

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
МИКОЛАЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Інженерно-енергетичний факультет
Кафедра Агроінженерії

Гідравліка
ч.2. “Гідростатика”
Методичний посібник
для здобувачів вищої освіти з дистанційної форми навчання

Миколаїв 2023

УДК 532.1
Г46

Рекомендовано до друку методичною радою Інженерно-енергетичного факультету Миколаївського національного аграрного університету від 30.03.2023 протокол № 8.

Укладачі:

- Сидорика Ігор – к.т.н., доцент кафедри Агроінженерії, Миколаївського національного аграрного університету;
- Садовий Олексій – к.т.н., доцент кафедри Агроінженерії, Миколаївського національного аграрного університету;

Рецензенти:

- Грубань Василь. – канд. тех. наук, д.е.н., професор кафедри тракторів та сільськогосподарських машин, експлуатації та технічного сервісу, Миколаївський національний аграрний університет.
- Ставинський Андрій – д-р техн. наук, професор, зав. кафедрою електроенергетики, електротехніки та електромеханіки, Миколаївський національний аграрний університет.

© Миколаївський національний
аграрний університет, 2023

ЗМІСТ

Вступ.....	4
1. Загальні вказівки до курсу “Гідравліка”.....	5
2. Структурно-логічна схема занять ч.1 “Гідростатика”.....	6
3. Теоретичний курс “Гідростатики”	
Лекція № 1. Введення в Гідравліку. Загальні відомості про рідини основні визначення і фізичні властивості рідини	7
Лекція №2. Сили, що діють в рідині. Поняття про ідеальну рідину...17	
Лекція №3. Манометричний тиск і вакуум.....	22
Лекція №4. Сила тиску рідини на плоску стінку. Центр тиску.....	24
Лекція №5. Основи кінематики рідини.....	29
4 Лабораторні роботи з “Гідростатики	32
Лабораторна робота №1	32
Лабораторна робота №2.....	35
Лабораторна робота №3.....	38
Лабораторна робота №4.....	40
Література.....	43

ВСТУП

“Гідравліка” – це наука, яка вивчає закони рівноваги і механічного руху рідини, а також розглядає їх практичне застосування для рішення конкретних інженерних задач.

Назва «гідравліка» виникла від двох грецьких слів: «хюдор» – вода і «аулос» – труба, тобто як наука про рух рідин по трубах.

Зміст сучасної гідравліки незрівнянно ширший. Питання, що вивчаються в гідравліці, охоплюють рух води не тільки в трубах, але і у відкритих руслах (каналах, річках), в різних гідротехнічних спорудах і системах, а також рух інших рідин (нафта, масла, розчини) в трубопроводах і гідромашинах. На підставі цього сучасну гідравліку розглядають як одну з галузей механіки.

Гідравліку поділяють на дві частини: гідростатику і гідродинаміку, причому остання містить у собі і кінематику рідині. Гідростатика вивчає закони рівноваги рідин і їх силову дію на тверді стінки, що обмежують об’єми рідин; гідродинаміка – закони руху рідин і їх взаємодію з твердими стінками або тілами, які знаходяться в потоці рідини..

1 ЗАГАЛЬНІ ВКАЗІВКИ ДО КУРСУ “ГІДРАВЛІКА”

Мета викладання курсу – дати необхідний рівень теоретичних знань в галузі гідравліки і сільськогосподарського водопостачання, володіння інженерними методами розв’язування прикладів розрахунку, в виборі та експлуатації гідравлічного обладнання для водопостачання у сільськогосподарському виробництві.

Основне завдання дисципліни: викладення основних положень гідравліки, які необхідні для вивчення ряду розділів інших дисциплін («Машини, обладнання та їх використання в тваринництві», «Машини, обладнання та їх використання при переробці сільськогосподарської продукції», «Теплотехніка», «Підйомно-транспортні машини», «Сільськогосподарські меліорації» тощо), а також викладення загальних уявлень про теорію і конструкції гідравлічних машин. Курс складається з наступних частин: гідравліка, в якій вивчаються закони рівноваги і руху рідини, а також засоби застосування цих законів до рішення інженерних задач; основи сільськогосподарського водопостачання і гідромеліорації, при вивченні яких здобувачі вищої освіти знайомляться з основними схемами с.-г. водопостачання, видами меліорації, розрахунком подач та напорів, графіком водоподачі.

У результаті вивчення дисципліни студент повинен **знати**:

- основні положення гідравліки;
- закони теорії гідростатики і гідродинаміки;
- методики гідравлічних розрахунків процесів, що протікають в силових установках різного призначення;
- принципи дії та конструкції гідравлічних установок, які використовуються в промисловості і сільському господарстві;
- засоби використання вторинних і поновлюваних гідравлічних джерел енергії; основи проектування систем гідропостачання та правила їх експлуатації.

Студент повинен **вміти**:

- виконувати гідравлічні розрахунки об'єктів та гідросистем сільського господарства;
- вирішувати практичні завдання по монтажу та експлуатації гідро установок та систем гідропостачання.

2. Структурно-логічна схема занять ч.1 “Гідростатика”

2.1 Заняття за змістовним модулем 1 (ч.1. Гідростатика) проводяться з метою закріплення, розширення та поглиблення теоретичних знань та навичок, які одержав студент на лекціях та лабораторних заняттях, набуття вміння самостійно розв'язувати задачі. Розподіл освітнього часу за видами занять та контрольні заходи наведено в таблиці 1.

Таблиця 1.

Змістовний модуль курсу “Гідравліка”		Розподіл навчального часу			Термін виконання, тиждень	Терміни контрольного заходу
Найменування	Теми	лекції	практичні	самостійна робота		
Змістовний модуль 1. Гідростатика.	Тема 1. Введення в Гідравліку; Загальні відомості про рідини основні визначення і фізичні властивості рідини..	2	6	14	2 тиждень	Поточний контроль по завершенню теми*
	Тема 2. Сили, що діють в рідини. Поняття про ідеальною рідини; Диференціальні рівняння рівноваги рідини; Основні рівняння гідростатики і його застосування. Основне рівняння гідростатики.	3	4	10	2 тиждень	Поточний контроль по завершенню теми*
	Тема 3. Сила тиску рідини на плоскій стінці. Центр тиску; Сила тиску рідини на криволінійних стінку; Закон Архімеда.	3	6	16	4 тиждень	Поточний контроль по завершенню теми*
	Тема 4. Основи кінематики рідини. Способи опису руху; Види руху рідини; Види потоків.	2	4	12	4 тиждень	Поточний контроль по завершенню теми*

На заняттях розглядається найбільш складний матеріал курсу. Студенти мають можливість одержати необхідний довідковий матеріал, допомогу в рішенні індивідуальних завдань та захистити контрольні завдання.

3. Теоретичний курс “Гідростатики”

Лекція № 1. Введення в Гідравліку. Загальні відомості про рідини основні визначення і фізичні властивості рідини.

Гідравліка - це наука, що займається вивченням різних закономірностей, які в рідинах, що рухаються або знаходяться в стані спокою.

Гідравліка є науковою основою при вивченні: гідросистем, гідроприводів гірських машин і комплексів; насосних, вентиляторних та компресорних установок; рудничної аерології, вентиляції та дегазації шахт; збагачення корисних копалин; гідромеханізації гірничих робіт, гідрології.

Гідропривід і пневмопривід є комплекси, призначені для приведення в рух машин і механізмів за допомогою гідравлічної і пневматичної енергії.

Перші фактичні знання з гідравліки та досвід практичного застосування їх були ще у древніх народів Єгипту, Китаю, Ассирії, Греції та ін. Про це свідчить будівництво водопідйомних коліс, кораблів, каналів, гребель, акведуків для водопостачання і т. П. Одним з перших праць (250 р. до н.е. е.), що відносяться до гідравліки, є трактат «Про плаваючих тілах» (закон Архімеда).

Наступні наукові роботи з гідравліки з'явилися лише в XVI і XVII століттях. Найбільші з них: Леонардо да Вінчі (1452 - 1519) - в області плавання тіл, руху рідини по трубах і відкритим руслах; С. Стевина (1548 - 1620) - закони тиску рідини на дно і стінки посудини; Г. Галілея (1564 - 1642) - в області рівноваги і руху тіл в рідині; Е. Торрічеллі (1608 - 1647) - по закінченню рідини через отвори; Б. Паскаля (1623 - 1662) - про передачу тиску рідини (закон Паскаля); І. Ньютона (1642 - 1727) - про внутрішнє тертя в рідині (закон Ньютона) і опорі тел при русі в рідині.

Гідромеханіка (гідравліка) як наука сформувалася в XVIII столітті в Російській академії наук роботами Д. Бернуллі (1700 - 1782), Л. Ейлера (1707 - 1783) і М. В. Ломоносова (1711 - 1765). М. В. Ломоносов відкрив закон збереження речовини в русі, який є фізичною основою рівнянь руху рідини.

У своїх роботах «Про вільний рух повітря, в рудниках примеченном», «Спроба теорії пружної сили повітря», а також розробкою та виготовленням приладів для вимірювання швидкості і напрямку вітру М. В. Ломоносов заклав основи гідравліки як прикладної науки. Л. Ейлер склав відомі диференціальні рівняння відносного рівноваги і руху рідини (рівняння Ейлера), а також запропонував способи опису руху рідини.

Значного розвитку гідравліка як прикладна наука отримала в XVIII і XIX століттях в роботах багатьох вчених і інженерів європейських країн: винахід Піто приладу для вимірювання швидкості (трубка Піто); встановлення Шезі залежності для визначення втрат напору в каналах і трубах (формула Шезі), експериментальні роботи Базена, Маннинга, Гангілье, Куттера за визначенням параметрів, що входять в формулу втрат напору; складання емпіричних і напівемпіричних формул для визначення гідравлічних опорів (Пуазейль, Дарсі, Вейсбах, Буссінек); дослідження питань витікання рідини через отвори і водозливи (Базен, Борда, Вейсбах). Важливе значення для розвитку гідравліки мало відкриття О. Рейнольдсом (1842 - 1912) двох режимів руху рідини і встановлення принципів і критеріїв гідродинамічної подібності (числа Рейнольдса, Фруда і ін.).

В кінці XIX і початку XX століття значний внесок у розвиток гідравліки внесли російські вчені та інженери: Н. П. Петров (1836 - 1920) розробив гідродинамічну теорію мастила і теоретично обґрунтував гіпотезу Ньютона; Н.Є. Жуковський (1849 - 1921) створив теорію гідравлічного удару, теорію крила і досліджував багато інших питань механіки рідини, він же з'явився засновником відомого всьому світу Центрального аерогідродинамічного інституту (ЦАГІ), що носить його ім'я; Д.І. Менделєєв (1834 - 1907) опублікував в 1880 р роботу «Про опір рідин і про повітроплавання», в якій були висловлені важливі положення про механізм опору руху тіла в рідині і дані основні уявлення про пограничному шарі. Теорія прикордонного шару, що є однією з основоположною при вивченні турбулентних потоків в трубах і обтіканні тіла рідиною,

Хоча окремі елементи гідропневмоприводів (насосів, гідро- і Пневмодвигуни і ін.) Застосовувалися ще до нашої ери, однак використання гідропневмоприводів в сучасному понятті (як комплексу пристроїв) почалося порівняно недавно. Відомо, що в 1888 р інженери Російського металевого заводу вперше застосували гідропривід для наведення далекобійних знарядь на військових кораблях. Починаючи з 1907 р, в морському флоті стали застосовуватися гідродинамічні передачі (гідротрансформатори і гідромуфти).

Початок використання гідроприводу в вітчизняних гірських машинах відноситься до 1933 - 1937 рр. Першими гідрофікованими машинами для шахт були врубова машина КС (автори В.В. Кісін і А.К. Сердюк) і вугільний комбайн С-5 конструкції інженера А.К. Сердюка. З 1950 року починається все зростаюче застосування гідроприводу в гірських машинах, механізованих крепях і системах автоматики технологічних процесів вугільних і рудних шахт.

ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ ПРО РІДИНИ

ОСНОВНІ ВИЗНАЧЕННЯ І ФІЗИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ РІДИНИ

Рідиною називається безперервна середовище, що має властивість плинності.

Рідини можна розділити на дві групи: краплинні - практично нестискувані (вода, спирт, ртуть, масла) і газоподібні - легко стискає (повітря та інші гази). Характерним відмінністю цих рідин є також наявність у крапельних рідин і відсутність у газів вільної поверхні - поверхні розділу між рідиною і газоподібною середовищем.

густина являє собою масу однорідного речовини в одиниці об'єму

$$\rho = m/V$$

Одиницею щільності в системі СІ є кілограм на кубічний метр (кг/м³).

Іноді в довідниках замість щільності наводяться значення відносної щільності різних речовин.

Відносна густина - безрозмірна величина, що представляє собою відношення щільності даної речовини до щільності стандартного речовини в певних фізичних умовах

$$\delta = \rho / \rho_{ст}$$

В якості стандартного речовини при визначенні відносної щільності приймають: для твердих тіл і крапельних рідин -дистілірованную воду при температурі 277 К (4° С) і тиску 101 325 Па, що має щільність $\rho_{ст} = 1000$ кг/м³; для газів - атмосферне повітря при стандартних умовах: температурі 293 К (20° С), тиску 101 325 Па і відносній вологості 50%, що має щільність $\rho_{ст} = 1,2$ кг / м³.

Для безпосереднього вимірювання щільності крапельних рідин в техніці часто використовують прилади, які називаються ареометрами.

Стисливість - властивість рідини змінювати свою щільність при зміні тиску і (або) температури.

Щільність крапельних рідин при температурі і тиску, відмінних від початкових, може бути знайдена з виразу

$$\rho = \rho_0 \cdot (1 - \beta_t \Delta t + \beta_p \Delta p)$$

де ρ_0 - щільність рідини при початкових температурі і тиску; Δt , Δp - збільшення температури і тиску; β_t і β_p - коефіцієнти температурного розширення і об'ємного стиснення, що представляють собою відносну зміну об'єму рідини при зміні температури або тиску на одну одиницю:

$$\beta_t = \frac{1}{V} \cdot \frac{dV}{dt}; \beta_p = -\frac{1}{V} \cdot \frac{dV}{dp}$$

Величина, зворотна β_p , називається модулем пружності рідини $E_{жс} = 1/\beta_p$. Значення коефіцієнтів β_t і β_p дуже малі. Так, наприклад, в інтервалі тисків $p = (1 - 200) \cdot 10^5$ Па при $t = 20$ ° С середні значення β_t і β_p складають: для води $\beta_t \approx 2 \cdot 10^{-4}$ °С⁻¹, $\beta_p \approx 5 \cdot 10^{-10}$ Па⁻¹; для мінеральних масел, що застосовуються в гідроприводах $\beta_t \approx 7 \cdot 10^{-4}$ °С⁻¹, $\beta_p \approx 6 \cdot 10^{-10}$ Па⁻¹. Тому при вирішенні більшості практичних завдань зміною щільності крапельних рідин при зміні температури або тиску зазвичай нехтують (виняток становлять

завдання про гідравлічному ударі, про стійкість і коливанні гідравлічних систем і деякі інші, де доводиться враховувати стисливість рідини).

На відміну від крапельних рідин щільність газів в сильному ступені залежить від температури і тиску. Розглянемо рівняння Клапейрона - Менделєєва

$$p \cdot V = \frac{m}{\mu} \cdot R_{\mu} T \quad \text{або} \quad p v = R T \quad \text{або} \quad p / \rho = R T,$$

де p - абсолютний тиск; V - об'єм; m - маса; μ - молярна маса; R_{μ} - універсальна газова постійна [$R_{\mu} = 8,314$ Дж / (моль · К)]; T - абсолютна температура; $v = V / m$ - питомий об'єм; $R = R_{\mu} / \mu$ - газова постійна [для повітря $R = 287$ Дж / (кг · К), для метану $R = 518$ Дж / (кг · К)].

З цих рівнянь можна встановити залежність щільності газу від температури і тиску

$$\rho = \rho_0 \cdot \frac{p}{p_0} \cdot \frac{T_0}{T},$$

де ρ і ρ_0 - щільності газу відповідно при нових тиску p і температурі T і початкових тиску p_0 і температурі T_0 .

Для оцінки стисливості рідини, що рухається користуються зазвичай ставленням швидкості потоку v до швидкості звуку a в даній рідині, яке називається числом Маха,

$$M = v / a$$

Якщо швидкість руху рідини мала в порівнянні зі швидкістю поширення в ній звуку, тобто Число Маха значно менше одиниці $M \ll 1$, крапельну рідину (або газ) при такому русі можна вважати практично нестисливою.

В'язкість - властивість рідини чинити опір відносному руху (зрушенню) частинок рідини.

При русі реальної рідини внаслідок її в'язкості між сусідніми шарами рідини, а також рідиною і стінками русла виникають сили внутрішнього тертя і викликані ними дотичні напруження, спрямовані в бік, протилежний руху,

що призводить до різниці швидкостей частинок в різних шарах потоку і їх деформації (зрушенню).

Якщо уявити потік складається з окремих шарів нескінченно малої товщини d_y (рис. 1.1), то швидкості цих шарів будуть змінюватися по деякому закону від нуля (у стінки) до максимуму (в центрі потоку). Нехай швидкості сусідніх шарів будуть u і $u+du$. У прямолінійному русі du можна розглядати як швидкість деформації, а градієнт швидкості du / dy як кутову швидкість деформації.

Відповідно до гіпотези І. Ньютона, висловленої ним у 1686 року, а потім експериментально і теоретично обґрунтованою в 1883 р. проф. Н.П. Петровим, сила внутрішнього тертя T , що виникає між двома шарами рухається прямолінійно рідини, прямо пропорційна поверхні дотичних шарів F , градієнту швидкості du/dy , залежить від роду рідини і температури і не залежить від тиску *

$$T = \pm \mu F \frac{du}{dy},$$

де μ - динамічна в'язкість.

*Більш пізніми дослідженнями було встановлено, що в'язкість, а отже, і сила внутрішнього тертя, залежить від тиску, проте відчутно ця залежність проявляється тільки при високих тисках

Рідини, в яких сили внутрішнього тертя не підкоряються цим рівнянням, називаються *аномальними* або *неньютоновськими*. До них відносяться деякі масла при негативних температурах, колоїди, парафіністі нафтопродукти при низьких температурах. Вода, повітря, спирт, ртуть, більшість масел, що застосовуються в гідроприводах, і інші ставляться до звичайних, тобто Ньютоновским рідин.

Розділивши обидві частини рівняння на F , отримаємо дотичне напруження (напруження сили тертя)

$$\tau = T/F = \pm \mu \frac{du}{dy}.$$

Так як T і τ завжди позитивні, то в рівняннях повинен бути поставлений знак плюс, якщо du / dy позитивно, і знак мінус, якщо du / dy негативно.

З рівняння випливає, що динамічна в'язкість $\mu = \tau / \frac{du}{dy}$ чисельно дорівнює дотичному напруженню τ при градієнті швидкості du / dy , що дорівнює одиниці, тобто має цілком певний фізичний зміст і повністю характеризує в'язкість рідини.

Одиницею динамічної в'язкості в системі СІ є паскаль · секунда (Па · с). Широко застосовувалася також одиниця системи СГС - пуаз; $1 \text{ П} = 0,1 \text{ Па} \cdot \text{с}$.

При виконанні технічних розрахунків в гідравліки зазвичай користуються кінематичною в'язкістю ν , що представляє собою відношення динамічної в'язкості рідини до її щільності

$$\nu = \mu / \rho$$

Одиницею кінематичної в'язкості в системі СІ є метр в квадраті на секунду ($\text{м}^2/\text{с}$).

Для визначення в'язкості рідин використовують прилади, які називаються вискозиметрами.

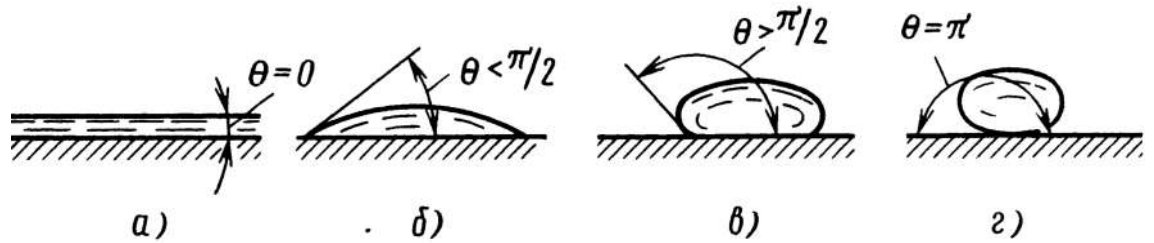
В'язкість залежить від роду рідини, її температури і тиску. Зі збільшенням температури в'язкість крапельних рідин зменшується, а газоподібних - збільшується. Залежність в'язкості від температури для різних рідин різна і висловити її аналітично загальним рівнянням не представляється можливим.

Характер зміни в'язкості рідин при зміні тиску різний і залежить від початкової в'язкості і температури. Для більшості крапельних рідин з підвищенням тиску в'язкість кілька збільшується.

В'язкість мінеральних масел в межах тисків 0 - 50 МПа вимірюється практично лінійно.

З властивістю поверхневого натягу пов'язана здатність рідин

утворювати краплі, через яку звичайні рідини іноді називають крапельними.



На кордоні між рідиною і твердим тілом виникають сили взаємодії між молекулами цих двох середовищ. Співвідношення між цими силами і силами взаємодії між молекулами самої рідини визначає характер граничних явищ. Якщо на тверду горизонтальну площину помістити краплю рідини, то можливі випадки:

- а) повного розтікання рідини по твердій поверхні тонким шаром (повне змочування), коли крайової кут $\theta = 0$ (Рис. а);
- б) часткового змочування, коли крайової кут $\theta < \frac{\pi}{2}$ (Рис. б);
- в) часткового несмачіванія, коли $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ (Рис. в);
- г) повного несмачіванія, коли $\theta = \pi$ (Рис. г).

Хоча існує незмочування, але при русі рідини швидкості частинок, що стикаються з твердою поверхнею, в більшості випадків рівні швидкості останньої. Цей факт для гідродинаміки дуже важливий, так як на ньому заснована формулювання граничних умов при математичній постановці гідродинамічних задач.

Сили молекулярного взаємодії між рідиною і твердими стінками створюють викривлення вільної поверхні поблизу цих стінок. У трубці малого діаметра (капілярі) поверхню може бути або увігнутою (змочування) або опуклою (незмочування). Викривлення вільної поверхні супроводжується появою додаткового тиску, в результаті чого рівень в таких трубках піднімається або знижується. Висота капілярного підйому рідини

$$h = 2\sigma \cos \theta / (\rho g r),$$

де g - прискорення вільного падіння; r - радіус трубки.

З формули випливає, що при малих r підйом може бути значним.

Перехід рідини в пар називається випаровуванням, а зворотний перехід - конденсацією. Рідина може перебувати в рівновазі зі своїм паром. Ця рівновага настає само собою, якщо рідина тривалий час укладена в закритій посудині. Тоді з плином часу досягається такий стан, при якому число молекул, які переходять з рідини в пар, дорівнює числу молекул, що здійснюють зворотний перехід. В цьому випадку пар називають насиченим і в ньому встановлюється цілком визначене при даній температурі тиск, зване пружністю насиченої пари. Ця величина зростає зі збільшенням температури.

У разі появи в рідині пухирців пара розрізняють *два явища*: кипіння і кавітація.

Кипіння - це утворення бульбашок пари всередині рідини і виділення їх через вільну поверхню в навколишнє середовище.

Як показують фізичні дослідження, кипіння виникає лише в тому випадку, якщо в рідині є бульбашки защемленого під стінами газу або якщо такі бульбашки утворюються внаслідок виділення газу, розчиненого в рідині. Тоді при підвищенні температури або зниженні тиску рідина випаровується всередину бульбашок, вони ростуть в обсязі і прориваються назовні через вільну поверхню. Виникає процес кипіння.

Якщо рідина звільнена від розчиненого і защемленого газу, то процес кипіння не виникає навіть при температурі, значно перевершує температуру кипіння. Рідини в такому стані називають *перегрітими*. *Дегазовані рідини* не киплять і при зниженні тиску нижче пружності насичених парів. Доведено, що такі рідини можуть витримувати значні напруження розтягу.

Однак в техніці доводиться, як правило, мати справу з рідинами, в яких є розчинений або затиснений у вигляді бульбашок газ. Технічні рідини не тільки не витримують розтягуючих зусиль, а й скипають при тисках, рівних пружності насичених парів.

Кипіння рідин призводить до порушення суцільності середовища, тому значення параметрів, при яких воно настає, визначають межу

застосовності всіх висновків, заснованих на гіпотезі сплошности.

Поведінка рідини при зниженні тиску істотно залежить від наявності в ній розчиненого газу. Закономірність розчинення газів в рідинах в першому наближенні встановлюється *законом Генрі*, згідно з яким концентрація газу, розчиненого в рідині, пропорційна його тиску над розчином

Кавітація - це явище, коли бульбашки пара або суміш пару бульбашки, що з'явилися при тиску в рідині, що рухається, меншому тиску насичених парів, не виходить з неї, а потрапляючи в область підвищеного тиску, з більшою силою змикаються (парові бульбашки конденсуються, а газові стискаються).

Кавітація в трубопроводах і гідравлічних машинах є вкрай шкідливою, так як багаторазове місцеве підвищення тиску, що супроводжується ударами частинок рідини об стінки труб і проточних елементів гідромашин, призводять до їх ерозії.

Лекція №2.

СИЛИ, ЩО ДІЮТЬ В РІДИНИ. ПОНЯТТЯ ПРО ІДЕАЛЬНУ РІДИНУ

Діючі в рідині сили можна розділити на дві групи: поверхневі і масові.

Поверхневими називають сили, що діють на вільну або граничну поверхню розглянутих обсягів рідини.

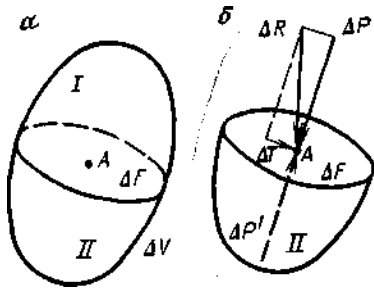
Масовими називають сили, що діють на кожну частку розглянутого об'єму рідини і пропорційні масі частинок. До них відносяться сили тяжкості, сили інерції.

У гідравліки в ряді випадків доводиться вдаватися до моделей рідини. Однією з таких широко поширених моделей є ідеальна рідина. *Ідеальною рідиною* називається така уявна нев'язка нестислива рідина, при русі якої відсутні сили внутрішнього тертя, а також щільність, якої не залежить від тиску і температури. Ця модель дозволяє вирішувати завдання гідростатики.

Гідростатика - розділ гідравліки, в якому вивчаються закони рівноваги рідин, а також твердих тіл, повністю або частково занурених у рідину.

В результаті дії сил всередині рідини виникають стискаючі напруги, так звані гідростатичним тиском (аналогічно напрузі стиснення в твердих тілах). При рівномірному розподілі сили P по поверхні площею F гідростатичний тиск виражається формулою:

$$p = \frac{P}{F}, \quad [p] = 1 \text{ Па}. \quad 1 \text{ МПа} = 10^6 \text{ Па} \approx 10 \text{ кгс} / \text{м}^2.$$



$$\text{при } p = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta F} = \frac{dP}{dF} \text{ має місце тиск в точці}$$

спочиває рідини, або гідростатичний тиск.

Тиск в точці спочиває рідини володіє двома основними властивостями.

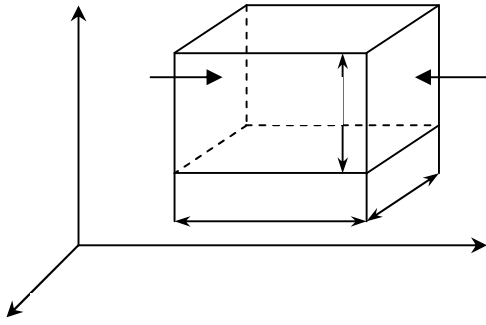
Перша властивість. Тиск в точці спочиває рідини завжди нормально до поверхні (майданчику),

що сприймає це тиск

Друга властивість. Тиск в точці спочиває рідини у всіх напрямках однаково за значенням, тобто є скаляром.

ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ РІВНОВАГИ РІДИНИ

Виділимо елементарний об'єм у вигляді паралелепіпеда з ребрами dx , dy , dz , паралельними осям координат, що знаходиться всередині спочиваючої рідини.



Заміннемо її дію на межі відповідними силами гідростатичного тиску
Маса елемента, що розглядається рідини

$$dm = \rho \cdot dV = \rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz.$$

Для рівноваги виділеного елемента рідини необхідно, щоб сума проєкцій всіх діючих сил на будь-яку з координатних осей дорівнювала нулю.

Позначимо через a_x , a_y , a_z проєкції всіх прискорень масових сил, віднесених до одиниці маси, на осі x , y , z . Тоді проєкції всіх масових сил на координатні осі

$$a_x dm = a_x \rho \cdot dx dy dz$$

$$a_y dm = a_y \rho \cdot dx dy dz$$

$$a_z dm = a_z \rho \cdot dx dy dz$$

Гідростатичний тиск є функцією координат точки і змінюється в напрямку кожної з осей координат. Приріст тиску по осі x складе $\frac{\partial p}{\partial x} dx$. Тоді

тиск в кінці межі буде $p' = p + \frac{\partial p}{\partial x} dx$.

Проєкція різниці сил гідростатичного тиску на ліву і праву межі виділеного елемента дорівнює

$$p dy dz - (p + \frac{\partial p}{\partial x} dx) dy dz = - \frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz.$$

Аналогічним чином можна знайти елементарні сили, що діють на інші чотири грані.

Так як крім розглянутих інших сил немає, то для рівноваги маси виділеного елемента сили тиску повинні врівноважувати масові сили. Отримуємо систему рівнянь рівноваги для розглянутого об'єму рідини

$$\frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz - a_x \rho \cdot dx dy dz = 0,$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} dx dy dz - a_y \rho \cdot dx dy dz = 0,$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} dx dy dz - a_z \rho \cdot dx dy dz = 0.$$

Після приведення подібних і скорочення залишилися доданків на $dx dy dz$ отримаємо рівняння рівноваги рідини в диференціальній формі, виведені в 1755 р Л. Ейлером:

$$\rho a_x = \frac{\partial p}{\partial x}; \quad \rho a_y = \frac{\partial p}{\partial y}; \quad \rho a_z = \frac{\partial p}{\partial z},$$

де p - шуканий тиск як функція координат.

Для приведення рівнянь Ейлера до вигляду, зручного для інтегрування, помножимо кожне з рівнянь відповідно на dx , dy , dz і складемо почленно:

$$dp = \rho(a_x dx + a_y dy + a_z dz),$$

де dp - повний диференціал тиску p .

Отримане рівняння виражає функціональну залежність тиску від роду рідини і координат точки в просторі і дозволяє визначити значення тиску в будь-якій точці рідини, що знаходиться в рівновазі. Це рівняння справедливо для крапельних рідин і для газів, причому для газів додатковою умовою рівноваги є рівняння Менделєєва-Клайперона.

Можна легко отримати рівняння поверхні рівного тиску - поверхні, тиск у всіх точках якої однаково ($p = const$).

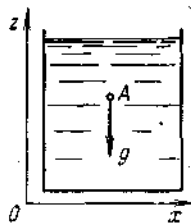
При $p = const$ $dp = 0$, а так як щільність не може дорівнювати нулю, отже,

$$a_x dx + a_y dy + a_z dz = 0$$

Це рівняння поверхні рівного тиску, окремим випадком якої є вільна поверхня рідини.

Розглянемо кілька конкретних прикладів і встановимо, який вигляд матиме поверхню рівного тиску (в тому числі і вільна поверхня) в цих випадках.

Приклад 1. Рідина знаходиться в рівновазі в резервуарі в поле дії тільки сили тяжіння.

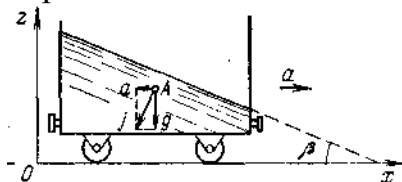


В цьому випадку проекції результуючої одиничних масових сил будуть: $a_x = 0$, $a_y = 0$, $a_z = -g$. Отримаємо $-gdz=0$ або після інтегрування

$$g \cdot z = const$$

Це - рівняння горизонтальної площини. Отже, в якій покоїться однорідної рідини ($p = idem$) будь-яка горизонтальна площина є площиною рівного тиску.

Приклад 2. Рідина знаходиться в рівновазі в резервуарі, що рухається горизонтально з деяким прискоренням a .



У цьому випадку будь-яка частка рідини знаходиться під дією прискорень a й g , отже, проекції результуючої одиничних масових сил будуть:

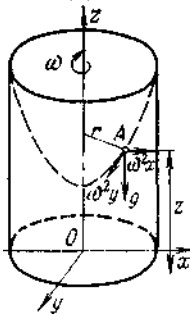
$$a_x = -a, a_y = 0, a_z = -g.$$

Підставляючи ці значення в рівняння поверхні рівного тиску, отримаємо $-adx - gdx = 0$ або після інтегрування

$$ax + gz = \text{const.}$$

Це - рівняння похилій площині. Отже, в даному випадку поверхні рівного тиску являють собою площини, похилі до осей Ox і Oz і паралельні осі Oy . Кут нахилу площини до горизонту може бути знайдений з виразу $\beta = \text{arctg}(a/g)$.

Приклад 3. Рідина знаходиться в рівновазі в циліндричному резервуарі, що обертається навколо вертикальної осі з постійною кутовою швидкістю ω .



У цьому випадку будь-яка частка рідини знаходиться під дією прискорень сили тяжіння g і відцентрової сили інерції $\omega^2 z$, отже, проекції результуючої одиничних масових сил будуть: $a_x = \omega^2 x$, $a_y = \omega^2 y$, $a_z = -g$. Підставляючи ці значення в рівняння, отримаємо $\omega^2 x dx + \omega^2 y dy - g dz = 0$ або після інтегрування

$$\frac{\omega^2 x^2}{2} + \frac{\omega^2 y^2}{2} - gz = \text{const}, \text{ але так як } x^2 + y^2 = r^2, \text{ то}$$

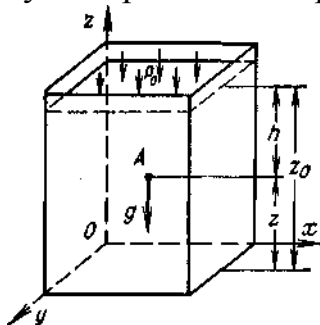
$$\frac{\omega^2 r^2}{2} - gz = \text{const}$$

Це - рівняння параболоїда обертання. Отже, в даному випадку поверхні рівного тиску являють собою сімейство параболоїдів обертання навколо вертикальної осі. При перетині їх вертикальною площиною вийде сімейство парабол з вершинами на осі Oz , а при перетині горизонтальною площиною - сімейство концентричних кіл з центром на осі Oz .

В останніх двох прикладах розглянуто випадки так званого відносного спокою рідини, коли вона знаходиться в резервуарах, що рухаються тим чи іншим чином з постійним прискоренням, але частинки рідини не переміщуються один щодо одного і щодо стінок резервуара.

РІВНЯННЯ ГІДРОСТАТИКИ І ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ.

Розглянемо рідину, укладену в нерухомому посудині і знаходиться в полі дії сили тяжіння. Осі координат розташуємо таким чином, щоб вісь Oz була спрямована вертикально вгору, тобто паралельно лінії дії сили тяжіння.



Усередині даного об'єму рідини виділимо точку A , що знаходиться на відстані z від горизонтальної площини xOy або на глибині h від вільної поверхні рідини. Проекції одиничних масових сил на координатні осі в даному випадку будуть: $a_x = 0$, $a_y = 0$, $a_z = -g$. Підставляючи ці значення в рівняння рівноваги рідини, отримаємо $dp = -\rho g dz$ або після інтегрування

$$p = -\rho g z + C,$$

де C - постійна інтегрування.

Для визначення постійної інтегрування задамося початковими умовами: на вільній поверхні рідини, тобто при $z = z_0$ (або $h = 0$), тиск $p = p_0$ отже, $p_0 = -\rho g z_0 + C$, звідки $C = p_0 + \rho g z_0$. Підставивши знайдене значення C в отримане після інтегрування вираження

$$p = -\rho g z + p_0 + \rho g z_0 = p_0 + \rho g(z_0 - z) \text{ або} \\ p = p_0 + \rho g h.$$

Основне рівняння гідростатики висловлює залежність тиску в даній точці спочиває рідини від роду рідини і відстані точки від вільної поверхні. У цьому рівнянні p - *абсолютний тиск* в даній точці рідини, p_0 - абсолютний тиск навколишнього середовища (зовнішній тиск на вільну поверхню рідини), $\rho g h = p - p_0$ - надлишковий тиск (тиск стовпа рідини) в даній точці.

Абсолютний тиск- тиск, при вимірюванні якого за початок відліку приймають абсолютний нуль тиску. Останній може мати місце в замкнутому просторі, з якого видалені всі молекули, або при повному припиненні руху молекул, тобто при $T = 0$ К.

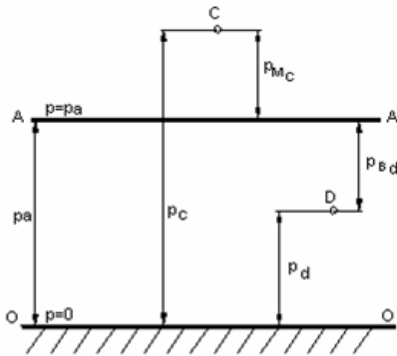
Лекція №3. МАНОМЕТРИЧНИЙ ТИСК І ВАКУУМ

У відкритих судинах, водоймах абсолютним тиском навколишнього середовища є атмосферний тиск p_a . Основне рівняння гідростатики $p = p_o + \rho gh$ в таких випадках буде мати вигляд

$$p = p_a + \rho gh.$$

Якщо абсолютний тиск в даній точці рідини більше атмосферного ($p > p_a$), то мова йде про надлишок тиску в даній точці над атмосферним, що визначає *манометричний тиск*

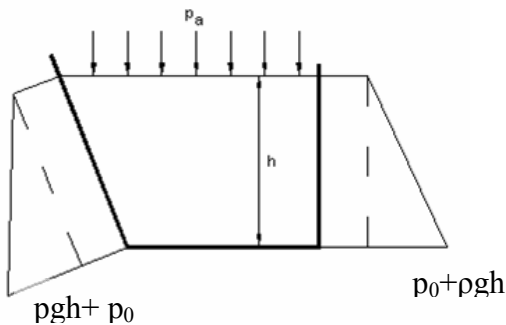
$$p_m = \rho gh = p - p_a.$$



Якщо абсолютний тиск в даній точці рідини менше атмосферного ($p < p_a$), то мова йде про нестачу тиску в даній точці до атмосферного, що визначає *вакуумметрическое тиск*

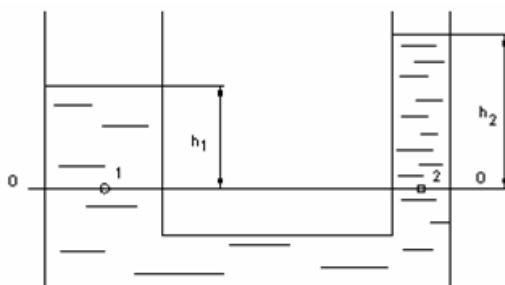
$$p_v = \rho gh = p_a - p.$$

Для вимірювання розглянутих вище тисків застосовуються різні вимірювальні прилади.



Графічне зображення розподілу тиску уздовж будь-якого контуру або поверхні називається *епюрою тиску*.

СПОЛУЧЕНІ ПОСУДИНИ



Якщо сполучені посудини заповнені двома несмішуваними рідинами з різною щільністю, то по межі поділу двох середовищ в одному з колін можна провести площину рівного тиску, де $p_1 = p_2$.

Відповідно до основним рівнянням гідростатики

$$p_a + \rho_1 gh_1 = p_a + \rho_2 gh_2$$

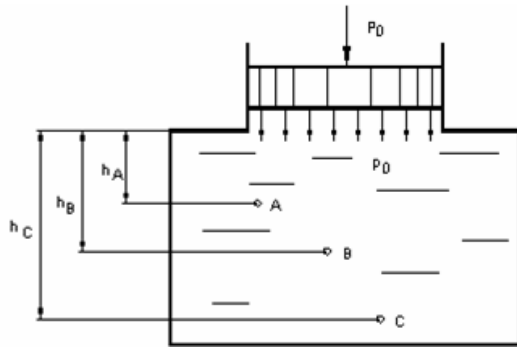
звідки

$$h_1/h_2 = \rho_2/\rho_1,$$

тобто висоти стовпів рідин у сполучених посудинах обернено пропорційні їх щільностям.

Принцип сполучених посудин широко застосовується в техніці, наприклад в вимірювальних приладах рідинного типу.

ЗАКОН ПАСКАЛЯ

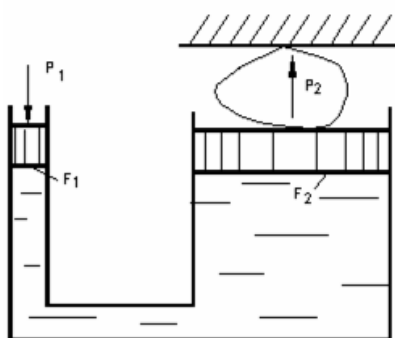


рівні:

$$p_A = p_0 + \rho g h_A, p_B = p_0 + \rho g h_B, p_C = p_0 + \rho g h_C$$

З аналізу отриманих рівнянь видно, що абсолютні тиску в точках рідини, що знаходяться на різній глибині, будуть різні, проте зовнішній тиск на рідину, укладену в замкнутому посудині, передається всім її часткам без зміни. В цьому суть закону Паскаля.

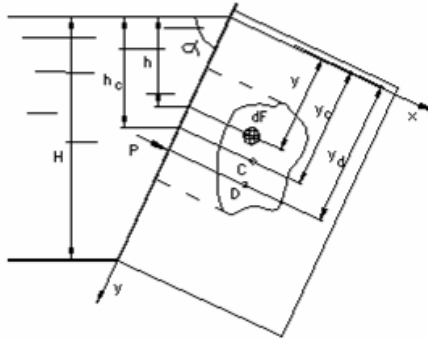
Практично закон Паскаля використовується в ряді гідравлічних машин: гідравлічних пресах і підйомниках, об'ємних насосах і гідродвигуна.



На малюнку приведена принципова схема гідравлічного преса. Прикладаючи до меншого поршня силу P_1 створюємо в рідини тиск $p = P_1 / F_1$, яке відповідно до закону Паскаля передається більшому поршню, викликаючи силу $P_2 = pF_2$. Якщо знехтувати опорами, то

$$P_2 = P_1 \frac{F_2}{F_1} = P_1 \left(\frac{D}{d} \right)^2$$

Лекція №4. СИЛА ТИСКУ РІДИНИ НА ПЛОСКОЇ СТІНКИ. ЦЕНТР ТИСКУ



Виділимо на плоскій боковій стінці судини, нахиленою в загальному випадку до горизонту під кутом α , довільну фігуру площею F і визначимо діючу на неї з боку рідини силу тиску P . розглянуту стінку з площиною креслення (тобто повернемо її на 90° навколо осі y).

Так як тиск рідини в різних по висоті точках площі F різний, то виділимо на цій площі елементарну площадку, що знаходиться на відстані h від вільної поверхні рідини або $y = h / \sin \alpha$ від осі X . Для такої нескінченно малу площу тиск у всіх її точках однаково і так само $p = \rho gh = \rho gy \sin \alpha$, отже, сила тиску рідини на елементарну площадку буде

$$dP = p dF = \rho gy \cdot \sin \alpha dF.$$

Сила тиску на всю розглянуту площу F

$$P = \int_F dP = \int_F \rho gy \cdot \sin \alpha dF = \rho g \sin \alpha \int_F y dF$$

вираз $\int_F y dF$ являє собою статичний момент розглядається площі щодо осі x , який дорівнює добутку площі цієї фігури F на відстань від її центра ваги до осі x , тобто $y_c F$.

Таким чином, $P = \rho g \sin \alpha \cdot y_c F$ або, замінюючи, $y_c \sin \alpha = h_c$ отримаємо

$$P = \rho g h_c F = p_c F.$$

З рівняння видно, що сила тиску рідини на плоску стінку P дорівнює добутку змоченою рідиною площі стінки F на гідростатичний тиск в її центрі ваги.

У ряді випадків, крім значення сили тиску рідини на стінку, необхідно знати координати точки її застосування - центру тиску.

Припустимо, що сила тиску P прикладена в точці D , що знаходиться від осі x на відстані y_D . Відповідно до теореми Варіньона про момент рівнодіючої (момент рівнодіючої сили відносно будь-якої осі дорівнює сумі моментів складових сил відносно тієї ж осі)

$$M_x = \int_F dM_x \text{ или } P y_D = \int_F dP y.$$

Замінивши в останньому виразі P і dP їх значеннями, отримаємо

$$\rho g \sin \alpha y_c F y_d = \int_F \rho g y \sin \alpha \cdot dF \cdot y.$$

Винесемо постійні за знак інтеграла і скоротимо їх з аналогічними величинами в лівій частині рівняння

$$y_c F y_d = \int_F y^2 dF.$$

вираз $\int_F y^2 dF$ являє собою момент інерції площі фігури відносно осі $x - J_x$, який може бути виражений через момент інерції J_c щодо центральної осі, паралельної осі x , у такий спосіб:

$$J_x = J_c + y_c^2 F.$$

тоді

$$y_c F y_d = y_c^2 F + J_c,$$

звідки

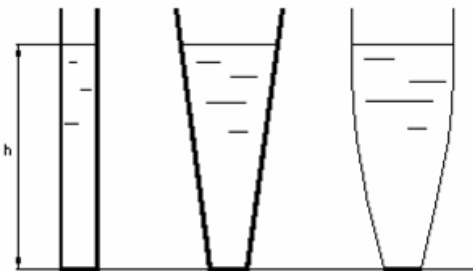
$$y_d = y_c + \frac{J_c}{y_c F}.$$

З рівняння видно, що центр тиску для плоскої стінки знаходиться завжди нижче її центра ваги.

Горизонтальна координата центру тиску x_d знаходиться на осі симетрії площі фігури.

В окремому випадку, коли $\alpha = 0$, тобто для горизонтального дна посудини, відстань від вільної поверхні до центра ваги площі h_c дорівнюватиме висоті рідини в посудині H , тому сила тиску рідини на дно посудини

$$P = \rho g H F.$$



площі.

З цього виразу видно, що різні за формою судини, що мають однакові площі дна і заповнені однаковою рідиною на одну і ту ж висоту, матимуть однакову силу тиску на дно незалежно від форми посудини і кількості знаходиться в ньому рідини (гідростатичний парадокс). Центр тиску, для дна посудини збігається з центром ваги

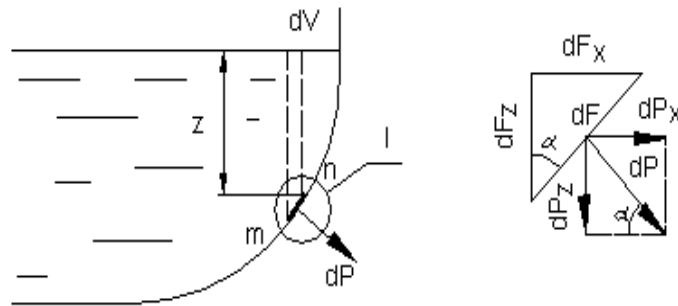
СИЛА ТИСКУ РІДИНИ НА КРИВОЛІНІЙНИХ СТІНКУ

При криволінійній стінці визначення значення, напрямки та точки прикладання сили тиску рідини ускладнюється, тому що елементарні сили тиску, що діють нормально на кожну елементарну площадку стінки, мають різні напрямки. В цьому випадку з метою спрощення (щоб уникнути інтегрування по криволінійній поверхні) доводиться визначати спочатку

складові сили тиску по заданих напрямках, наприклад по осях координат x , y , z , а потім знаходити результуючу силу тиску

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2} .$$

Практично доводиться мати справу з криволінійними стінками, що представляють собою поверхні обертання (сферу, циліндр, конус) і мають вісь симетрії, що лежить в площині, нормальній до стінки, що істотно спрощує визначення сили тиску рідини.



Визначимо силу тиску рідини P на криволінійну стінку циліндричної форми.

Як і в попередньому випадку, виділимо на стінці елементарну площадку dF (слід її на - лінія mn), що знаходиться на відстані z від вільної поверхні. Сила тиску рідини на цю елементарну площадку

$$dP = p dF = \rho g z dF .$$

Розкладемо dP на дві взаємно перпендикулярні складові: горизонтальну $dP_x = dP \cos a$ і вертикальну $dP_z = dP \sin a$ й підсумуємо окремо все горизонтальні і всі вертикальні складові. Зважаючи на крихту елементарної площадки прийемо її за плоску і спроектуємо на горизонтальну і вертикальну площині. (Проекції dF будуть: $dF_x = dF \sin a$ та $dF_z = dF \cos a$..

Знайдемо горизонтальну складову сили тиску рідини на криволінійну стінку P_x , яка є сумою всіх елементарних горизонтальних складових dP_x . Так як $dP_x = dP \cos a = \rho g z dF \cos a = \rho g z dF_z$, то

$$P_x = \int_{F_z} dP_x = \int_{F_z} \rho g z dF_z = \rho g \int_{F_z} z dF_z ,$$

де $\int_{F_z} z dF_z = S_x = h_c F_z$ - статичний момент площі вертикальної проекції

криволінійної стінки щодо осі x , що проходить по вільній поверхні рідини; F_z - площа вертикальної проекції змоченою рідиною криволінійної стінки; h_c - відстань центра ваги F_z від вільної поверхні рідини. тоді

$$P_x = \rho g h_c F_z.$$

Таким чином, горизонтальна складова сили тиску рідини на криволінійну стінку дорівнює силі тиску рідини на її вертикальну проекцію.

Знайдемо вертикальну складову сили тиску рідини на криволінійну стінку P_z , яка є сумою всіх елементарних вертикальних складових dP_z . Так як $dP_z = dP \sin \alpha = \rho g z dF \sin \alpha = \rho g z dF_x = \rho g dV$, де $dV = z dF_x$ - елементарний об'єм рідини, підставою якого є майданчик dF_x , а висотою - відстань від цієї площадки до вільної поверхні рідини z , то, проінтегрувавши dP_x по всьому обсягом V , отримаємо

$$P_z = \int_V dP_z = \int_V \rho g dV = \rho g \int_V dV$$

або

$$P_z = \rho g V.$$

Таким чином, вертикальна складова сили тиску рідини на криволінійну стінку дорівнює силі тяжіння рідини в обсязі V , званому тілом тиску.

Результуюча сила тиску рідини на криволінійну стінку циліндричної форми P дорівнює геометричній сумі складових

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_z^2}$$

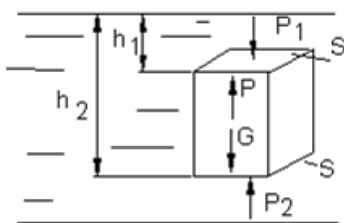
і спрямована під кутом α до горизонту

$$\alpha = \text{arctg} \frac{P_z}{P_x} = \text{arcsin} \frac{P_z}{P}.$$

ЗАКОН АРХІМЕДА

Розглянемо занурене в покійся рідину тверде тіло довільної форми, обсяг якого. На поверхню цього тіла з боку рідини буде діяти сила

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2}.$$



Горизонтальні складові P_x і P_y дорівнюють нулю, так як на кожен з частин діятимуть рівні та протилежно спрямовані сили. Вертикальна складова сили тиску рідини на тіло

$$P_z = \rho g V,$$

де P - архимедова сила, V - об'ємне водотоннажність (обсяг витісненої тілом рідини), ρV - водотоннажність (маса витісненої тілом рідини).

На занурене в рідину тіло діє архимедова сила, спрямована вертикально вгору і рівна силі тяжіння рідини в обсязі зануреної частини тіла. Це і є закон Архімеда, відкритий ним в 250 році до н. е.

Тіло, занурене в покійся рідину, знаходиться під дією двох сил: сили тяжіння $G = \rho_m g V$, прикладеної в центрі ваги тіла, і сили

Архімеда $P = \rho_{ж} gV$, прикладеної в центрі об'ємного водотоннажності. У цих формулах: ρ_m - щільність тіла, $\rho_{ж}$ - щільність рідини.

При зануренні тіла в рідину може бути три характерних випадку:

1. $G > P$, тобто Сила тяжіння тіла більше сили Архімеда, тіло тоне.

2. $G = P$, тобто Сила тяжіння тіла дорівнює архимедової силі, тіло буде знаходитися в рідині в стані байдужої рівноваги (підводне плавання).

3. $G < P$, тобто Сила тяжіння тіла менше сили Архімеда, тіло спливає.

Закон Архімеда широко використовується при розрахунку і проектуванні суден та інших плаваючих засобів; різних поплавцевих пристроїв (датчиків рівня, дифманометрів поплавкового типу), в гравітаційних методах збагачення корисних копалин і т. д.

Лекція №5 ОСНОВИ КІНЕМАТИКИ РІДИНИ

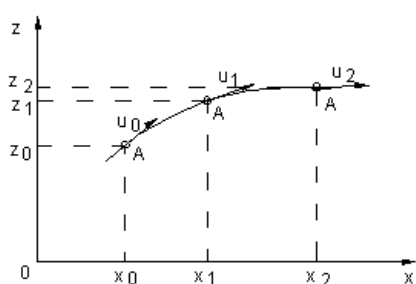
Кінематика рідини, будучи частиною гідравліки, описує рух рідини незалежно від того, які динамічні умови викликають або підтримують цей рух.

СПОСОБИ ОПИСУ РУХУ

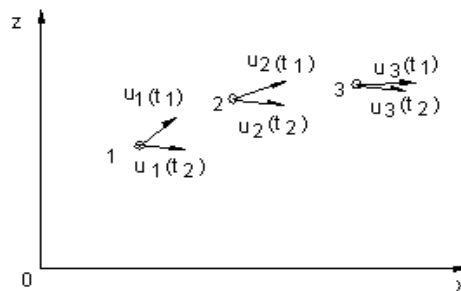
Рухомою рідиною суцільну середу сукупності частинок, які переміщуються з різними параметрами, що змінюються в залежності від координат і часу.

Частка суцільного середовища - це дуже малий елемент об'єму середовища (елементарний об'єм), який можна вважати точковим.

У кінематиці рідини можливі два способи опису руху - Лагранжа і Ейлера.



Лагранжа



Ейлера

Рис. 5.1 - Способи опису руху рідини

За способом Лагранжа рух рідини задається шляхом вказівки залежно координат певної (наміченої) частки рідини від часу. Рухомою часткою рідини описує в просторі траєкторію, уздовж якої змінюється швидкість.

При описі руху змінними є швидкість, прискорення і координати частинки. Практично для більшості інженерних задач немає необхідності в знанні параметрів руху окремих частинок, тому спосіб Лагранжа застосовується тільки в особливих випадках: наприклад, для опису переносу рідиною дрібних твердих частинок (мулу).

Спосіб Ейлера полягає в тому, що рух визначається полем швидкостей рідини в просторі в кожен момент часу, тобто описується рух різних частинок, що проходять через намічені точки простору, заповненого рідиною. При цьому змінними є швидкості частинок, а координати точки простору, через які проходять частинки, залишаються постійними (відомими).

За Ейлера задано поле швидкостей рідини в просторі в кожен момент часу в проєкціях швидкості u на осі нерухомої прямокутної декартової системи координат:

$$u_x = f_1(x, y, z, t); u_y = f_2(x, y, z, t); u_z = f_3(x, y, z, t).$$

ВИДИ РУХУ

За ознакою залежності руху рідини від часу воно може бути несталим або сталому. *Несталий* (нестационарне) рух - це рух при якому поле швидкостей змінюється в часі; в цьому випадку швидкість частинок рідини, що проходять через певну точку простору, змінюється в часі $u = f(x, y, z, t)$.

При цьому приватні похідні $\frac{\partial u_x}{\partial t}$, $\frac{\partial u_y}{\partial t}$, $\frac{\partial u_z}{\partial t}$ нерівні нулю.

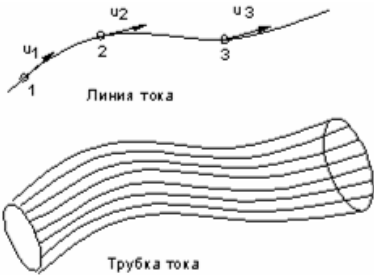
Сталим (Стационарним) рух буде в тому випадку, якщо поле швидкостей не змінюється в часі, тобто швидкість частинок рідини, що проходять через певні точки простору, постійні в часі $u = f(x, y, z)$. При цьому

приватні похідні $\frac{\partial u_x}{\partial t}$, $\frac{\partial u_y}{\partial t}$, $\frac{\partial u_z}{\partial t}$ дорівнюють нулю.

У загальному випадку рух елементарного об'єму рідини є сумою поступального, обертального і деформаційного рухів. Останнє обумовлено зміною форми об'єму рідини.

Облік всіх цих факторів практично неможливий. Тому в гідравліці розглядають в основному два види руху - поступальний і обертальний (вихровий).

Для опису поступальної ходи за способом Ейлера вводяться поняття: *лінія струму, трубка струму, елементарна цівка*.



Лінія струму- лінія в кожній точці якої в даний момент часу вектор швидкості рідини збігається з дотичною до цієї лінії. В усталеному русі лінія струму є траєкторією частинки рідини.

Трубка струму - поверхня, утворена лініями струму, проведеними в даний момент часу через всі точки нескінченно малого замкнутого контуру, нормального до ліній струму і знаходиться в області, зайнятої рідиною.

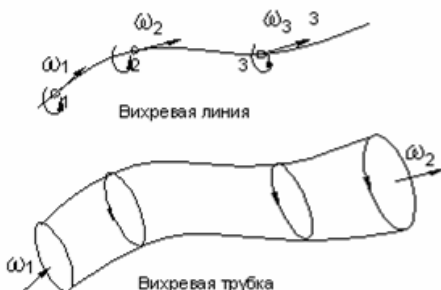
Елементарна цівка - частина рідини, що рухається, обмежена трубкою струму.

Елементарна цівка має низку важливих властивостей:

- частинки рідини не виходять з цівки і не входять в неї через бічну поверхню; це пояснюється тим, що бокова поверхня цівки утворена лініями струму, а отже, в будь-якій точці вектори швидкостей спрямовані по дотичним;
- швидкості частинок у всіх точках одного і того ж поперечного перерізу цівки однакові, що пояснюється децицією поперечного перерізу;
- при сталому русі форма цівки залишається незмінною в часі.

Руху рідини часто супроводжує *вихровий рух*, викликане обертанням елементарного обсягу. Кутова швидкість обертання ω елементарного об'єму

рідини називається вихором, а лінія, дотична в усіх точках до векторів вихору ω , *вихровий лінією*. Поверхня, утворена вихровими лініями,

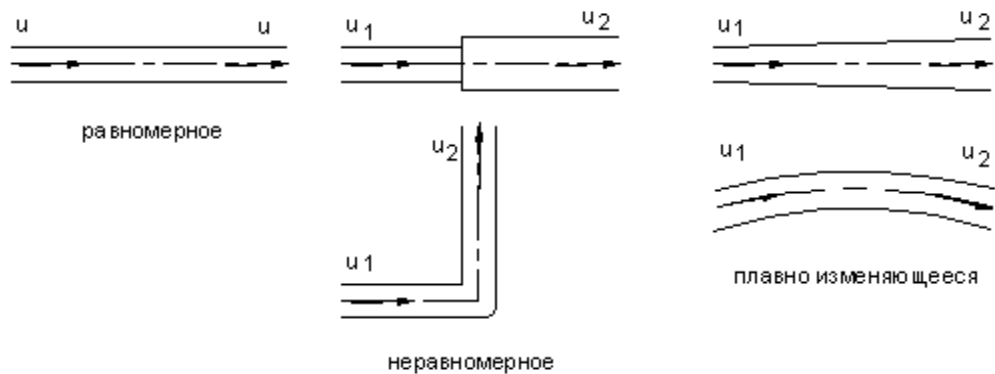


проведеними через всі крапки елементарного замкнутого контуру, називають *вихровою трубкою*, а рідина, укладена всередині вихрової трубки, - *вихрова нитка* - шнуром.

Розрахунковим вихором є вектор кутової швидкості обертання частинок щодо миттєвої осі. Фізичний вихор - група часток, що обертаються як тверде тіло навколо деякої миттєвої осі.

Миттєва вісь обертання може бути нерухомою або переміщається в просторі. Переміщаються вихори спостерігаються ззаду будь-якого тіла, що рухається в рідині у вигляді будь-якого тіла, що рухається в рідині, у вигляді кілець диму і пари, які виходять із труб. У природі вони часто зустрічаються у вигляді смерчів. Вивчення переміщаються вихорів має велике значення при конструюванні і дослідженні лопатевих машин, літаків і при транспортуванні рідиною твердих тіл.

Залежно від характеру зміни швидкості по довжині простору, заповненого рідиною, усталений рух може бути *рівномірним*, при якому швидкість по довжині залишається постійною; *нерівномірним*, якщо швидкість змінюється за величиною і (або) напрямку; *плавно мінливих*, якщо швидкість по довжині і змінюється, але це зміна відбувається плавно.



ВИДИ ПОТОКІВ

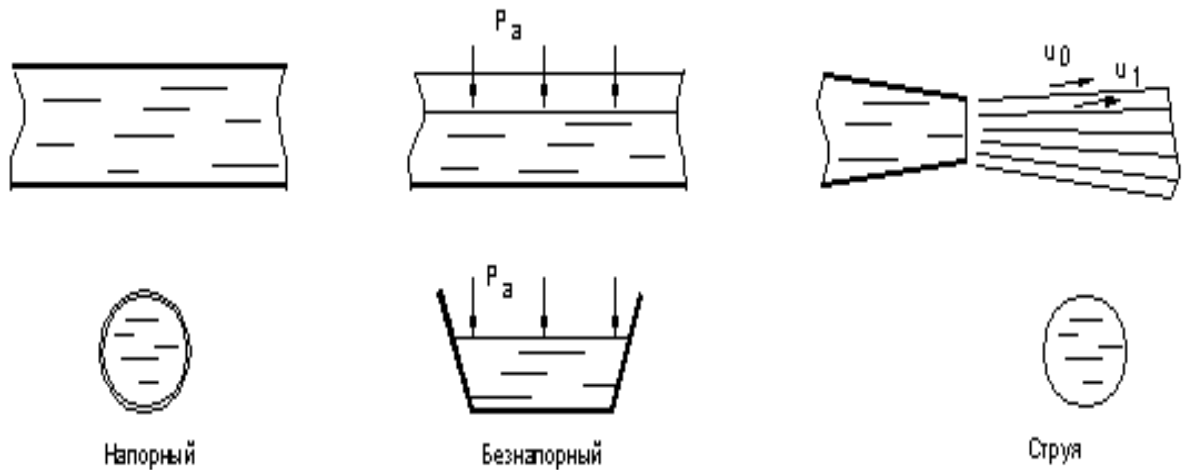
Потік можна уявити як сукупність елементарних цівок. Таке уявлення про потік є струменевою моделлю потоку.

Потоки можна розділити на *напірні*, *безнапірні* і *струменя*.

Напірним називається потік, обмежений з усіх боків твердими стінками.

Безнапірним називається потік, обмежений твердими стінками не з усіх боків і має по всій довжині вільну поверхню.

Струменем називається потік рідини, обмежений поверхнями розриву швидкостей, тобто поверхнею в рідині, що рухається, при переході через яку дотичні до цієї поверхні вектори швидкості стрибкоподібно змінюють свою величину.



Лабораторні роботи з “Гідростатики”

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №1 Прилади для вимірювання тиску.

1. Мета роботи

Вивчення складу і роботи п’езометра, ртутного, диференціального, пружинного і мембранного манометрів.

2. Основні положення

Для вимірювання величини гідравлічного тиску використовуються різні прилади, які можна розділити на дві основні групи – рідинні і механічні.

Найбільш простим приладом рідинного типу є **п’езометр** (див. схему на рис.1.1), який вимірює тиск в рідині висотою стовпа рідини. При цьому тиск рідини на поверхні посудини визначається за формулою:

$$P = P_a + \gamma h$$

де: γ – об’ємна вага рідини;

P_a – атмосферний тиск.

П’езометр являється дуже чутливим і точним приладом, він зручний для вимірювання тиску до 10кПа, але при великому тиску трубка п’езометра виявляється занадто довгою, що ускладнює вимірювання.

Ртутний манометр (див. рис.1.2) представляє собою U-подібну скляну трубку, зігнуте коліно якої заповнюється ртуттю. Під дією тиску в посудині рівень ртуті в лівому коліні манометра зменшується, а в правому – збільшується.

Тиск на поверхні рідини при цьому визначається за формулою:

$$P = P_a + \gamma_{рм} h_{рм} - \gamma_1 h_1$$

де: γ_1 і $\gamma_{рм}$ – об’ємна вага рідини і ртуті в посудині.

Диференціальний манометр (див. рис.1.3) використовують у випадках, коли необхідно виміряти різницю в двох посудинах або двох

точках рідини в одному і тому ж посуді. Різниця тиску в т.А і т.В визначається за формулою:

$$P_A - P_B = (\gamma_{pm} - \gamma_1)h$$

Мікроманометри (рис.1.4) використовуються для вимірювання малого по величині тиску. Він складається з резервуара А, який приєднаний до посудини, в якій вимірюється тиск, і манометричної трубки В, кут нахилу якої до горизонту α можна змінювати.

Тиск у основи трубки, який вимірюється мікроманометром, визначається за виразом:

$$P = \gamma \cdot l \cdot \sin \alpha$$

Вакуумметри (рис.1.5) застосовуються для вимірювання тиску менше атмосферного, тобто в посуді є вакуум. Принципово вони не відлічуються від ртутних манометрів і представляють собою заповнену ртуттю трубку, один кінець якої приєднаний до посудини де вимірюється тиск, а другий – відкритий. Значення вакууму визначається за формулою:

$$h_{pm} = (P_a - P) / \gamma_{pm}$$

Для заповнення вакуумметрів не можливо використовувати рідину таку, як спирт, ефір, так як зі зниженням тиску вони випаровуються і можуть закипіти.

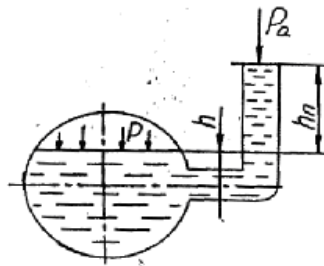
У випадку, коли потрібно виміряти великий тиск, застосовують прилади другого типу – механічні, з яких найбільше застосовуються пружинний і мембранний манометри(рис.1.6).

Пружинний манометр складається з тонкостінної трубки з латуні, один край якої запаяний. Цей приєднаний за допомогою ланцюга з зубчастим механізмом. Другий кінець трубки – відкритий – приєднаний до посудини, в якій роблять заміри тиску. Через цей кінець в латунну трубку поступає рідина. Від тиску трубка, як пружина, частково вирівнюється і через зубчастий механізм приводить в рух стрілку, по відхиленню якої судять про величину тиску в атмосфера або в кілопаскалях.

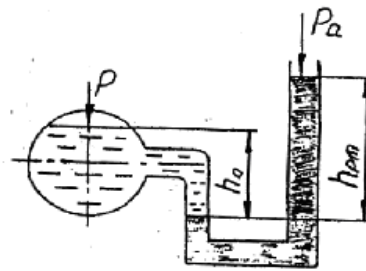
В мембранних манометрах рідина тисне на тонку металеву пластину– мембрану. Деформація мембрани через важелі передається до стрілки, яка вказує величину тиску.

Контрольні запитання

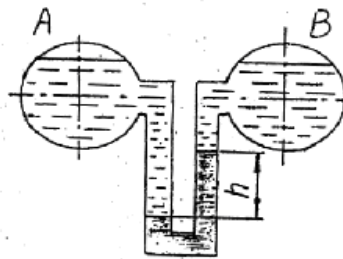
1. Коли доцільно використовувати технічний манометр?
2. Де і для чого застосовується мікроманометр?
3. Що таке п'езометр?
4. Принцип роботи мембранного манометра



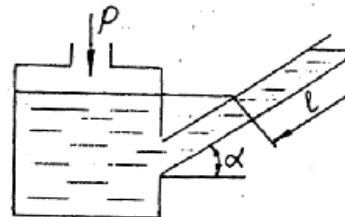
Puc. 11



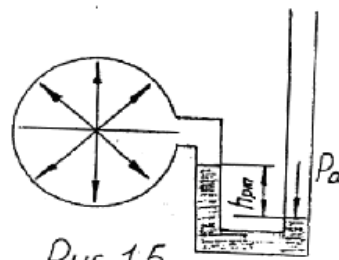
Puc. 12



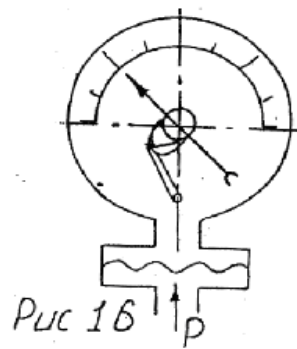
Puc. 13



Puc. 14



Puc. 15



Puc 16

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №2

Гідростатичний тиск, його основні властивості.

Мета роботи: 1. засвоїти поняття гідростатичного тиску, як основного поняття гідростатики.

2. дослідити основні властивості гідростатичного тиску.

1. Основні положення

В гідростатиці розглядається рідина, яка знаходиться в стані спокою. При цьому основним поняттям гідростатики є поняття гідростатичного тиску.

Якщо в будь-якому перерізі, який знаходиться в рівновазі під дією довільних зовнішніх сил рідкого тіла (рис.2.1), виділити елементарну площадку $\Delta\omega$, на яку діє елементарна сила P , та що стискає, то при зменшенні площадки $\Delta\omega$ до нуля, гідростатичний тиск в даній точці рідини

$$P = \lim_{\Delta\omega \rightarrow 0} \Delta P / \Delta\omega, \text{ або } P = dP/d\omega.$$

$$\Delta\omega \rightarrow 0$$

Таким чином гідростатичний тиск є внутрішньою силою, яка діє в даній точці рідини. Тобто, в випадку рідини у спокої, поняття «тиск в точці» співпадає з поняттям «напруження» відомим з курсу «Опір матеріалів». Якщо точка, що розглядається знаходиться в межах будь-якої фіксованої точки, тобто гідростатичний тиск направлено по нормалі до неї.

Якщо густина рідини ρ з достатньою ступінню точності може бути прийнята постійною, то гідростатичний тиск в любій крапці рідини, яка знаходиться в рівновазі під дією довільних зовнішніх сил, дорівнює

$$P = \rho \int (Xdx + Ydy + Zdz)$$

де X, Y, Z – проекції прискорень, що визвані зовнішніми силами, на відповідні координатні осі.

Тиск в крапці має дві основні властивості:

Перша властивість. Гідростатичний тиск в крапці діє нормально до площадки дії і є стискаючим, тобто він направлений всередину того об'єму рідини, тиск на який ми розглядаємо.

На рис.2.2 представляємо деякий об'єм рідини, яка знаходиться в спокої. Цей об'єм розтинаємо поверхнею АВ на два відсіки: I і II.

Розглядаючи відсік II(заштрихований) і силу, яка прикладена до нього зі сторони відсіку I, помітимо на поверхні АВ декілька крапок (а, в, с), біля яких виділимо так звані площадки дії і проведемо до них нормалі $N'N''$.

Друга властивість. Величина тиску в даній крапці не залежить від орієнтації, тобто від кута нахилу площадки дії.

Для пояснення другої властивості уявимо на рис.2.3 об'єм рідини в посуді, що знаходиться в спокої. Через довільну крапку А в середині рідини проведемо декілька поверхнею (1-1,2-2, і т.п.), які розбивають даний об'єм рідини на два відсіки: I і II. В подальшому, виділивши біля крапки А ряд площадок дії ($\delta\omega_1, \delta\omega_2$ і т.п.) на поверхнях 1-1, 2-2 і т.п. відмітимо, що всі ці площадки мають різну орієнтацію і відповідні до тиску P_1, P_2 і т.п. в крапці А.

Відповідно до першої властивості, тиск в крапці повинен бути направлений по нормалі до відповідних площадок дії; відповідно другої властивості тиск P_1, P_2 повинні бути однакові по величині, тобто для даної крапки А:

$$P_1 = P_2 = P_3 = \dots$$

Для доведення справедливості даного твердження необхідно взяти в середині рідини в спокою довільну крапку А (рис.2.4а), виділити біля цієї крапки елементарний об'єм рідини у вигляді прямої трикутної призми АВС, з довільним кутом нахилу грані ВС до горизонту, намітити осі координат як показано на рис.2.4а і відмітити через dx, dz, dl довжини сторін основи призми, а через dy її висоту. Показати біля крапки А три елементарні площадки різної орієнтації і відповідні їм тиски в крапці А(P_x, P_y, P_l).

В подальшому, після розглядання сил гідравлічного тиску P_x, P_y, P_l , які діють на грані призми, і маємо на увазі, що трикутники сил А,В,С (рис.2.4б),

побудовані на основі сил P_x, P_y, P_l , подібні до основи призми, виводиться остаточно доведення другої властивості гідростатичного тиску в крапці.

2. Порядок виконання.

1. По основному положенню лабораторної роботи і другим джерелам засвоїти суть основного поняття гідростатики – поняття гідростатичного тиску.

2. Зобразити на рисунках умови для доведення справедливості першої і другої властивості.

3. Дослідити і законспектувати доведення першої і другої властивості.

4. Зробити висновки по результатам проведеної роботи.

Контрольні запитання.

1. Поясніть поняття гідростатичного тиску.
2. Який тиск називають середнім гідростатичним тиском?
3. Дайте визначення першої і другої властивості.
4. Які сили діють на призму ABC, яка знаходиться в рівновазі при визначені доведення другої властивості, їх значення?
5. Чи виконується рівність $P_x = P_y = P_l$ для твердого тіла?

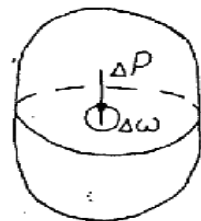


Рис. 2.1

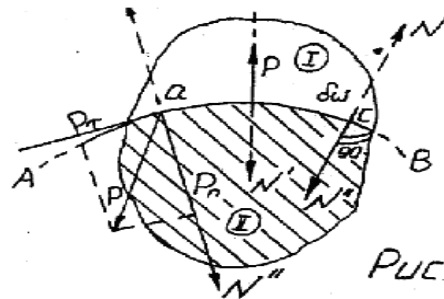


Рис. 2.2

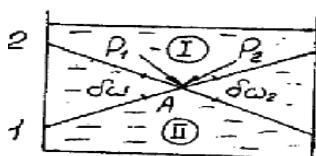


Рис. 2.3

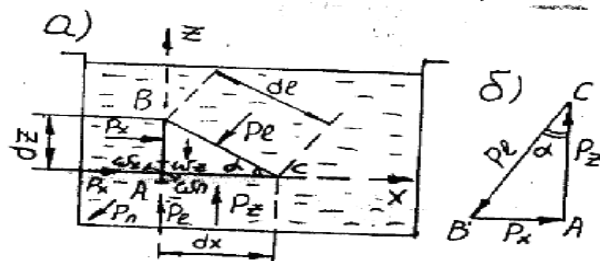


Рис. 2.4

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №3

Дослідження форм вільної поверхні і поверхні вільного тиску.

Мета роботи: визначення зв'язку між координатами вільної поверхні і зовнішніми об'ємними силами, які діють на рідину.

1. Основні положення

Поверхня в рідині з однаковим тиском в усіх її крапках називається **поверхнею рівного тиску**. Поверхня, яка відділяє рідке тіло від газового середовища називається **вільною поверхнею рідини**. Вільна поверхня також є поверхнею рівного тиску. У відкритих посудих цей тиск рівний атмосферному.

Якщо диференціальне рівняння рівноваги рідкого тіла помножити кожне з них на dx, dy, dz і скласти між собою, то отримаємо:

$$(\partial P/\partial x)dx + (\partial P/\partial y)dy + (\partial P/\partial z)dz = \rho(Xdx + Ydy + Zdz).$$

Тут ліва частина отриманого рівняння – повний диференціал функції $P = f(x, y, z)$, тобто dF . Відповідно

$$dP = \rho(Xdx + Ydy + Zdz).$$

Для поверхні рівного тиску $P = \text{const}$, $dP = 0$, і, відповідно, так як $\rho \neq 0$, то для неї

$$Xdx + Ydy + Zdz = 0.$$

Отримане рівняння є **диференціальним рівнянням поверхні рівного тиску** і встановлює зв'язок між координатами вільної поверхні і діючими на рідину зовнішніми об'ємними силами, які характеризуються прискореннями X, Y, Z . Використавши це рівняння в лабораторній роботі досліджуємо форми вільної поверхні і поверхні рівного тиску при комбінаціях сил, які найбільш зустрічаються:

Випадок 1. **рідина знаходиться під дією тільки сили тяжіння** (рис.3.1). в даному випадку проєкції прискорень об'ємних в усіх крапках рідини однакові і відповідно рівні:

$$X=0, Y=0, Z=-G.$$

Випадок 2. **рідина знаходиться в посуді, який прямолінійно рівноприскорено рухається** по горизонтальній площині(рис.3.2) з прискоренням a . В цьому випадку рідина знаходиться під дією сили тяжіння і сили інерції, яка характеризується прискоренням a і протилежним напрямом.

При цьому

$$X=-a, Y=0, Z=-g.$$

Випадок 3. **рідина знаходиться в посуді, що рівномірно обертається навколо вертикальної осі з незмінною кутовою швидкістю** (рис.3.3). На частинки рідини діють центр обіжні сили, які характеризуються

$$\text{прискореннями } X=\omega^2x \text{ і } Y= \omega^2y,$$

а також сила тяжіння, прискорення якої

$$Z=-g.$$

2. Порядок виконання роботи

1. Проробіть в основнім положенні послідовність суджень, які приводять до отримання диференціального рівняння рівного тиску $Xdx + Ydy + Zdz = 0$.

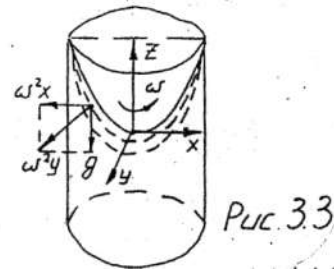
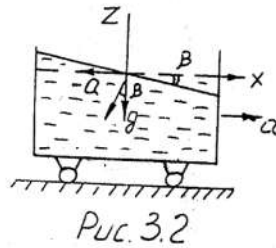
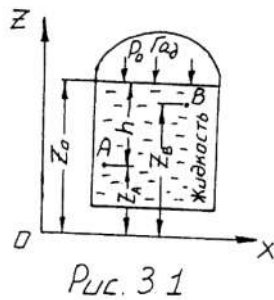
2. Вивчити умови для трьох випадків досліджень форм вільної поверхні і поверхні рівного тиску при найчастіших комбінаціях сил

3. Для всіх трьох випадків визначити вид диференціального рівняння поверхні рівного тиску, як називається і якими параметрами характеризується.

4. Рішення роботи повинно бути законспектоване з відповідними рисунками і висновками.

Контрольні запитання.

1. З чого складається диференціальне рівняння поверхні рівного тиску?
2. Чим відрізняються поняття поверхні рівного тиску і вільної поверхні рідини?
3. Чим характеризуються зовнішні об'ємні сили, які діють на рідину?



ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №4

Застосування основного рівняння гідростатики. (Закон Паскаля)

Мета роботи: закріплення теоретичних знань по отриманню і використанню основного рівняння гідростатики шляхом детального засвоєння теоретичних понять.

1. Основні положення

Використовуючи рівняння $dP = \rho(Xdx + Ydy + Zdz)$, яке виведене з диференціальних рівнянь рівноваги рідини (рівняння Ейлера) можливо розглянути окремий випадок, коли рідина заточена в посуді і знаходиться під дією тільки сили тяжіння (рис. 3.1).

В цьому випадку проекції прискорень об'ємних сил на осі координат будуть відповідно дорівнювати $X=0, Y=0, Z=-g$. На основі цього рівняння можна записати

$$dP = -\rho g dz \quad (4.1)$$

Так як $\rho g = \gamma$, то останнє рівняння можна записати у вигляді

$$dz + \gamma dp = 0 \quad (4.2)$$

Інтегруючи його отримуємо

$$Z + P/\gamma = H_s = \text{const} \quad (4.3)$$

тут H_s - називається гідростатичним напором, який, як видно з останнього рівняння, в усіх крапках даного об'єму рідини в спокою однаковий.

Тобто, якщо взяти в рідині дві крапки А і В, які відповідно лежать на висоті Z_A і Z_B , то для них можна записати

$$Z_A + P_A/\gamma = Z_B + P_B/\gamma,$$

де P_A, P_B – гідростатичний тиск в цих крапках(рис.3.1.).

Звідси

$$P_A = P_B + \gamma(Z_B - Z_A) \quad (4.4)$$

Тобто, тиск в крапці А рідини ,яка знаходиться в спокої, більший ніж в другій крапці В ,яка лежить вище, на величину добутку питомої ваги рідини γ на різницю висот ($Z_B - Z_A$) цих крапок.

Тобто, тиск в крапці, зануреної під поверхню на глибину h , буде

$$P = P_b + \gamma h, \quad (4.5)$$

Ця рівність називається **основним рівнянням гідростатики**

Тут P_b – тиск на вільній поверхні рідини; у відкритих сосудах він дорівнює атмосферному тиску $P_{атм}$.

У відкритих сосудах γh носить назву **надлишкового гідростатичного тиску** (над атмосферним тиском на вільній поверхні). Величини P_b і γh мають розмірність Од. сили /од. довжини

З основного рівняння гідростатики видно ,що тиск P_b , який є на поверхні рідини, передається в любую крапку рідини без зміни; величина P_b складається в загальному виді з атмосферного тиску $P_{атм}$ на поверхні і із того додаткового тиску $P_{дод} = P/\omega$, який в деяких випадках може передаватись на вільну поверхню рідини, наприклад, за допомогою поршня та навантаження на нього.

Основне рівняння гідростатики, таким чином, виражається законом Паскаля **зовнішній одиничний тиск, діючий на рідину в замкнутій посудині, може передаватись в середині рідини в усі боки з однаковою силою**. Тобто, в загальному випадку

$$P = P_b + P_{дод} + \gamma h \quad (4.6)$$

На використанні закону Паскаля засновано деякі гідравлічні машини, наприклад, гідравлічний прес. Він використовується в тих випадках, коли потрібно отримати великі зусилля, наприклад, при випробуванні на роздрібнення будівельних матеріалів, при запресуванні і т. п.

Гідравлічний прес складається з двох поєднаних посудин (рис 4.1): одна з яких з малою площею перерізу ω , а друга з більшою площею перерізу Ω . Якщо на поверхню рідини в меншому посуді надати за допомогою поршня тиску P_1 , то по закону Паскаля в середину рідини передається додатковий тиск

$$P_{\text{дод.}} = P_1 / \omega,$$

який передається в другій посудині на поршень площею Ω з силою $P_{\text{дод.}}$

$$P_2 = P_1 \Omega / \omega.$$

Таким чином, на поршень площею Ω рідина давить з тиском P_2 більше, ніж P_1 в стільки раз, в скільки раз площа Ω більша за площу ω (тертям о стінки посудини нехтують).

Приклад 1. Посуд заповнений водою до висоти $h=50$ см, до вільної поверхні площею $\omega=100\text{см}^2$. за допомогою поршня прикладена сила $P=5\text{кг}$. (рис 4.2). Потрібно визначити величину гідростатичного тиску на всю площину дна посудини $\Omega = 1000\text{см}^2$ (без урахування атмосферного тиску).

Приклад 2. В з'єднаних посудинах різних діаметрів налиті дві неоднорідні не змішуванні рідини з питомою вагою γ_1 і γ_2 відповідно (рис. 4.3). Потрібно визначити висоти h_1 і h_2 вільних поверхонь цих рідин над площиною розділу при рівновазі. Рішення прикладів виконати за час лабораторної роботи з відповідними висновками.

2. Порядок виконання роботи

1. Детально проробити завдання на виконання лабораторної роботи і допоміжний теоретичний матеріал, який викладений в пункті 1. "Основні положення".

2. Законспектувати основні положення роботи і умови прикладів 1 і 2 .

3. Виконати рішення прикладів 1 і 2, використовуючи формули і залежності, приведені в роботі.

4. По результатам виконаного завдання, викладеного в прикладах зробити висновки.

Контрольні запитання.

1. В чому заключається основне рівняння гідростатики?

2. Сформулюйте закон Паскаля?
3. Пристрій яких гідравлічних машин засновано на використанні закону Паскаля?
4. Дайте визначення збиткового гідростатичного тиску.

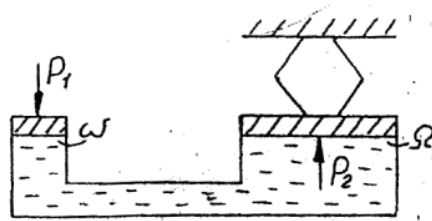


Рис. 4.1

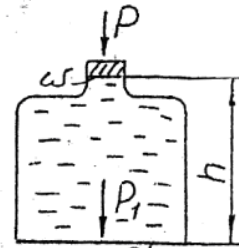


Рис. 4.2

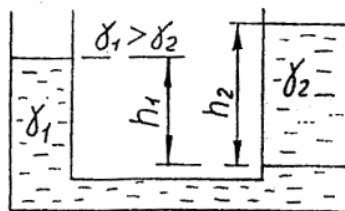


Рис. 4.3

Література

Базова література

1. Гідравліка : навч. посіб. / В. І. Дуганець та ін. ; за ред. В. І. Дуганця, І. М. Бендери, В. А. Дідура. Кам'янець-Подільський : ФОП Сисин О.В., 2013. 572 с.
2. Гідравліка, гідро- та пневмоприводи : конспект лекцій / уклад. Е. В. Колісніченко, А. С. Мандрика, В. О. Панченко. Суми : Сумський державний університет, 2021. 176 с. URL: https://essuir.sumdu.edu.ua/bitstream-download/123456789/84530/1/Kolisnichenko_hidravlika.pdf;jsessionid=91163E47FF2826F1FE0069DFF121C048
3. Дідур В. А., Палішкін Д. П., Журавель М. А., Борхаленко Ю. О. Гідравліка : підручник / за ред. В.А. Дідура. Херсон : Олді- Плюс, 2015. 624 с.
4. Дідур В. А., Савченко О. Д. , Журавель Д. П., Мовчан С. І. Гідравліка та її використання в агропромисловому комплексі : підручник. Київ : Аграрна освіта, 2008. 577 с.
5. Дідур В. А., Савченко О. Д., Пастушенко С. І., Мовчан С. І. Гідравліка, сільськогосподарське водопостачання та гідропневмопривод. Запоріжжя : Прем'єр, 2015. 464 с.
6. Журавель Д. П., Паламарчук І. П., Уманський С. М., Паламарчук В. І. Гідравліка, гідро- та пневмоприводи : підручник / за ред. Д. П. Журавля. Київ : ЦП «Компринт», 2021. 449 с. URL: <http://elar.tsatu.edu.ua/bitstream/123456789/15686/1/Гідравліка%2c%20гідро-%20та%20пневмоприводи.pdf>
7. Ратушний О. В., Гусак О. Г. Гідравліка : підручник. 2-ге вид., перероб. Суми : Сумський державний університет, 2022. 251 с. URL: https://essuir.sumdu.edu.ua/bitstream-download/123456789/89403/3/Ratushniy_Gusak.pdf
8. Рогалевич, Ю.П. Гідравліка. Київ : Вища школа, 2021. 255 с.
9. Федоров В. Г., Мамелюк Н. С., Кепко О. І., Пушка О. С. Гідравліка і гідропривод : довідник / за ред. В.Г.Федорова. Умань : Видавничополіграфічний центр «Візаві», 2017. 135 с. URL: <https://pmoapv.udau.edu.ua/assets/files/2021/metodichni-vkazivki/gidravlika-i-gidroprivod-pidruchnik.pdf>

Навчальне видання

Гідравліка

ч.2. “Гідростатика”

Методичний посібник

Укладачі: **Сидорика** Ігор Миколайович

Садовий Олексій Степанович

Формат 60x84 1/16. Ум. друк. арк. 0,8.

Тираж 20 прим. Зам. № _____

Надруковано у видавничому відділі
Миколаївського національного університету
54020, м. Миколаїв, вул. Георгія Гонгадзе, 9

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 4490 від 20.02.2013 р.