290 \ 370)</math>  <math>b_j = (410 \ 360 \ 150 \ 130)</math></p>
$C_{ij} = \begin{pmatrix} 10 & 3 & 12 & 11 \\ 7 & 9 & 7 & 9 \\ 9 & 5 & 3 & 15 \end{pmatrix}$ <p><b>23.</b> <math>a_i = (300 \ 250 \ 200)</math>  <math>b_j = (150 \ 180 \ 190 \ 230)</math></p>	$C_{ij} = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 8 & 9 \\ 9 & 6 & 5 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 11 \end{pmatrix}$ <p><b>24.</b> <math>a_i = (400 \ 200 \ 300)</math>  <math>b_j = (130 \ 310 \ 260 \ 200)</math></p>
$C_{ij} = \begin{pmatrix} 11 & 10 & 9 & 13 \\ 3 & 5 & 7 & 14 \\ 5 & 12 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ <p><b>25.</b> <math>a_i = (250 \ 220 \ 300)</math>  <math>b_j = (140 \ 170 \ 110 \ 350)</math></p>	$C_{ij} = \begin{pmatrix} 9 & 11 & 10 & 8 \\ 6 & 5 & 3 & 4 \\ 5 & 7 & 8 & 11 \end{pmatrix}$ <p><b>26.</b> <math>a_i = (350 \ 200 \ 250)</math>  <math>b_j = (70 \ 90 \ 220 \ 420)</math></p>
$C_{ij} = \begin{pmatrix} 13 & 11 & 8 & 5 \\ 9 & 10 & 15 & 12 \\ 10 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}$ <p><b>27.</b> <math>a_i = (270 \ 180 \ 400)</math>  <math>b_j = (320 \ 190 \ 100 \ 140)</math></p>	$C_{ij} = \begin{pmatrix} 7 & 11 & 13 & 10 \\ 10 & 13 & 11 & 14 \\ 11 & 7 & 8 & 6 \end{pmatrix}$ <p><b>28.</b> <math>a_i = (380 \ 300 \ 260)</math>  <math>b_j = (90 \ 80 \ 350 \ 420)</math></p>
$C_{ij} = \begin{pmatrix} 15 & 10 & 7 & 15 \\ 7 & 4 & 11 & 9 \\ 5 & 3 & 1 & 7 \end{pmatrix}$ <p><b>29.</b> <math>a_i = (290 \ 220 \ 310)</math>  <math>b_j = (210 \ 330 \ 140 \ 140)</math></p>	$C_{ij} = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 3 & 9 \\ 8 & 9 & 5 & 2 \\ 13 & 10 & 12 & 7 \end{pmatrix}$ <p><b>30.</b> <math>a_i = (310 \ 210 \ 530)</math>  <math>b_j = (100 \ 280 \ 80 \ 590)</math></p>

### Задача 3.2

Скласти такий план перевезення худоби із п'яти господарств по відгодівлі великої рогатої худоби на три м'ясокомбінати (таблиця 3.2), щоб сумарні втрати живої ваги при перевезенні худоби були мінімальними. При цьому втрати живої ваги на 1т при перевезенні худоби задані в таблиці 3.3:

Таблиця 3.2

Виробництво м'яса в господарствах, т					Потужність м'ясокомбінатів, т				
№	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$	№	$D_1$	$D_2$	$D_3$
<b>0</b>	10	15	10	20	15	<b>0</b>	30	30	20
<b>1</b>	15	15	20	10	10	<b>1</b>	25	25	30
<b>2</b>	10	10	15	15	20	<b>2</b>	20	20	40
<b>3</b>	20	10	15	10	10	<b>3</b>	40	20	20
<b>4</b>	15	20	10	10	10	<b>4</b>	30	25	25
<b>5</b>	8	12	15	15	20	<b>5</b>	35	25	20
<b>6</b>	12	25	13	10	10	<b>6</b>	20	25	35
<b>7</b>	15	15	10	18	12	<b>7</b>	15	40	30
<b>8</b>	10	15	15	15	15	<b>8</b>	25	35	25
<b>9</b>	15	15	15	20	10	<b>9</b>	35	30	15

Таблиця 3.3

Втрати живої ваги при перевезенні худоби, кг/т			
Господарства	М'ясокомбінати		
	$D_1$	$D_2$	$D_3$
$S_1$	20	15	25
$S_2$	15	10	30
$S_3$	25	30	15
$S_4$	10	20	35
$S_5$	50	30	55

**Примітка.** Варіант виробництва м'яса в господарствах вибирається за передостанньою цифрою шифру залікової книжки, а потужність м'ясокомбінатів – за останньою.

### Задача 3.3

Задача про призначення.

а) Потрібно виконати  $n$  різних робіт і є  $n$  механізмів для їх виконання, причому кожний механізм може бути використаний на будь-якій, але одній роботі. Продуктивність  $i$ -го механізму при виконанні  $j$ -ої роботи задана в таблиці 3.4. Потрібно так розподілити механізми по роботах, щоб сумарна продуктивність була максимальною.

б) Є  $n$  вакантних посад і  $n$  претендентів на ці місця. Вартість виконання  $i$ -го претендента  $j$ -го доручення вказана в таблиці 1. Необхідно призначити виробників так, щоб забезпечити виконання всіх робіт за мінімальну вартість.

**Примітка.** Номер завдання вибирається за останньою цифрою шифру залікової книжки студента. До кожної відстані в таблиці додається число  $\alpha + \beta$ , де  $\alpha$  – дві останні цифри залікової книжки студента ( $\alpha = 00, \dots, 99$ ),  $\beta$  – номер групи студента ( $\beta = 1, 2, \dots, 6$ ).

Таблиця 3.4

1.

	1	2	3	4	5	6
1	21	29	23	19	12	25
2	25	21	13	21	14	16
3	22	23	14	18	11	15
4	14	18	13	17	15	12
5	14	21	16	23	27	17
6	10	15	14	12	11	15

2.

	1	2	3	4	5	6
1	7	4	8	15	3	2
2	18	17	4	3	5	6
3	8	1	9	2	3	5
4	3	4	11	7	6	7
5	8	7	6	1	10	5
6	1	15	7	4	3	6

3.

	1	2	3	4	5	6
1	2	16	8	5	4	7
2	9	8	7	2	11	6
3	4	5	12	8	7	8
4	9	2	10	3	4	6
5	16	18	5	4	6	7
6	8	5	9	16	4	3

4.

	1	2	3	4	5	6
1	1	7	2	4	3	3
2	5	5	6	3	7	5
3	3	4	5	7	6	2
4	8	3	9	2	3	5
5	7	1	4	3	5	6
6	2	4	8	9	6	7

5.

	1	2	3	4	5	6
1	7	9	2	7	1	4
2	8	1	7	3	5	6
3	3	1	9	2	3	5
4	9	4	1	7	6	7
5	8	7	6	1	5	5
6	6	5	7	4	3	6

6.

	1	2	3	4	5	6
1	17	14	18	15	13	12
2	18	27	14	23	25	26
3	19	21	29	12	23	25
4	23	14	21	27	16	17
5	18	22	23	11	14	15
6	21	25	21	14	13	16

7.

	1	2	3	4	5	6
1	9	2	10	3	4	6
2	4	3	5	7	8	6
3	4	5	12	8	7	8
4	9	8	7	2	11	6
5	5	6	7	2	1	9
6	8	5	9	16	4	3

8.

	1	2	3	4	5	6
1	8	9	1	5	3	7
2	7	15	11	12	7	15
3	13	14	15	7	6	12
4	18	3	9	12	3	15
5	7	11	4	13	5	6
6	12	14	8	9	6	17

9.

	1	2	3	4	5	6
1	5	4	8	7	3	9
2	8	1	7	3	5	6
3	1	3	4	9	7	5
4	9	4	1	7	6	7
5	6	3	2	1	7	4
6	6	5	7	4	3	6

0.

	1	2	3	4	5	6
1	1	15	7	4	3	6
2	8	7	6	1	10	5
3	3	4	11	7	6	7
4	8	1	9	2	3	5
5	15	17	4	3	5	6
6	7	4	8	15	3	2

### Задача 3.4

#### *Задача комівояжера.*

Комівояжер повинен обійти  $n$  міст  $A_1, A_2, \dots, A_n$ . Відстані між містами відомі та задані в матриці відстаней (таблиця 3.5). Комівояжер повинен побувати в кожному місті по одному разу. Маршрут обходу міст може починатися з будь-якого міста, але закінчитися він повинен у тому ж місті, з якого почався. Необхідно побудувати найменшої довжини маршрут, що проходить через усі міста.

**Примітка.** Номер завдання вибирається за останньою цифрою шифру залікової книжки студента. До кожної відстані в таблиці додається число  $\alpha + \beta$ , де  $\alpha$  – дві останні цифри залікової книжки студента ( $\alpha = 00, \dots, 99$ ),  $\beta$  – номер групи студента ( $\beta = 1, 2, \dots, 6$ ).

**Таблиця 3.5**

**1.**

	1	2	3	4	5	6
1	-	4	10	13	4	8
2	2	-	9	7	6	7
3	8	5	-	5	5	9
4	5	8	5	-	7	10
5	6	4	4	9	-	4
6	5	1	4	8	3	-

**2.**

	1	2	3	4	5	6
1	-	51	21	21	24	59
2	43	-	6	10	9	15
3	54	13	-	33	21	35
4	16	37	15	-	55	43
5	19	12	26	60	-	30
6	3	44	42	46	30	-

**3.**

	1	2	3	4	5	6
1	-	41	60	39	46	10
2	31	-	59	16	1	51
3	29	51	-	14	42	50
4	32	12	52	-	16	26
5	16	39	15	60	-	57
6	15	30	38	47	36	-

**4.**

	1	2	3	4	5	6
1	-	36	45	30	52	17
2	27	-	49	31	25	27
3	42	22	-	48	16	60
4	16	40	14	-	45	31
5	55	9	16	39	-	41
6	23	12	33	30	31	-

**5.**

	1	2	3	4	5	6
1	-	53	9	51	5	5
2	29	-	31	43	5	24
3	58	55	-	5	31	19
4	17	39	5	-	28	9
5	5	5	46	19	-	19
6	40	12	36	5	37	-

**6.**

	1	2	3	4	5	6
1	-	19	15	21	17	13
2	15	-	12	10	22	10
3	17	18	-	25	30	10
4	10	15	37	-	42	12
5	13	43	13	10	-	27
6	21	35	45	10	10	-

**7.**

	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
<b>1</b>	-	48	4	46	0	0
<b>2</b>	24	-	26	38	0	19
<b>3</b>	53	50	-	0	26	14
<b>4</b>	12	34	0	-	23	4
<b>5</b>	0	0	41	14	-	14
<b>6</b>	35	7	31	0	32	-

**8.**

	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
<b>1</b>	-	46	16	26	19	54
<b>2</b>	38	-	1	5	44	10
<b>3</b>	49	8	-	28	16	30
<b>4</b>	11	32	10	-	50	38
<b>5</b>	14	7	21	55	-	25
<b>6</b>	0	39	37	41	25	-

**9.**

	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
<b>1</b>	-	20	28	12	39	32
<b>2</b>	21	-	15	9	17	27
<b>3</b>	30	25	-	45	29	47
<b>4</b>	7	52	40	-	15	1
<b>5</b>	60	46	11	5	-	34
<b>6</b>	11	45	14	21	30	-

**0.**

	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
<b>1</b>	-	2	8	11	2	6
<b>2</b>	12	-	13	20	25	5
<b>3</b>	6	3	-	3	3	7
<b>4</b>	3	6	3	-	5	8
<b>5</b>	4	2	2	7	-	2
<b>6</b>	16	30	40	5	5	-

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 4 «ПОШУК РОЗВ'ЯЗКУ ТРАНСПОРТНОЇ ЗАДАЧІ ІЗ ЗАБОРОНАМИ»

**Мета роботи.** Засвоїти методи використання засобів MS EXCEL для розв'язання транспортної задачі із заборонами.

### Рівень А

Виконати завдання 1.

### Рівень В

Виконати завдання 1-2.

### Рівень С

Виконати завдання 1-3.

### Завдання для самостійної роботи

#### Задача 4.1

Знайти розв'язок транспортної задачі із заборонами (табл. 4.1).

**Таблиця 4.1**

**1.**

$a_i \backslash b_j$	60	80	110	50
50	4	6	3	M
100	1	3	2	7
80	6	2	1	8
70	5	M	5	7

**2.**

$a_i \backslash b_j$	190	120	150	240
200	2	5	1	3
100	4	6	7	M
250	8	4	3	1
150	M	5	9	7

**3.**

$a_i \backslash b_j$	60	80	110	50
50	3	2	5	M
100	4	1	3	5
80	7	3	2	7
70	5	M	4	6

**4.**

$a_i \backslash b_j$	190	120	150	240
200	2	3	1	M
100	8	5	3	1
250	4	3	2	1
150	1	M	4	7

5.

$a_i \backslash b_j$	60	80	110	50
50	2	8	1	4
100	3	5	M	2
80	1	4	3	4
70	5	M	2	3

6.

$a_i \backslash b_j$	190	120	150	240
200	1	4	M	2
100	3	2	8	1
250	2	8	1	4
150	1	M	4	2

7.

$a_i \backslash b_j$	60	80	110	50
50	2	3	5	1
100	M	2	1	8
80	8	2	3	1
70	5	M	3	8

8.

$a_i \backslash b_j$	190	120	150	240
200	8	7	5	M
100	3	4	1	2
250	4	1	2	4
150	7	M	2	3

9.

$a_i \backslash b_j$	60	80	110	50
50	3	2	1	M
100	2	5	8	7
80	3	1	2	4
70	5	M	8	2

0.

$a_i \backslash b_j$	190	120	150	240
200	4	3	5	1
100	2	6	M	4
250	3	1	2	4
150	1	M	4	3

**Примітка.** Номер завдання вибирається за останньою цифрою шифру залікової книжки студента. Для формування індивідуального варіанту завдання всі наведені тарифи помножити на  $0,1\alpha$ , де  $\alpha$  – дві останні цифри залікової книжки.

## Задача 4.2

Розробити оптимальний план взаємодії залізничного і річкового транспорту для перевезення мінерально-будівельних вантажів з трьох пунктів видобування А1, А2, А3 – у 8 пунктів споживання П1, П2, П3, П4, П5, П6, П7, П8.

Перевалка вантажу із залізниці на воду здійснюється у п'яти портах – В1, В2, В3, В4, В5. Обсяг виробництва 620, 240, 110 тис. т відповідно (табл. 4.2-4.5).

Таблиця 4.2

Пункти видобування	Пункти перевалки				
	В1	В2	В3	В4	В5
Переробна спроможність порту, тис. т	180	26	165	210	58
А1	1,32	1,76	1,87	2,49	1,67
А2	1,38	1,26	1,37	1,29	1,17
А3	1,51	3,79	2,90	2,20	2,70

Таблиця 4.3

Пункт видобування	Пункт споживання							
	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7	П8
А1	1,30	1,06	1,81	1,6	2,29	1,7	2,12	2,87
А2	2,35	2,09	2,07	1,10	1,09	1,20	1,62	2,37
А3	1,49	1,99	2,74	2,63	2,00	2,73	3,15	3,49
Пропускна спроможність	60	220	34	178	290	56	92	40

Таблиця 4.4

Пункт перевалки	Пункт споживання							
	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7	П8
В1	М	М	М	1,19	1,10	1,55	1,82	2,46
В2	2,19	1,55	1,38	М	0,78	0,66	0,93	М
В3	2,62	М	1,69	М	0,81	М	1,28	М
В4	2,76	2,29	2,12	1,04	М	1,40	1,67	М
В5	М	М	1,13	М	0,98	М	0,68	М

**Примітка.** Для формування індивідуального варіанту завдання всі наведені тарифи помножити на  $0,1\alpha$ , де  $\alpha$  – дві останні цифри залікової книжки.

### Задача 4.3

У порт прибули чотири судна з вантажем, загальна маса якого становить 15700 т. Перевантаження здійснюється на залізничний транспорт. Відомо, що судно А1 доставило 6000 т руди, А2 – 4000 т вугілля, А3 – 2500 т тарно-штучних вантажів, А4 – 3200 т гравію. Вантажі можуть перевантажуватися за двома варіантами: прямим (судно-вагон) і зі складуванням (судно-склад-вагон). Загальна кількість вагонів, поданих за добу в порт, забезпечує перевалку за прямими варіантом тільки 4600 т вантажів (будь-який вантаж забезпечує повне використання вантажопідйомності вагона). Потрібно оптимізувати процес перевалки вантажів з води на залізницю, вибравши такий розподіл вантажообігу за варіантами, при яких вартість перевалки буде найменшою. Вартість перевалки 1 т вантажу за кожним варіантом наведено в таблиці 4.5:

Таблиця 4.5

Судно	Рід вантажу	Вартість перевалки 1 т вантажу за варіантами, грн	
		Прямим	Зі складуванням
А1	Руда	6	9
А2	Вугілля	8	12
А3	Тарно-штучні	15	24
А4	Гравій	12	21

**Примітка.** Для формування індивідуального варіанту завдання всі наведені тарифи помножити на  $0,1\alpha$ , де  $\alpha$  – дві останні цифри залікової книжки.

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 5 «ДИНАМІЧНЕ ПРОГРАМУВАННЯ»

**Мета роботи.** Засвоїти методику розв'язання економічних задач методами динамічного програмування

### **Рівень А**

Виконати завдання 1-2.

### **Рівень В**

Виконати завдання 1-3.

### **Рівень С**

Виконати завдання 1-4.

### **Завдання для самостійної роботи**

**Задача 5.1 (задача оптимального розподілу капіталовкладень)**

Знайти оптимальний розподіл 6 млрд грн між трьома підприємствами галузі. Прибуток, який можна одержати від капіталовкладень певного розміру в кожне з підприємств, надано в таблиці 5.1.

**Таблиця 5.1**

Розмір капіталовкладень	Прибуток по підприємствах, млн грн		
	I	II	III
1	0,27	0,34	0,21
2	0,31	0,44	0,35
3	0,42	0,57	0,46
4	0,65	0,69	0,68
5	0,74	0,87	0,74
6	0,93	0,95	0,85

**Примітка.** Для формування індивідуального варіанту завдання всі значення прибутків помножити на  $0,1a$ , де  $a$  – дві останні цифри залікової книжки.

### **Задача 5.2 (задача оптимальної заміни обладнання)**

Скласти оптимальний план заміни обладнання при відомих даних про продуктивність обладнання та щорічних витратах на його утримання і ремонт, що наведені в таблиці 5.2. Відомо, що на початок періоду, що розглядається, встановлено нове

обладнання, вартість якого 10 млн грн, використане обладнання списується.

Таблиця 5.2

	Вік обладнання $t$ , років									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Річний випуск продукції $R(t)$ на обладнанні віком $t$ років (млн грн)	25	24	24	23	23	23	22	22	21	20
Щорічні витрати на утримання та ремонт обладнання $Z(t)$ (млн грн)	15	15	16	16	17	17	18	18	19	20

**Примітка.** Для формування індивідуального варіанту завдання всі наведені значення помножити на  $0,1a$ , де  $a$  – дві останні цифри залікової книжки.

### Задача 5.3 (задача про управління запасами)

Підприємство розробляє стратегію поповнення запасів деякої продукції для заданого періоду часу, який складається з декількох етапів. Для кожного з них відомий розмір попиту, причому він не є однаковим для всіх етапів. Щоб задовольнити попит, підприємство може придбати необхідну кількість продукції, замовивши її у виробника, або виготовити самостійно. Передбачається, що запаси поповнюються миттєво, запізнення поставки та дефіцит неприпустимі. Залежно від ринкової кон'юнктури підприємству може бути вигідно створювати запаси продукції для задоволення попиту в майбутні періоди часу, що пов'язане, проте, з додатковими витратами на зберігання запасів.

Розробити програму управління запасами підприємства, тобто визначити обсяги замовлення й період його розміщення, щоб загальні витрати на постачання та зберігання продукції були мінімальними, а попит задовольнявся повністю й своєчасно.

Функція витрат на розміщення замовлення визначає питомі витрати:  $20+N$  грн для перших 50 одиниць та  $15+N$  грн за кожну додаткову одиницю (знижка на кількість). Мінімальний розмір партії 60 од. На початок планового періоду на складі є 20 од. товару.

Вихідні дані надано в таблиці 5.3.

Таблиця 5.3

Етап	Попит, од.	Витрати на розміщення замовлення, грн	Витрати на зберігання, грн
1	120	$40+N$	$1+\beta$
2	60	$20+N$	$2+\beta$
3	100	$45+N$	$2+\beta$
4	80	$37+N$	$1+\beta$
5	120	$48+N$	$1+\beta$

**Примітка.** Для формування індивідуального варіанту завдання потрібно врахувати, що  $N$  – остання цифра залікової книжки,  $\beta$  – номер групи.

#### Задача 5.4

Фірма планує нарощувати виробничі потужності на чотирьох підприємствах, виділяючи для цього 20 млн грн. За кожним із підприємств розроблено інвестиційний проект із зазначенням прогнозованих сумарних витрат  $C$  та доходів  $D$ , що пов'язані з його реалізацією (табл. 5.4). Розробити план інвестування.

Таблиця 5.4

Інвестиційний проект	Підприємство							
	1		2		3		4	
	Інвестиції, млн грн	Прибуток, млн грн	Інвестиції, млн грн	Прибуток, млн грн	Інвестиції, млн грн	Прибуток, млн грн	Інвестиції, млн грн	Прибуток, млн грн
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	2	6	6	12	7	9	4	6
3	4	8	7	14	8	10	5	8
4	5	11	9	18	10	14	7	9

Для формування індивідуального варіанту, до кожного ненульового значення інвестиції додати число  $N$ , де  $N$  – остання цифра залікової книжки, кожне значення прибутку помножити на  $0,1\alpha$ , де  $\alpha$  – дві останні цифри залікової книжки.

## ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 2. ПЛАНУВАННЯ ТА КООРДИНАЦІЯ ВИРОБНИЧОГО ПРОЦЕСУ. ЗАДАЧІ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ТА КОНФЛІКТУ

### ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 6 «МОДЕЛІ МЕРЕЖНОГО ПЛАНУВАННЯ»

**Мета роботи.** Засвоїти методику побудови та дослідження моделей мережевого планування

**Рівень А.** Виконати завдання 1.

**Рівень В-С.** Виконати завдання 1-2.

#### Завдання для самостійної роботи

##### Задача 6.1

а) На основі даних, наведених в табл. 6.1, зобразити карту доріг у вигляді завантаженого орієнтовного графу (напрямок вибирається від міста з меншим номером до міста з більшим номером);

б) побудувати правильну нумерацію вершин графу та визначити найкоротший маршрут.

**Примітка.** Номер завдання вибирається за останньою цифрою шифру залікової книжки студента. До кожної відстані додається число  $\alpha + \beta$ , де  $\alpha$  – дві останні цифри залікової книжки ( $\alpha = 00, \dots, 99$ ),  $\beta$  – номер групи студента ( $\beta = 1, 2, \dots, 6$ ).

1.

Таблиця 6.1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		10	15	14						
2					11	7	12			
3					8	5				
4					10	10				
5							11	13		
6							12	9	6	
7										10
8										2
9										6
10										

2.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		12	17	16						
2					10	9	15			
3					7	7				
4					9	12				
5							14	10		
6							15	6	6	
7										12
8										4
9										8
10										

3.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		8	7	11						
2					11	7	12			
3					8	5	9			
4					14	15	6			
5							11	13		
6							12		9	
7										8
8										7
9										6
10										

4.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		9	12	9						
2					16	17	12			
3					18	15	19			
4					10	10	16			
5							11	13	12	
6							12	10	9	
7										3
8										7
9										6
10										

5.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		5	2	4						
2					6	7	2			
3						5	9			
4					5	4	6			
5							11	13	12	
6							4	4	5	
7										8
8										7
9										8
10										

6.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		29	22	22						
2					26	15	12			
3					21	15	19			
4					20	10			10	
5							11	13	12	
6							12	10	9	
7										23
8										17
9										23
10										

7.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		9	12	9						
2					4	12	12			
3					8	15	19			
4					7	13			8	
5							11	13	12	
6							12	10	9	
7										3
8										7
9										6
10										

**8.**

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1		12	8	7							
2					4	5	8				
3						7	8	9			
4						6	8	7			
5									11	10	
6									10	9	
7									12	8	
8										7	
9											6
10											9

**9.**

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1		9	11	7							
2					7	8	10				
3						7	9	5			
4						6	8	7			
5									10	8	
6									10	11	
7									12	4	
8										7	
9											6
10											9
11											

**0.**

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1		24	23	17							
2					17	18	10				
3						17	19	25			
4						26	18	17			
5									10	8	
6									10	11	
7									12	14	
8										7	
9											16
10											19
11											

### Задача 6.2

Упорядкувати наведену структурну таблицю (табл. 6.2). Представити впорядковану структурну таблицю у вигляді структурно-часової таблиці, в якій роботи розміщуються у відповідності з їх новими номерами. Для останньої таблиці побудувати мережеві графіки двох типів, а також часовий мережевий графік. Визначити за його допомогою критичний шлях і мінімальний час виконання комплексу робіт. Також визначити критичний шлях і мінімальний час виконання комплексу робіт на основі використання алгоритму задачі мережевого планування.

Таблиця 6.2

№	Робота	Базується на	Час $t_i$
1	$a_1$	$a_5$	$N + 5$
2	$a_2$	$a_9, a_{12}, a_{17}$	$10 + \beta$
3	$a_3$	$a_5, a_7, a_{17}$	$N + 6$
4	$a_4$	$a_2$	$11 - \beta$
5	$a_5$	-	$20 - N$
6	$a_6$	$a_7, a_{12}$	$8 + \beta$
7	$a_7$	$a_{16}, a_{18}$	$2N + 3$
8	$a_8$	$a_{15}$	$12 - \beta$
9	$a_9$	-	$12 + \beta$
10	$a_{10}$	$a_8, a_{11}, a_{20}$	$15 + N$
11	$a_{11}$	$a_5, a_9$	$10 - \beta$
12	$a_{12}$	$a_{11}$	$2N$
13	$a_{13}$	-	$12 - N$
14	$a_{14}$	$a_{12}$	$13 + \beta$
15	$a_{15}$	$a_{14}, a_{17}$	$N + 8$
16	$a_{16}$	-	$12 - \beta$
17	$a_{17}$	$a_{13}, a_{18}$	$18 + \beta$
18	$a_{18}$	-	$15 - N$
19	$a_{19}$	$a_{16}$	$9 - \beta$
20	$a_{20}$	$a_5, a_8, a_{17}$	$N + 4$

**Примітка.** Для формування індивідуального варіанту завдання потрібно врахувати, що  $\beta$  – номер групи студента,  $N$  – остання цифра залікової книжки.

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 7 «МОДЕЛІ СІТКОВОГО ПЛАНУВАННЯ»

**Мета роботи.** Засвоїти методику побудови та дослідження моделей сіткового планування

### Рівень А

Використовуючи дані, представлені в таблиці 7.1, побудувати графік сіткової моделі.

### Рівень В-С

Використовуючи дані, представлені в таблиці 7.1, побудувати графік сіткової моделі, розрахувати її характеристики та визначити критичний шлях.

### Завдання для самостійної роботи

#### Задача 7.1

**Таблиця 7.1**

#### Розробка стадій бюджетного процесу на місцевому рівні

Робота	Склад роботи	Термін, днів
(1,2)	Отримання інформації від Мінфіну України про особливості складання розрахунків до проектів бюджетів та її опрацювання	$t_{1,2}$
(1,3)	Підготовка проекту рішення про місцевий бюджет	$t_{1,3}$
(1,4)	Складання проекту бюджету	$t_{1,4}$
(2,3)	Схвалення проекту рішення про місцевий бюджет	$t_{2,3}$
(2,5)	Розгляд проекту рішення про місцевий бюджет	$t_{2,5}$
(2,6)	Затвердження місцевих бюджетів	$t_{2,6}$
(3,4)	Затвердження розпису місцевого бюджету	$t_{3,4}$
(3,5)	Загальна організація та управління виконанням відповідного місцевого бюджету	$t_{3,5}$
(4,5)	Отримання інформації про визначення періодичності структури та термінів подання звітності про виконання місцевих бюджетів	$t_{4,5}$
(5,6)	Складання та подання відповідним місцевим фінансовим органам балансів, звітів про	$t_{5,6}$

	виконання місцевих бюджетів	
(5,7)	Подання зведених звітів про виконання місцевих бюджетів та подання їх Міністерству фінансів АРК, фінансовим органам місцевих адміністрацій, виконавчим органам відповідних рад	$t_{5,7}$
(6,7)	Подання річного звіту про виконання місцевого бюджету до ВР АРК, відповідних місцевих рад	$t_{6,7}$
(7,8)	Перевірка звіту	$t_{7,8}$
(8,9)	Затвердження звіту про виконання місцевого бюджету або прийняття іншого рішення	$t_{8,9}$

**Таблиця 7.2**

**Терміни виконання відповідних робіт**

	Номер варіанту														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$t_{1,2}$	4	2	3	2	4	5	2	4	3	3	4	3	4	2	3
$t_{1,3}$	4	2	3	2	4	5	2	4	4	3	4	3	4	2	4
$t_{1,4}$	2	1	2	3	4	2	3	2	3	1	2	2	4	3	3
$t_{2,3}$	3	4	3	4	3	4	3	4	2	4	3	3	3	3	2
$t_{2,5}$	3	2	2	3	2	3	1	3	2	2	3	2	2	1	2
$t_{2,6}$	4	4	4	4	4	4	4	4	5	4	4	4	4	4	5
$t_{3,4}$	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	1	1	1	1
$t_{3,5}$	2	1	2	1	2	1	2	1	2	2	2	2	2	2	2
$t_{4,5}$	1	1	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	1	4
$t_{5,6}$	2	2	2	2	2	3	2	1	2	2	2	2	2	2	2
$t_{5,7}$	1	2	1	2	1	2	1	1	3	2	1	1	1	1	3
$t_{6,7}$	2	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2	2	2	2	1
$t_{7,8}$	4	4	4	4	4	4	4	4	7	4	4	4	4	4	7
$t_{8,9}$	5	5	5	5	5	5	5	5	3	5	5	5	5	5	3

**Примітка.** Для формування індивідуального варіанту завдання терміни виконання робіт вибрати з таблиці 7.2 відповідно до номеру у списку.

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 8 «ЗАДАЧІ ТЕОРІЇ ІГОР»

**Мета роботи.** Засвоїти методи визначення оптимальної стратегії гравців при розв'язуванні стратегічних ігор.

### Рівень А

Виконати завдання 1

### Рівень В-С

Виконати завдання 1-2

### Завдання для самостійної роботи

#### Задача 8.1

Знайти сідлову точку гри, заданої платіжною матрицею (табл. 8.1).

**Примітка.** Варіант завдання вибирається відповідно до номеру у списку. До кожного елементу матриці додати число  $\alpha + \beta$ , де  $\alpha$  – дві останні цифри залікової книжки студента ( $\alpha = 00, \dots, 99$ ),  $\beta$  – номер групи студента ( $\beta = 1, 2, \dots, 6$ ).

**Таблиця 8.1**

<b>1.</b> $\begin{pmatrix} 5 & 4 & 6 \\ 7 & 3 & 4 \\ 9 & 1 & 8 \end{pmatrix}$	<b>2.</b> $\begin{pmatrix} 7 & 4 & 4 \\ 9 & 5 & 7 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$
<b>3.</b> $\begin{pmatrix} 7 & 3 & 5 \\ 5 & 2 & 2 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	<b>4.</b> $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 6 & 5 & 2 \\ 8 & 6 & 5 \end{pmatrix}$
<b>5.</b> $\begin{pmatrix} 7 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$	<b>6.</b> $\begin{pmatrix} 3 & 3 & 8 \\ 3 & 5 & 4 \\ 7 & 6 & 7 \end{pmatrix}$

<b>7.</b> $\begin{pmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 3 & 4 & 5 \\ 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}$	<b>8.</b> $\begin{pmatrix} 9 & 6 & 7 \\ 7 & 4 & 6 \\ 8 & 1 & 3 \end{pmatrix}$
<b>9.</b> $\begin{pmatrix} 12 & 10 & 8 \\ 7 & 3 & 6 \\ 4 & 5 & 4 \end{pmatrix}$	<b>10.</b> $\begin{pmatrix} 9 & 7 & 5 \\ 10 & 11 & 13 \\ 9 & 10 & 8 \end{pmatrix}$
<b>11.</b> $\begin{pmatrix} 9 & 8 & 12 \\ 7 & 8 & 13 \\ 4 & 6 & 5 \end{pmatrix}$	<b>12.</b> $\begin{pmatrix} 8 & 9 & 8 \\ 7 & 10 & 7 \\ 7 & 12 & 5 \end{pmatrix}$
<b>13.</b> $\begin{pmatrix} 5 & 2 & 10 \\ 4 & 3 & 9 \\ 7 & 7 & 8 \end{pmatrix}$	<b>14.</b> $\begin{pmatrix} 4 & 10 & 7 \\ 8 & 9 & 8 \\ 5 & 11 & 8 \end{pmatrix}$
<b>15.</b> $\begin{pmatrix} 7 & 9 & 7 \\ 5 & 10 & 6 \\ 3 & 9 & 4 \end{pmatrix}$	<b>16.</b> $\begin{pmatrix} 9 & 10 & 9 \\ 7 & 10 & 8 \\ 8 & 11 & 10 \end{pmatrix}$
<b>17.</b> $\begin{pmatrix} 7 & 9 & 6 \\ 6 & 11 & 7 \\ 7 & 10 & 7 \end{pmatrix}$	<b>18.</b> $\begin{pmatrix} 4 & 9 & 5 \\ 6 & 8 & 6 \\ 3 & 8 & 3 \end{pmatrix}$
<b>19.</b> $\begin{pmatrix} 3 & 9 & 2 \\ 2 & 7 & 3 \\ 5 & 6 & 5 \end{pmatrix}$	<b>20.</b> $\begin{pmatrix} 8 & 9 & 8 \\ 7 & 6 & 5 \\ 7 & 4 & 3 \end{pmatrix}$
<b>21.</b> $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 5 & 6 \\ 3 & 7 & 4 \end{pmatrix}$	<b>22.</b> $\begin{pmatrix} 11 & 10 & 11 \\ 12 & 8 & 4 \\ 5 & 7 & 6 \end{pmatrix}$

23. $\begin{pmatrix} 5 & 7 & 2 \\ 5 & 6 & 5 \\ 4 & 6 & 3 \end{pmatrix}$	24. $\begin{pmatrix} 3 & 8 & 4 \\ 5 & 7 & 5 \\ 3 & 9 & 5 \end{pmatrix}$
25. $\begin{pmatrix} 7 & 10 & 9 \\ 8 & 12 & 7 \\ 9 & 10 & 9 \end{pmatrix}$	26. $\begin{pmatrix} 5 & 7 & 2 \\ 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 5 \end{pmatrix}$
27. $\begin{pmatrix} 8 & 10 & 8 \\ 7 & 11 & 9 \\ 6 & 12 & 8 \end{pmatrix}$	28. $\begin{pmatrix} 5 & 8 & 7 \\ 8 & 11 & 8 \\ 7 & 9 & 4 \end{pmatrix}$
29. $\begin{pmatrix} 6 & 7 & 6 \\ 3 & 10 & 5 \\ 6 & 7 & 5 \end{pmatrix}$	30. $\begin{pmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 9 & 10 & 9 \\ 8 & 7 & 8 \end{pmatrix}$

### Задача 8.2

Знайти оптимальні стратегії гравців  $A$  і  $B$ . Виграшні бали гравця  $A$  при застосуванні ним своїх певних стратегій, за умови застосування гравцем  $B$  всіх його можливих стратегій, задані матрицею гри (табл. 8.2).

**Примітка.** Варіант завдання вибирається відповідно до останньої цифри залікової книжки з врахуванням значення  $\beta$ , де  $\beta$  – номер групи ( $\beta = 1, 2, \dots, 6$ ).

Таблиця 8.2

1. $\begin{pmatrix} 0 & -2 - \beta & 1 + \beta \\ -4 - \beta & 0 & 2 + \beta \\ 2 + \beta & 1 + \beta & 0 \end{pmatrix}$	2. $\begin{pmatrix} 2 + \beta & -1 - \beta & 0 \\ 0 & 1 + \beta & -2 - \beta \\ 2 + \beta & 0 & 4 + \beta \end{pmatrix}$
--	--

$3. \begin{pmatrix} 1+\beta & 0 & -1-\beta \\ 2+\beta & 1+\beta & 0 \\ 0 & -1-\beta & 1+\beta \end{pmatrix}$	$4. \begin{pmatrix} -3-\beta & 1+\beta & 0 \\ 0 & 2+\beta & 1+\beta \\ 1+\beta & 0 & -2-\beta \end{pmatrix}$
$5. \begin{pmatrix} 2+\beta & -1-\beta & 1+\beta \\ 1+\beta & 0 & 2+\beta \\ 0 & 1+\beta & 1+\beta \end{pmatrix}$	$6. \begin{pmatrix} 1+\beta & -2-\beta & 0 \\ 0 & 1+\beta & 2+\beta \\ 2+\beta & 0 & -1-\beta \end{pmatrix}$
$7. \begin{pmatrix} 0 & -1-\beta & 4+\beta \\ 2+\beta & 0 & -1-\beta \\ 1+\beta & 2+\beta & 0 \end{pmatrix}$	$8. \begin{pmatrix} 1+\beta & 0 & 2+\beta \\ 0 & -2-\beta & 4+\beta \\ -2-\beta & 1+\beta & 0 \end{pmatrix}$
$9. \begin{pmatrix} 4+\beta & 1+\beta & 0 \\ -1-\beta & 0 & 2+\beta \\ 2+\beta & -1-\beta & 1+\beta \end{pmatrix}$	$0. \begin{pmatrix} -1-\beta & 0 & 2+\beta \\ 2+\beta & 4+\beta & 0 \\ 1+\beta & 2+\beta & -1-\beta \end{pmatrix}$

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 9 «РОЗВ'ЯЗАННЯ СТАТИСТИЧНИХ ІГОР»

**Мета роботи.** Засвоїти методи визначення оптимальної стратегії гравця при розв'язуванні статистичних ігор.

### Рівень А

Виконати завдання 1(а, б).

### Рівень В

Виконати завдання 1(а, б, в).

### Рівень С

Виконати завдання 1.

### Завдання для самостійної роботи

#### Задача 9.1

Проводиться порівняння п'яти інвестиційних проектів. Для реалізації кожного з проектів відома собівартість шести видів продукції, які планується виробляти –  $П_1, П_2, П_3, П_4, П_5, П_6$ . Величини  $П_j$  на початкових етапах виконання проекту точно визначити неможливо, тому вони вважаються неконтрольованими факторами. Кожній парі  $(A_i, П_j)$  відповідає значення річних затрат.

Використовуючи матрицю річних затрат (табл. 9.1), обрати оптимальні капітальні вкладення.

Необхідно знайти оптимальну стратегію гри за критеріями:

- а) Лапласа;
- б) Вальда;
- в) Севіджа;
- г) Гурвіца (з параметром  $\alpha = 0,6$ );
- д) крайнього оптимізму.

**Примітка.** Варіант завдання вибирається відповідно до номеру у списку. До кожного елементу матриці додати число  $\alpha + \beta$ , де  $\alpha$  – дві останні цифри залікової книжки студента ( $\alpha = 00, \dots, 99$ ),  $\beta$  – номер групи студента ( $\beta = 1, 2, \dots, 6$ ).

Таблиця 9.1

Варіант 1

	$\Pi_1$	$\Pi_2$	$\Pi_3$	$\Pi_4$	$\Pi_5$	$\Pi_6$
$A_1$	1	15	13	20	15	15
$A_2$	0	20	3	20	10	6
$A_3$	10	8	2	12	7	3
$A_4$	18	5	19	11	7	9
$A_5$	17	10	1	15	0	2

Варіант 2

	$\Pi_1$	$\Pi_2$	$\Pi_3$	$\Pi_4$	$\Pi_5$	$\Pi_6$
$A_1$	10	9	13	15	16	11
$A_2$	3	14	7	9	17	5
$A_3$	9	15	14	10	1	18
$A_4$	14	14	10	13	3	1
$A_5$	9	14	4	9	9	17

Варіант 3

	$\Pi_1$	$\Pi_2$	$\Pi_3$	$\Pi_4$	$\Pi_5$	$\Pi_6$
$A_1$	4	3	9	1	7	12
$A_2$	12	15	17	18	18	13
$A_3$	6	11	2	10	6	13
$A_4$	8	8	6	7	16	8
$A_5$	1	9	10	9	2	8

Варіант 4

	$\Pi_1$	$\Pi_2$	$\Pi_3$	$\Pi_4$	$\Pi_5$	$\Pi_6$
$A_1$	2	4	16	18	1	6
$A_2$	17	16	13	7	17	9
$A_3$	8	9	1	6	10	11
$A_4$	17	6	15	19	8	18
$A_5$	16	14	2	7	16	6

## Варіант 5

	$\Pi_1$	$\Pi_2$	$\Pi_3$	$\Pi_4$	$\Pi_5$	$\Pi_6$
$A_1$	16	7	6	1	18	14
$A_2$	10	13	16	1	16	15
$A_3$	4	12	12	3	16	4
$A_4$	17	1	7	3	11	13
$A_5$	7	19	5	7	1	17

## Варіант 6

	$\Pi_1$	$\Pi_2$	$\Pi_3$	$\Pi_4$	$\Pi_5$	$\Pi_6$
$A_1$	19	14	19	13	20	5
$A_2$	5	6	17	2	0	2
$A_3$	7	12	2	10	6	3
$A_4$	14	4	10	7	2	15
$A_5$	6	6	4	11	2	12

## Варіант 7

	$\Pi_1$	$\Pi_2$	$\Pi_3$	$\Pi_4$	$\Pi_5$	$\Pi_6$
$A_1$	10	9	8	2	18	13
$A_2$	20	12	15	8	14	10
$A_3$	18	10	5	13	20	11
$A_4$	18	0	4	20	14	8
$A_5$	8	5	1	10	14	9

## Варіант 8

	$\Pi_1$	$\Pi_2$	$\Pi_3$	$\Pi_4$	$\Pi_5$	$\Pi_6$
$A_1$	15	20	10	15	7	19
$A_2$	14	14	4	4	15	20
$A_3$	1	10	2	11	14	18
$A_4$	1	17	6	6	12	12
$A_5$	0	4	19	19	14	19

## Варіант 9

	$\Pi_1$	$\Pi_2$	$\Pi_3$	$\Pi_4$	$\Pi_5$	$\Pi_6$
$A_1$	10	19	1	19	3	12
$A_2$	16	0	6	19	10	8
$A_3$	15	19	9	11	20	6
$A_4$	8	18	11	10	14	15
$A_5$	19	15	16	1	7	5

## Варіант 10

	$\Pi_1$	$\Pi_2$	$\Pi_3$	$\Pi_4$	$\Pi_5$	$\Pi_6$
$A_1$	20	19	12	10	6	14
$A_2$	8	14	3	17	2	6
$A_3$	18	13	9	16	6	18
$A_4$	10	7	13	8	8	7
$A_5$	14	7	8	9	2	9

## Варіант 11

	$\Pi_1$	$\Pi_2$	$\Pi_3$	$\Pi_4$	$\Pi_5$	$\Pi_6$
$A_1$	1	15	13	20	15	15
$A_2$	0	20	3	20	10	6
$A_3$	10	8	2	12	7	3
$A_4$	18	5	19	11	7	9
$A_5$	17	10	1	15	0	2

## Варіант 12

	$\Pi_1$	$\Pi_2$	$\Pi_3$	$\Pi_4$	$\Pi_5$	$\Pi_6$
$A_1$	10	9	13	15	16	11
$A_2$	3	14	7	9	17	5
$A_3$	9	15	14	10	1	18
$A_4$	14	14	10	13	3	1
$A_5$	9	14	4	9	9	17

## Варіант 13

	$\Pi_1$	$\Pi_2$	$\Pi_3$	$\Pi_4$	$\Pi_5$	$\Pi_6$
$A_1$	4	3	9	1	7	12
$A_2$	12	15	17	18	18	13
$A_3$	6	11	2	10	6	13
$A_4$	8	8	6	7	16	8
$A_5$	1	9	10	9	2	8

## Варіант 14

	$\Pi_1$	$\Pi_2$	$\Pi_3$	$\Pi_4$	$\Pi_5$	$\Pi_6$
$A_1$	2	4	16	18	1	6
$A_2$	17	16	13	7	17	9
$A_3$	8	9	1	6	10	11
$A_4$	17	6	15	19	8	18
$A_5$	16	14	2	7	16	6

## Варіант 15

	$\Pi_1$	$\Pi_2$	$\Pi_3$	$\Pi_4$	$\Pi_5$	$\Pi_6$
$A_1$	16	7	6	1	18	14
$A_2$	10	13	16	1	16	15
$A_3$	4	12	12	3	16	4
$A_4$	17	1	7	3	11	13
$A_5$	7	19	5	7	1	17

## Варіант 16

	$\Pi_1$	$\Pi_2$	$\Pi_3$	$\Pi_4$	$\Pi_5$	$\Pi_6$
$A_1$	19	14	19	13	20	5
$A_2$	5	6	17	2	0	2
$A_3$	7	12	2	10	6	3
$A_4$	14	4	10	7	2	15
$A_5$	6	6	4	11	2	12

## Варіант 17

	$\Pi_1$	$\Pi_2$	$\Pi_3$	$\Pi_4$	$\Pi_5$	$\Pi_6$
$A_1$	10	9	8	2	18	13
$A_2$	20	12	15	8	14	10
$A_3$	18	10	5	13	20	11
$A_4$	18	0	4	20	14	8
$A_5$	8	5	1	10	14	9

## Варіант 18

	$\Pi_1$	$\Pi_2$	$\Pi_3$	$\Pi_4$	$\Pi_5$	$\Pi_6$
$A_1$	15	20	10	15	7	19
$A_2$	14	14	4	4	15	20
$A_3$	1	10	2	11	14	18
$A_4$	1	17	6	6	12	12
$A_5$	0	4	19	19	14	19

## Варіант 19

	$\Pi_1$	$\Pi_2$	$\Pi_3$	$\Pi_4$	$\Pi_5$	$\Pi_6$
$A_1$	10	19	1	19	3	12
$A_2$	16	0	6	19	10	8
$A_3$	15	19	9	11	20	6
$A_4$	8	18	11	10	14	15
$A_5$	19	15	16	1	7	5

## Варіант 20

	$\Pi_1$	$\Pi_2$	$\Pi_3$	$\Pi_4$	$\Pi_5$	$\Pi_6$
$A_1$	20	19	12	10	6	14
$A_2$	8	14	3	17	2	6
$A_3$	18	13	9	16	6	18
$A_4$	10	7	13	8	8	7
$A_5$	14	7	8	9	2	9

## Варіант 21

	$\Pi_1$	$\Pi_2$	$\Pi_3$	$\Pi_4$	$\Pi_5$	$\Pi_6$
$A_1$	1	15	13	20	15	15
$A_2$	0	20	3	20	10	6
$A_3$	10	8	2	12	7	3
$A_4$	18	5	19	11	7	9
$A_5$	17	10	1	15	0	2

## Варіант 22

	$\Pi_1$	$\Pi_2$	$\Pi_3$	$\Pi_4$	$\Pi_5$	$\Pi_6$
$A_1$	10	9	13	15	16	11
$A_2$	3	14	7	9	17	5
$A_3$	9	15	14	10	1	18
$A_4$	14	14	10	13	3	1
$A_5$	9	14	4	9	9	17

## Варіант 23

	$\Pi_1$	$\Pi_2$	$\Pi_3$	$\Pi_4$	$\Pi_5$	$\Pi_6$
$A_1$	4	3	9	1	7	12
$A_2$	12	15	17	18	18	13
$A_3$	6	11	2	10	6	13
$A_4$	8	8	6	7	16	8
$A_5$	1	9	10	9	2	8

## Варіант 24

	$\Pi_1$	$\Pi_2$	$\Pi_3$	$\Pi_4$	$\Pi_5$	$\Pi_6$
$A_1$	2	4	16	18	1	6
$A_2$	17	16	13	7	17	9
$A_3$	8	9	1	6	10	11
$A_4$	17	6	15	19	8	18
$A_5$	16	14	2	7	16	6

## Варіант 25

	$\Pi_1$	$\Pi_2$	$\Pi_3$	$\Pi_4$	$\Pi_5$	$\Pi_6$
$A_1$	16	7	6	1	18	14
$A_2$	10	13	16	1	16	15
$A_3$	4	12	12	3	16	4
$A_4$	17	1	7	3	11	13
$A_5$	7	19	5	7	1	17

## Варіант 26

	$\Pi_1$	$\Pi_2$	$\Pi_3$	$\Pi_4$	$\Pi_5$	$\Pi_6$
$A_1$	19	14	19	13	20	5
$A_2$	5	6	17	2	0	2
$A_3$	7	12	2	10	6	3
$A_4$	14	4	10	7	2	15
$A_5$	6	6	4	11	2	12

# ПИТАННЯ ДЛЯ ПОТОЧНОГО ТА ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ ЗНАНЬ ЗДОБУВАЧІВ ВИЩОЇ ОСВІТИ

## Змістовий модуль 1

1. Предмет, метод, завдання курсу дослідження операцій.
2. Історія розвитку дослідження операцій.
3. Основні етапи дослідження операцій.
4. Типові класи задач дослідження операцій.
5. Класифікація задач дослідження операцій.
6. Відшукання оптимального розв'язку задачі, використовуючи можливості Microsoft Excel.
7. Задачі визначення оптимального асортименту продукції (приклади, загальна форма запису моделі).
8. Задачі складання оптимального раціону відгодівлі тварин (приклад, загальна форма запису моделі).
9. Задача про визначення оптимальних технологічних способів виробництва (приклади, загальна форма запису моделі).
10. Поняття транспортної логістики. Основна задача транспортної логістики.
11. Задача про призначення та її розв'язання.
12. Постановка транспортної задачі із заборонами. Застосування Microsoft Excel для розв'язання задачі із заборонами.
13. Двоетапна транспортна задача. Постановка, загальна модель.
14. Алгоритм розв'язання двоетапної транспортної задачі.
15. Поняття виробничої функції. Виробничі функції однієї змінної. Етапи побудови ВФ.
16. Багатофакторні виробничі функції. Поняття, приклади.
17. Нелінійні виробничі функції.
18. Граничні та середні значення виробничих функцій.
19. Поняття динамічного програмування. Постановка задач.
20. Методика розв'язання задач динамічного програмування.
21. Задача оптимального розподілу капіталовкладень, приклад, методика розв'язання.
22. Задача оптимальної заміни обладнання, приклад, методика розв'язання.
23. Постановка задачі управління запасами. Види витрат.
24. Модель Уілсона оптимального розміру замовлення.

25. Задача визначення стратегії управління запасами, приклад, методика розв'язання.

## **Змістовий модуль 2**

1. Основні поняття теорії графів. Призначення та сфера застосування.

2. Побудова правильної нумерації вершин графу. Алгоритм закреслення дуг.

3. Алгоритм пошуку найкоротшого шляху.

4. Постановка задачі мережного планування, приклади, методика розв'язання.

5. Впорядкування структурно-часової таблиці.

6. Мережні графіки різних типів. Побудова часового мережного графіка. Алгоритм задачі мережного планування.

7. Основні часові параметри сіткової моделі.

8. Оптимізація сіткової моделі. Коефіцієнт напруженості.

9. Сіткове планування в умовах невизначеності.

10. Поняття про системи і задачі масового обслуговування, основні елементи системи, показники ефективності СМО.

11. Характеристика вхідного потоку запитів, тривалість часу обслуговування.

12. Одноканальна СМО із очікуванням, показники ефективності.

13. Багатоканальна СМО з необмеженою чергою, показники ефективності.

14. Предмет і задачі теорії ігор.

15. Основні поняття теорії ігор. Класифікація ігор.

16. Платіжна матриця. Матриця ризиків.

17. Критерії прийняття рішень в умовах повної невизначеності.

18. Зведення задач теорії ігор до задач математичного програмування.

19. Поняття стохастичного програмування. Передумови виникнення.

20. Детерміновані та випадкові фактори аграрного виробництва. Типи задач стохастичного програмування.

21. Методи розв'язання задач стохастичного програмування.

22. Постановка багатокритеріальної задачі. Загальна модель.

23. Методи розв'язання задач з багатьма цільовими функціями.

## КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ ТА РЕЙТИНГОВА ОЦІНКА ЗНАНЬ ЗДОБУВАЧІВ ВИЩОЇ ОСВІТИ З ДИСЦИПЛІНИ

*Оцінювання знань здобувачів вищої освіти під час лабораторних занять та виконання індивідуальних завдань проводиться за такими критеріями:*

1) розуміння, ступінь засвоєння теорії та методології проблем, що розглядаються;

2) вміння та навички розв'язувати прикладні економічні задачі.

При оцінюванні індивідуальних завдань увага приділяється також їх правильному оформленню та змістовому наповненню.

При оцінюванні результатів самостійної роботи здобувачів вищої освіти враховується особистий внесок здобувача та коректність висновків.

### *Рейтингова оцінка знань здобувачів вищої освіти*

№ п/п	Форма контролю	Контроль протягом семестру	Максимальна/ мінімальна кількість балів
<b>Змістовий модуль 1. Методика проведення дослідження операцій. Моделювання оптимального розподілу ресурсів</b>			
1.	Аудиторна робота в т.ч.:		
	- лабораторні роботи, опитування	5	25/15
2.	Самостійна робота в т.ч.:		
	- опрацювання теоретичного матеріалу	5	5/2,5
	- тести для самоконтролю	5	5/2,5
3.	Модульний тест № 1	1	5/3
	<b>Всього за змістовий модуль</b>	<b>x</b>	<b>40/23</b>
<b>Змістовий модуль 2. Планування та координація виробничого процесу. Задачі в умовах невизначеності та конфлікту</b>			
4.	Аудиторна робота в т.ч.:		
	- лабораторні роботи, опитування	4	20/12
5.	Самостійна робота в т.ч.:		
	- опрацювання теоретичного матеріалу	5	5/2,5
	- тести для самоконтролю	5	5/2,5
6.	Модульний тест № 2	1	5/3
	<b>Всього за змістовий модуль</b>	<b>x</b>	<b>35/20</b>

7	Підсумковий тест	1	10/7
8	Розрахунково-графічна робота	1	5/3
9	Науково-дослідна робота	1	10/7
	<b>Разом по дисципліні</b>		<b>100/60</b>

Проміжний контроль знань здійснюється у вигляді атестацій, які проводяться за результатами обов'язкових контрольних заходів, що передбачені навчальною програмою: виконання лабораторних робіт з перевіркою на ПЕОМ, тестування, проведення опитування, виконання індивідуальних розрахунково-графічних робіт, науково-дослідна роботи. В кінці семестру здобувачі вищої освіти здають залік з курсу.

**Підсумковий контроль** знань здійснюється шляхом складання заліку в усній формі. До заліку допускається здобувачі, які засвоїли теоретичний матеріал, пройшли тестування, виконали згідно з вимогами лабораторні та розрахунково-графічні роботи та набрали необхідну кількість балів.

Критерії оцінки відповідей на питання, що виносяться на залік, наступні:

- «зараховано» – здобувач вищої освіти дав правильні і вичерпні відповіді на поставлені теоретичні питання, в яких він показав розуміння, ступінь засвоєння теорії та методології проблем, що розглядаються;

- «не зараховано» – здобувач вищої освіти дав неправильні відповіді, в яких він продемонстрував значні прогалини у знаннях з основного програмного матеріалу.

### **Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти, та шкала оцінювання - залік**

Сума балів за всі види освітньої діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою
90 - 100	<b>A</b>	<b>зараховано</b>
82 - 89	<b>B</b>	
75 - 81	<b>C</b>	
64 - 74	<b>D</b>	
60 - 63	<b>E</b>	
35 - 59	<b>FX</b>	<b>не зараховано з можливістю повторного складання</b>
0 - 34	<b>F</b>	<b>не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни</b>

## СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Боровик О. В., Боровик Л. В. Дослідження операцій в економіці : навч. посіб. Київ : Центр учбової літератури, 2007. 424 с.
2. Вітлінський В. В., Наконечний С. І., Терещенко Т. О. Математичне програмування : навч.-метод. посіб. для самост. вивч. дисц. Київ : КНЕУ, 2001. 248 с.
3. Вітлінський В. В., Терещенко Т. О., Савіна С. С. Економіко-математичні методи та моделі : оптимізація : навч. посіб. Київ : КНЕУ, 2016. 303 с.
4. Воронков О. О. Оптимізаційні методи і моделі : конспект лекцій з курсу. Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2016. 110 с.
5. Дослідження операцій в економіці : підруч. / О. І. Черняк та ін. ; ред. О. І. Черняк. Миколаїв : МНАУ, 2020. 398 с.
6. Дослідження операцій : метод рекомєнд. для самост. роботи студентів ден. та заоч. форм навчання напряду підготов. / О. В. Шєбаніна та ін. Миколаїв : МНАУ, 2014. 98 с.
7. Дослідження операцій : курс лекцій / О. В. Шєбаніна та ін. Миколаїв : МНАУ, 2015. 248 с.
8. Дослідження операцій в економіці : підруч. / І. К. Федоренко. та ін. ; за ред. І. К. Федоренко, О. І. Черняка. Київ : Знання, 2007. Київ : Знання, 2017. 558 с.
9. Дослідження операцій. Практичний курс : навч. посіб. / В. Є. Березовський та ін. Умань : Видавець «Сочінський», 2011. 238 с.
10. Зайченко О. Ю., Зайченко Ю. П. Дослідження операцій : збірник задач. Київ : Видавничий дім «Слово», 2007. 472 с.
11. Зайченко Ю. П. Дослідження операцій : підруч. для вузів. 5-е вил., перероб. та допов. Київ : 2001. 688 с.
12. Економіко-математичне моделювання : навч. посіб. / В. В. Вітлінський та ін. ; за заг. ред. В. В. Вітлінського. Київ : КНЕУ, 2008. 536 с.
13. Економіко-математичне моделювання : навч. посіб. / за ред. О. Т. Івашука. Тернопіль : ТНЕУ «Економічна думка», 2008. 704 с.
14. Економіко-математичне моделювання : навч. посіб. / Т. С. Клебанова та ін. Харків : ВД «Інжек», 2012. 352 с.

15. Івченко І. Ю. Математичне програмування : навч. посіб. Київ : Центр учбової літератури, 2007. 232 с.
16. Катренко А. В. Дослідження операцій : підруч. Львів : Магнолія Плюс, 2015. 352 с.
17. Карагодова О. О., Кігель В. Р., Рожок В. Д. Дослідження операцій : навч. посіб. Київ : Центр учбової літератури, 2007. 256 с.
18. Колодінська О. В., Медведєв М. Г. Дослідження операцій : навч. посіб. Київ : Видавництво Європейського університету, 2006. 158 с.
19. Корольов М. Є., Павленко В. І., Савіна О. В., Тимошенко А. Г. Дослідження операцій і методи оптимізації : навч. посіб. Київ : Університет «Україна», 2007. 177 с.
20. Кунда Н. Т. Дослідження операцій у транспортних системах : навч. посіб. Київ : Видавничий дім «Слово», 2008. 400 с.
21. Кутковецький В. Я. Дослідження операцій : навч. посіб. Київ : Тов “Видавничий дім “Професіонал”, 2004. 350 с.
22. Кузьмичов А. І. Оптимізаційні методи і моделі. Моделювання засобами MS Excel : навч. посіб. Київ : Ліра-К, 2015. 215 с.
23. Леснікова І. Ю., Халіпова Н. В. Дослідження операцій у середовищі електронних таблиць Excel : навч. посіб. – Київ : Центр учбової літератури, 2007. 186 с.
24. Математичне програмування. Дослідження операцій : навч. посіб. / А. Ф. Барвінський та ін. Львів : «Інтелект-Захід», 2008. 468 с.
25. Математичне програмування : контр. індивід. завд. та метод. рек. для сам. роб. студ. / О. В. Шебаніна та ін. Миколаїв : МНАУ, 2015. 80 с.
26. Математичне програмування : метод. рек. з вивч. дисципліни та виконання контрольних робіт здобувачами вищ. освіти / О. В. Шебаніна та ін. Миколаїв : МНАУ, 2020. 132 с.
27. Наконечний С. І., Савіна С. С. Математичне програмування : навч. посіб. Київ : КНЕУ, 2016. 452 с.
28. Оптимізаційні методи та моделі : метод. рек. з вивч. дисципліни та виконання контрол. робіт здобувачами вищ. освіти / О. В. Шебаніна та ін. Миколаїв : МНАУ, 2017. 107 с.

29. Оптимізаційні методи та моделі : конспект лекцій для здобувачів вищої освіти освітнього ступеня "Бакалавр" спеціальності 072 "Фінанси, банківська справа та страхування" денної форми навчання / уклад. : О. В. Шибаніна, В. П. Клочан, І. В. Клочан та ін. Миколаїв : МНАУ, 2020. 135 с.

30. Оптимізаційні методи та моделі : метод. реком. до виконання практ. занять і самот. роботи для здобувачів вищої освіти освітнього ступеня "Бакалавр" спеціальності 072 "Фінанси, банківська справа та страхування" денної форми навчання / уклад. : О. В. Шибаніна, В. П. Клочан, І. В. Клочан та ін. Миколаїв : МНАУ, 2020. 87 с.

31. Оптимізаційні методи та моделі : метод. реком. до виконання тестових завдань і самот. роботи для здобувачів вищої освіти освітнього ступеня "Бакалавр" спеціальності 072 "Фінанси, банківська справа та страхування" денної форми навчання / уклад. : О. В. Шибаніна, В. П. Клочан, І. В. Клочан та ін. Миколаїв : МНАУ, 2020. 107 с.

32. Охріменко М. Г., Дзюбан І. Ю. Дослідження операцій : навч. посіб. Київ : Центр навчальної літератури, 2006. 184 с.

33. Ржевський С. В., Александрова В. М. Дослідження операцій : підруч. Київ : Академвидав, 2006. 560 с.

34. Толбатов Ю. А., Толбатов Є. Ю. Математичне програмування : підруч. для студентів екон. спец. вищ. навч. закл. Тернопіль : Підручники і посібники, 2008. 432 с.

35. Ульяновченко О. В. Дослідження операцій в економіці : підруч. для студентів вузів. Харків : Гриф, 2002. 580 с.

Навчальне видання

**Дослідження операцій**

Методичні вказівки

**Укладачі:**

**Шебаніна** Олена В'ячеславівна  
**Клочан** Віра Павлівна  
**Клочан** Ірина Володимирівна та ін.

Формат 60x84 1/16. Ум. друк. арк. 5,19.  
Наклад 50 прим. Зам. № \_\_\_\_\_

Надруковано у видавничому відділі  
Миколаївського національного аграрного університету  
54020, м. Миколаїв, вул. Георгія Гонгадзе, 9

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 4490 від  
20.02.2013 р.

