

Таким чином, у результаті проведеного числового дослідження встановлено, що наявності ФГМ-включень з певними механічними властивостями і геометричними параметрами виникає можливість впливати не тільки на величину ККН в пластині поблизу локальних концентраторів напружень, а й на напруження по ширині включення.

### Література

1. Аналитические решения смешанных осесимметричных задач для функционально-градиентных сред / С.М. Айзикович [и др.]. – М.: Физматлит, 2011. – 192 с.
2. *Гарт Е. Л., Терьохін Б. І.* Концентрація напружень в однорідній пластині з круговим отвором, підкріпленою включенням із функціонально-градієнтного матеріалу // Інформаційні технології в металургії та машинобудуванні ІТММ'2021: Матеріали міжнар. наук.-техн. конф. (16–18 березня 2021 р., Дніпро). – Дніпро: НМетАУ, 2021. – С. 110–115. DOI: <https://doi.org/10.34185/1991-7848.itmm.2021.01.013>
3. *Yang Q., Gao C.-F., Chen W.* Stress analysis of a functional graded material plate with a circular hole // Arch. Appl. Mech. – 2010. – Vol. 80. – P. 895-907. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00419-009-0349-3>

## ВИЗНАЧЕННЯ ЧАСТОТ І ФОРМ ВІЛЬНИХ КОЛИВАНЬ ШЕСТИКУТНОЇ ПЛАСТИНИ З ВІЛЬНИМИ КРАЯМИ

Григоренко О.Я.<sup>1</sup>, Борисенко М.Ю.<sup>1</sup>, Бойчук О.В.<sup>2</sup>, Васильєва Л.Я.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>*Ін-т механіки ім. С.П. Тимошенко НАН України, Київ,*

<sup>2</sup>*Миколаївський нац. аграрний ун-т, Миколаїв,*

<sup>3</sup>*Миколаївський нац. ун-т ім. В.О. Сухомлинського, Миколаїв.*

При проектуванні різних споруд, будівель, корпусів машин та конструкцій широко застосовують пластини різної форми. Необхідно мати інформацію про розподіл частот і форм вільних коливань таких пластинчастих елементів, оскільки в реальних умовах експлуатації потрібно уникати резонансних режимів. Постає актуальна проблема механіки про поширення аналітичних, чисельних та експериментальних методів до розв'язання задач динаміки пластин різної форми. Одним із методів розв'язування задач динаміки є метод скінченних елементів (МСЕ), який лежить в основі багатьох інженерних програмних комплексів. Одним з таких комплексів є система автоматизованого конструювання FEMAP з розв'язувачем NX Nastran. Даний програмний засіб апробовано на великій кількості задач з визначення частот і форм вільних коливань пластин з вільними краями [1, 2, 3] та жорстко закріпленими краями [3, 4]. Результати, отримані чисельно за допомогою FEMAP, добре узгоджуються з результатами, отриманими експериментально [4].

Метою даного повідомлення є визначення за допомогою МСЕ частот та форм вільних коливань ізотропної тонкої шестикутної пластини з вільними краями. Геометрія шестикутної пластини, фізико-механічні характеристики матеріалу та розбивка скінченними елементами обрані у відповідності до пластини розглянутої в [3] за умови еквівалентності мас. В результаті дослідження отримані частоти та форми вільних коливань шестикутної пластини з вільними краями. Встановлена топологія форм коливань пластин (рис. 1) у відповідності до чотирикутної та п'ятикутної пластин з вільними краями [1, 3].

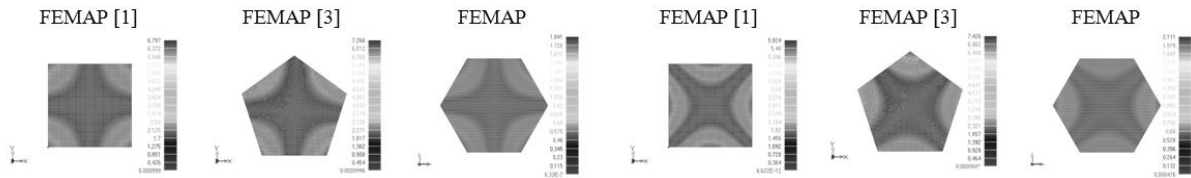


Рис. 1. Топологія перших двох форм коливань пластин

### Література

1. *Борисенко М.Ю.* Комп'ютерне моделювання вільних коливань тонких пластин з різних матеріалів / М.Ю. Борисенко, О.В. Бойчук, І.А. Борисенко, Ю.О. Роговцов // Геометричне моделювання та інформаційні технології, 2016. – №2. – С. 29-33.
2. *Borysenko M.* Numerical analysis of frequencies and forms of own collars of different forms with free zone / M. Borysenko, A. Zavhorodnii, R. Skupskyi // Journal of Applied Mathematics and Computational Mechanics, 2019. – Vol.18, №1, – P. 5-13.
3. *Григоренко О.Я.* Визначення частот і форм вільних коливань п'ятикутних пластин методом скінченних елементів / О.Я. Григоренко, М.Ю. Борисенко, О.В. Бойчук // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка, серія: «Фізико-математичні науки», 2020. – 1-2. – С. 61-66.
4. *Григоренко О.Я.* Застосування експериментального і чисельного методів до дослідження вільних коливань прямокутних пластин / О.Я. Григоренко, М.Ю. Борисенко, Е.В. Бойчук, В.С. Новицький // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій, 2019. – №29. – С. 103-112.

## ЗЧЕПЛЕНИЙ ТА ГЛАДКИЙ ШТАМПИ НА ГРАНИЦІ ПРУЖНОЇ ІЗОТРОПНОЇ ПІВПЛОЩИНИ

Шевельова Н.В., Ходанен Т.В.

*Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара*

Розглянуто проблему взаємодії двох штампів з плоскими підшвами, що вдавлюються у пружну ізотропну півплощину. Вважається, що один штамп жорстко зчеплений із півплощиною, а другий знаходиться з нею в умовах гладкого контакту. Для розв'язання задачі використовуються представлення Колосова-Мухомелішвілі напружень і переміщень через кусково-аналітичні функції, які на границі півплощини мають вигляд

$$\sigma_y^- - i\tau_{xy}^- = \Phi^-(x) - \Phi^+(x), \quad (1)$$

$$2\mu(u' + iv')^- = \kappa\Phi^-(x) + \Phi^+(x), \quad (2)$$

де  $\kappa = 3 - 4\nu$ ,  $\mu$  і  $\nu$  - модуль зсуву і коефіцієнт Пуассона матеріалу півплощини,  $\Phi(z)$  функція, аналітична в площині комплексної змінної з розрізами вздовж основ штампів. З використанням співвідношень (1), (2) на основі граничних умов сформульовано задачу лінійного спряження, яка складається із комбінації рівнянь Діріхле і Рімана, записаних на відповідних ділянках границі півплощини. Ця задача називається комбінованою крайовою задачею Діріхле-Рімана. Розв'язок задачі представлено через два канонічні розв'язки з необхідною поведінкою при підході до кутових точок штампів. Невідомі коефіцієнти, що входять до цього розв'язку, визначаються з умов на нескінченності та умов рівноваги штампів із трансцендентного рівняння шляхом чисельного інтегрування.

Отриманий розв'язок дозволив представити усі необхідні фактори на границі