

**МІНІСТЕРСТВО АГРАРНОЇ ПОЛІТИКИ ТА ПРОДОВОЛЬСТВА
УКРАЇНИ
МИКОЛАЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

Кафедра “Тракторів та
сільськогосподарських машин”

Бондаренко О.В., Завірюха М.В.

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ

з дисципліни “Основи наукових досліджень” для студентів денної
форми навчання спеціальності 6.100102 – „Процеси, машини та обладнання
агропромислового комплексу”

Миколаїв

2014

ТЕМА: Види, етапи та методи наукового дослідження

План заняття:

1. Види та етапи наукових досліджень
2. Робоча гіпотеза, програма та методика досліджень
3. Спостереження, досліді пошукові та основні, методи проведення дослідів
4. Вимірювання, вимірювані параметри, прилади і апаратура

1. Види та етапи наукових досліджень

Під *науковими дослідженнями* розуміють вивчення і пояснення закономірностей зміни розглядуваних явищ оточуючого нас об'єктивного світу. Дослідження при створенні сільськогосподарської техніки охоплюють широке коло питань, основними з яких є вивчення закономірностей взаємодії робочих органів машин із оброблюваним матеріалом, обґрунтування нових процесів і операцій, параметрів машин і їх складових.

Дослідження можуть бути теоретичними, експериментальними або теоретико-експериментальними.

Теоретичні дослідження сільськогосподарської техніки базуються на законах фізики, механіки та інших наук з використанням математичного апарату. При цьому приймаються допущення.

Теоретичні дослідження характеризуються загальністю для розглядуваної групи явищ.

Існує категорія явищ, для яких теоретичними дослідженнями неможливо отримати точне рішення. Експериментальні дослідження базуються на фізичних операціях над об'єктами, що підлягають вивченню.

Дослідження, результати яких базуються як на теоретичному аналізі явища, так і на експериментальному їх вивченні, називаються теоретико-експериментальними.

Результати експериментів часто громіздкі і майже не мають характеру загальності, тобто вони точні у конкретних межах.

Дослідження за способом і місцем їх проведення поділяються на лабораторні, лабораторно-польові та польові.

Розробка наукової проблеми повинна базуватись на категоріях діалектики: поняття, гіпотеза, явище і закон, теорія і дійсність, якість і кількість, причина і наслідок, єдність протилежностей та заперечення заперечення, аналіз та синтез.

Багато досліджень складаються з чотирьох фаз: вишиковування (відкриття нових явищ), дослідження (підтверджуються нові процеси чи явища), пояснення (коли все нове стає загальноприйнятою формою знання), впровадження.

Для проведення дослідження необхідні:

1. Об'єкт дослідження, який при теоретичному аналізі базується на логічних побудовах, а при експериментальному дослідженні є тим, на чому здійснюються фізичні операції.

2. Технічні засоби дослідження та виміру.

3. Програми та методики досліджень.

4. Кваліфіковані кадри наукових працівників.

На початку дослідження ставиться мета і вибирається тема (предмет дослідження), при визначенні яких необхідно виходити з їх актуальності.

2. Робоча гіпотеза, програма та методика досліджень

Робоча гіпотеза – це припущення про ймовірну закономірність зміни явищ.

Визначити робочу гіпотезу можна на основі вивчення літературних джерел.

Робоча гіпотеза може бути в одному або в кількох варіантах.

При розробці гіпотези припущені закономірності корисно подавати у вигляді графіків, на якому показано вплив усіх або основних факторів на досліджуване явище.

Наприклад. Потрібно дослідити чистоту брання льону при роботі льонобральної машини. На цей показник впливають подільники машини, швидкість руху агрегату, висота брального апарату над землею, висота й густота стеблостою, нахил стеблин. З аналізу літературних джерел і конструктивних особливостей льонобральної машини можна скласти уявлення про залежність чистоти брання від вказаних факторів (рис. 1.1).

Перед експериментальними дослідженнями краще провести теоретичне опрацювання явища. Аналітичне дослідження явища, побудова його математичної моделі дозволяють виявити не тільки вплив різних факторів на розвиток явища. Але і основні особливості методик дослідження і проведення вимірів.

Робоча гіпотеза визначає, які величини слід вимірювати при проведенні дослідів. А *методика* визначає сукупність способів і прийомів досліджень. Розрізняють методику загальну і часткову.

Методикою також визначається: кількість дослідів, план робіт. Необхідне обладнання, витрати часу та засобів.

Програма досліджень – перелік (найменування) дослідів або питань, які потрібно вивчити.

3. Спостереження, досліди пошукові та основні, методи проведення дослідів

При виконанні досліджень встановлюються залежності невідомих показників (параметрів) від факторів, які впливають на них. Фактори можуть бути кількісними (температура і т.д.) або якісними (різні матеріали, способи, машини).

Спостереження можуть бути пасивними та активними. *Пасивне* – це спостереження без втручання у розвиток явища. *Активне* – спостереження за

розвитком процесу, явища за умов цілеспрямованого втручання. При цьому можливе проведення пошукових та основних дослідів.

До *пошукових* входять:

а) визначення факторів, що впливають на розвиток явища;

б) визначення впливу найважливіших факторів;

в) перевірка варіантів робочої гіпотези, коли проведення дослідів за всіма варіантами неможливе;

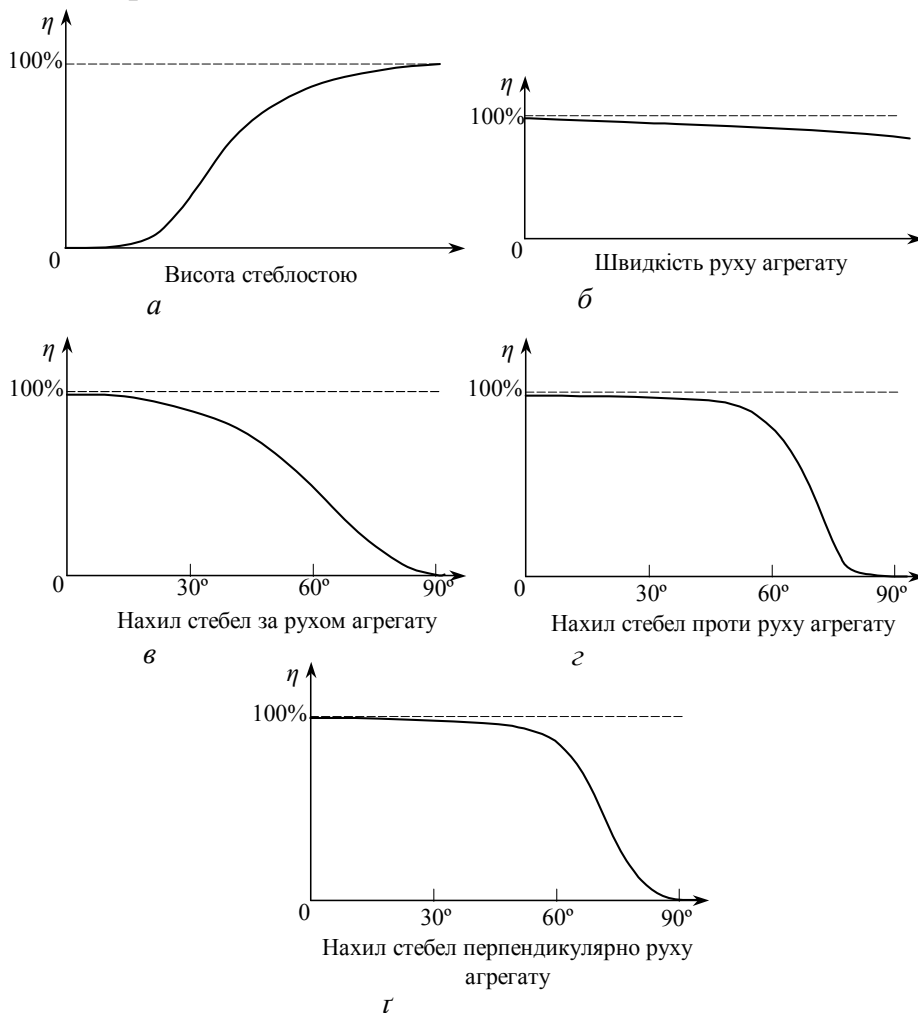


Рис. 1.1. Передбачувані закономірності чистоти брання при роботі льонозбиральних машин

г) перевірка частин методики дослідження;

д) перевірка пристроїв стосовно умов проведення дослідів;

е) визначення даних, необхідних для визначення числа дослідів.

При виборі числа пошукових дослідів виходять з таких міркувань:

а) Потрібно визначити вплив одного фактора на характер розвитку процесу (зростання чи спадання), то роблять 2 дослідів на початку і в кінці інтервалу.

б) Коли необхідно визначити кількість факторів, що впливають на розвиток явища, то число пошукових дослідів приблизно рівне подвоєному числу факторів, які згідно гіпотези впливають на процес.

в) При перевірці варіантів робочої гіпотези, вибирають головний фактор гіпотези і проводять по кілька дослідів, під час яких змінюють цей фактор і перевіряють відповідність дослідних кривих кривим, побудованим за робочою гіпотезою.

Існує метод, за яким пошукові досліді перетворюються в самостійне дослідження. Суть методу полягає у побудові векторного графіка, що характеризує розвиток явища. За аналізом результатів попередніх дослідів визначають умови для наступних. При цьому ставиться мета, щоб результат нових дослідів швидше привів до бажаного результату. Такий метод називається методом руху за градієнтом, або крутим сходженням.

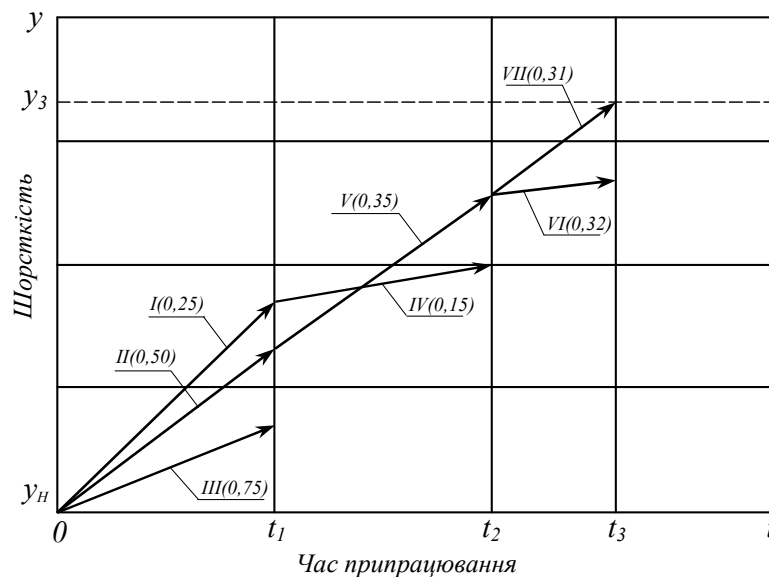


Рис. 1.2. Графік простого дослідження руху за градієнтом

Основні досліді – за їх допомогою передбачається отримати всі пізнані закономірності, які характеризують суть розвитку явища. При цьому для спрощення досліджень потрібно грамотно вибрати основні фактори. Для цього необхідно прагнути до нейтралізації додаткових факторів. Це здійснюється за допомогою наступних методів:

- а) метод “чистих дослідів” – намагання створити умови, за яких додаткові фактори не виявляються;
- б) метод різкої зміни факторів полягає у різкій зміні основних факторів при незначній зміні додаткових;
- в) метод контрольних дослідів – додаткові фактори, що змінюються, діють одночасно на ряд вибраних градацій основних факторів. При цьому результати за однією градацією беруть як контрольні;
- г) метод різних знаків – спосіб проведення дослідів, за якого один і той же фактор спочатку приймає позитивне значення, а потім негативне. У подальшому помилки, що виникають під впливом даного фактору, при обчисленні середнього показника взаємно гасяться.

4. Вимірювання, вимірювані параметри, прилади і апаратура

Вимірюванням називається визначення показника фізичної величини дослідним шляхом за допомогою спеціальних технічних засобів. Результат вимірювання показує, у скільки разів отримане значення відрізняється від того, яке прийняте за еталон.

До складу засобів вимірювання включають міри, вимірювальні перетворювачі, вимірювальні прилади та системи.

Міра – це тіло або пристрій, яке відтворює фізичні величини заданого розміру.

Еталон – засіб вимірювання, який забезпечує відтворення одиниці виміру.

Вимірювальні перетворювачі – засоби вимірювання, що служать для вироблення сигналу вимірювальної інформації у формі, зручній для передачі, подальшого перетворення, обробки і зберігання, але не піддається безпосередньому сприйняттю спостерігачем.

Вимірювальним приладом називають засіб вимірювання, який дає інформацію у формі, зручній для сприйняття спостерігачем.

Вимірювальна установка – сукупність об'єднаних засобів вимірювання і допоміжних пристроїв, призначена для вироблення сигналу вимірювальної інформації у формі, зручній для безпосереднього сприйняття спостерігачем.

Вимірювальна система – вимірювальна установка, призначена для вироблення сигналу у формі, зручній для автоматичної обробки й передачі.

Основні вимірювальні величини

- 1) геометричні: лінійні, профілі, площі, об'єми;
- 2) властивості твердих, рідких та газоподібних тіл, дисперсних систем: колір, вологість, температура, щільність, твердість, в'язкість, щільність ґрунту, діаметр стебел, концентрація розчину;
- 3) кінематичні: шлях, швидкість, прискорення, амплітуда коливань, частота коливань;
- 4) динамічні: маса, момент інерції, імпульс, сила, момент, напруга, тиск, робота і потужність;
- 5) інші величини: час, розрідження, швидкість повного потоку, витрати рідини, витрати теплоти, світлові, звукові, радіаційні.

ТЕМА: Застосування теорії ймовірностей і математичної статистики при експериментальних дослідженнях

План заняття

1. Короткі відомості з теорії ймовірностей і математичної статистики
2. Похибки вимірювань
3. Число повторностей у дослідах. Довірча ймовірність і довірчий інтервал.

1. Короткі відомості з теорії ймовірностей і математичної статистики

Теорія ймовірностей – наука, що вивчає закономірності, притаманні випадковим явищам, тобто явищам, які при відтворенні одних і тих же дослідів протікають по-різному. Математична статистика займається розробкою методів реєстрації, опису і аналізу даних, одержаних у результаті спостережень над випадковими явищами.

Подія – результат дослідів чи спостережень.

Випадкові події – появу яких неможливо передбачити.

Невипадкові – можна передбачити.

Випадкова величина – показник, за яким оцінюють випадкові події.

Детерміновані події – ними є як випадкові, так і невідповідні, але випадкова подія зумовлена багатьма факторами, які врахувати наперед неможливо.

Появу події. Яка нас цікавить, оцінюють ймовірністю

$$P(A) = \frac{m}{n} \quad (2.1)$$

де m – число дослідів, де має місце подія.

n – загальне число подій.

$$0 \leq P(A) \leq 1 \quad (2.2)$$

При експериментальних дослідженнях визначаємо частоту події з серії дослідів.

$$P^*(A) = \frac{m}{n} \quad (2.3)$$

де m – число дослідів, де має місце подія.

n – загальне число дослідів.

$P^*(A)$ – називають також статистичною ймовірністю.

При великій кількості дослідів має місце залежність

$$|P(A) - P^*(A)| < \varepsilon \quad (2.4)$$

де ε – як завгодно мале число, яке не дорівнює 0.

Закон розподілу – співвідношення, яке зв'язує можливі значення випадкової величини й відповідні їм ймовірності. Він може бути заданий у вигляді таблиці – *ряду розподілу*, а у вигляді графіка – багатокутники розподілу.

№ досліджу	1	2	...	n
x_i	x_1	x_2	...	x_n

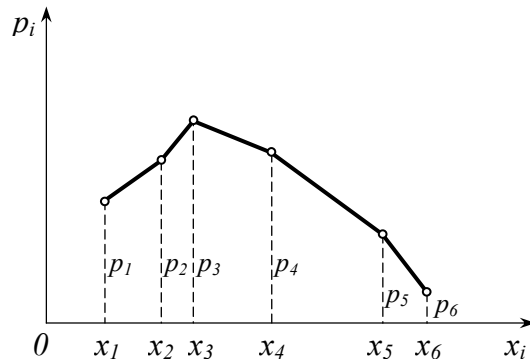


Рис. 2.1. Схема многокутника розподілу

Проста статистична сукупність – одержана сукупність значень випадкової величини.

Найчастіше це таблиці наступного виду:

№ досліджу	1	2	...	n
x_i	x_1	x_2	...	x_n

Випадкові величини і статистичні розподіли оцінюють рядом числових характеристик: математичне сподівання, дисперсія, середнє квадратичне відхилення.

Математичне сподівання випадкової величини – сума добутків усіх можливих значень випадкової величини на їх ймовірність.

$$M[x] = \sum p_i x_i \quad (2.5)$$

Для статистичного розподілу аналогією математичного сподівання є середнє арифметичне, або середнє статистичне випадкової величини

$$x_{\text{сеп}} = M^*[x] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i ; \quad (2.6)$$

де n – число вимірювань

x_i – i -тий результат вимірювання.

Дисперсія перервної випадкової величини:

$$D[x] = \sum_{i=1}^n (x_i - x_{\text{сеп}})^2 p_i \quad (2.7)$$

Але частіше використовують середнє квадратичне відхилення:

$$S[x] = \sqrt{D[x]} \quad (2.8)$$

Дисперсію статистичного розподілу називають *статистичною вибіркою* або *емпіричною дисперсією*:

$$D^*[x] = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - x_{\text{сеп}})^2 \quad (2.9)$$

Статистичне середнє квадратичне відхилення окремого вимірювання статистичного розподілу

$$S_c = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x_{cp})^2}{n-1}} \quad (2.10)$$

Якщо провести класифікацію статистичного матеріалу на розряди і вважати наближено значення випадкової величини у кожному розряді постійним і рівним середньому значенню розряду, то після визначення частот середнє статистичне, дисперсія і середнє квадратичне відхилення становитимуть

$$x_{cp} = \sum_{j=1}^k \tilde{x}_j P_j^* \quad (2.12)$$

$$D_x^* = \frac{n}{n-1} \sum_{j=1}^k (\tilde{x}_j - x_{cp})^2 P_j^* \quad (2.13)$$

де \tilde{x}_j – середнє значення j -го розряду;

k – число розрядів.

Оскільки $P_j = \frac{m_j}{n}$, то

$$x_{cp} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^k \tilde{x}_j \cdot m_j \quad (2.14)$$

$$D_x^* = \frac{n}{n-1} \sum_{j=1}^k (\tilde{x}_j - x_{cp})^2 m_j \quad (2.15)$$

$$S_c = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^k (\tilde{x}_j - x_{cp})^2 m_j} \quad (2.16)$$

де m_j – кількість значень, що потрапляють на j -й розряд.

Коефіцієнт варіації – відношення середнього квадратичного відхилення до статистичного середнього

$$v = \frac{S_c}{x_c} \cdot 100\% \quad (2.17)$$

Існують розподіли: нормальний, рівномірний, Коші, Пуассона, Шарльє, біноміальний, гіпергеометричний, Пірсона.

Найчастіше – нормальний закон (Гауса).

Для цього закону щільність ймовірності визначається за формулою:

$$f(x) = \frac{1}{S\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-x_{mc})^2}{2S^2}} \quad (2.18)$$

де x_{ic} – математичне сподівання випадкової величини.

2. Похибки вимірювань

При проведенні досліджень поряд із визначенням вимірюваної величини необхідно оцінити і похибку вимірювань.

Похибка не може бути меншою від похибки вимірювального приладу.

Розрізняють абсолютну і відносну похибки:

– абсолютна $\Delta = a - x$ (2.19)

де a – дійсне значення; x – виміряне;

– відносна (більш зручна)
$$\delta = \frac{\Delta}{a} \cdot 100\% \quad (2.20)$$

Похибки поділяють на випадкові, систематичні і промахи.

Промахи спричинені неправильним записом даних.

Якщо випадкові похибки спричинені різними факторами, дія яких неоднакова у кожному досліді, то вони носять випадковий характер і не можуть бути враховані.

Систематичні – фактори, що їх спричиняють, діють однаково при багаторазових вимірюваннях. Вони бувають чотирьох груп:

1) Їх природа може достатньо точно визначатись і вони називаються поправними.

2) Їх природа відома, але величина невідома. Наприклад, на приладі вказано максимальну похибку, а дійсна може бути меншою.

3) Про їх наявність нам не відомо.

4) Зумовлена властивостями матеріалу (наприклад, при вимірюванні циліндричних тіл – еліпсність).

Якщо експериментальні похибки виявлено та усунуто, то присутні ще випадкові похибки.

Випадкові похибки при проведенні вимірювань у одному і тому ж досліді змінюються як за величиною, так і за знаком. Абсолютна похибка вимірювальних приладів зі шкалами не перевищує $\frac{1}{2}$ найменшої поділки шкали.

Отже, гранична випадкова похибка $\Delta_{\text{в}}$ є найбільш можливою похибкою, яка має місце при правильному користуванні справним приладом за відсутності систематичних похибок.

Для характеристики точності вимірювання користуються відносним значенням граничної похибки

$$\delta = \frac{\left| (a_{\text{сп}})_{\text{max}} - x_{\text{max}} \right|}{(a_{\text{сп}})_{\text{max}}} \cdot 100\% \quad (2.21)$$

$(a_{\text{сп}})_{\text{max}}$ – результат вимірювання найбільшої можливої величини;

x_{max} – результат вимірювання цієї ж величини приладом, що використовується.

У довідниках прийнято наводити відносну граничну похибку $\Delta_{\text{сп}}$, поділену на найбільш можливе значення величини, яку може виміряти прилад.

У вимірювальних засобах розрізняють статичні і динамічні похибки.

Статичні – при вимірюванні постійних величин.

Динамічні – при вимірюванні змінних величин (наслідок дії сил інерції).

Залежно від значень допустимої похибки вимірювальні прилади поділяються на еталонні, зразкові (1...4-го розрядів) та робочі (I або II класу).

Вимірювання, за якими одержують дисперсію або середнє квадратичне відхилення однакової величини називають рівно точними.

Нерівноточні вимірювання поділяють на розряди, у яких вимірювання є рівно точними і загальна дисперсія визначається за формулою:

$$S_C^2 = \frac{n_1 S_{C1}^2 + n_2 S_{C2}^2 + \dots + n_m S_{Cm}^2}{n} = \frac{n_1 (x_{cp1} - x_{cp}) + n_2 (x_{cp2} - x_{cp}) + \dots + n_m (x_{cpm} - x_{cp})}{n} \quad (2.22)$$

де n_1, \dots, n_m – число вимірювань у кожному з m розрядів;

S_{C1}, \dots, S_{Cm} – середнє квадратичне відхилення кожного розряду;

m – число розрядів;

x_{cp1}, \dots, x_{cpm} – середні арифметичні у кожному розряді;

x_{cp} – середнє арифметичне всіх вимірювань

Середня квадратична похибка середнього арифметичного:

$$S_{срар} = \frac{S_c}{\sqrt{n}} \quad (2.23)$$

3. Число повторностей у дослідах. Довірча ймовірність і довірчий інтервал

Для вибору числа повторностей у дослідженнях також використовують теорію ймовірностей.

Нехай у результаті вимірювання деякої величини a одержимо середнє арифметичне x_{cp} . Якщо α – ймовірність того, що результат x_{cp} відрізняється від дійсного значення на величину, яка не перевищує Δx – похибку вимірювання, то матимемо залежність:

$$P(x_{cp} - \Delta x < \alpha < x_{cp} + \Delta x) = \alpha \quad (2.24)$$

Інтервал значень вимірюваної величини від $x_{cp} - \Delta x$ до $x_{cp} + \Delta x$ рівний $2\Delta x$ і називається довірчим інтервалом, а $\pm \Delta x$ – довірчі границі. Ймовірність α називають довірчою ймовірністю, коефіцієнтом надійності, або просто надійністю результатів досліду.

Рівняння (2.24) означає, що з ймовірністю, рівною α значення вимірюваної величини не виходить за довірчі границі $\pm \Delta x$. Чим більший довірчий інтервал, який ми задаємо, тим більша ймовірність того, що одержані результати вимірювань не вийдуть за його межі.

Бажана надійність результатів вимірювань залежить від їх характеру, тобто від мети дослідження. При вимірюваннях, в яких необхідно встановити закономірність лише у загальному вигляді, достатньою є ймовірність 0,7...0,8. При поглиблених дослідженнях – 0,9...0,95. Якщо визначаються дуже точні параметри, які використовують у подальших розрахунках, то задаються надійністю – 0,98...0,99. Надвисока ступінь надійності – 0,999.

За умови проведення великої кількості вимірювань і нормального розподілу похибки можна застосовувати середнє квадратичне відхилення S як основний вираження похибки спостережень. Це пояснюється тим, що стандартній похибці відповідає певна довірча ймовірність – 0,68, тобто для нормального закону розподілу випадкових величин інтервалу від $x_{cp} - S$ до

$x_{cp} + S$ відповідає довірча ймовірність 0,68. Подвоєний середній квадратичній похибці, тобто інтервалу від $x_{cp} - 2S$ до $x_{cp} + 2S$ $\alpha = 0,95$, а для $3S$ $\alpha = 0,997$.

Довірчу границю можна визначити наступним чином:

$$\Delta x = \frac{t_{\alpha f} S_c}{\sqrt{n}} \quad (2.25)$$

де S_c – статистичне середнє квадратичне відхилення;

n – число вимірювань.

Звідки

$$t_{\alpha f} = \frac{\Delta x \sqrt{n}}{S_c} \quad (2.26)$$

$t_{\alpha f}$ – коефіцієнт Стюдента (псевдонім англ. вченого Госсета), його значення затабульовані і вибираються залежно від α та числа ступенів вільності, яке рівне $n - 1$.

З урахуванням формули (2.25) маємо:

$$P\left(x_{cp} - t_{\alpha f} \frac{S_c}{\sqrt{n}} < \alpha < x_{cp} + t_{\alpha f} \frac{S_c}{\sqrt{n}}\right) = \alpha. \quad (2.27)$$

Якщо задатись надійністю α і відношенням $\varepsilon_0 = \frac{\Delta x}{S_c}$, то необхідне число повторностей можна встановити за даними таблиці, складеної В.І.Романовським:

ε_0	Число вимірювань							
	Довірча ймовірність α							
	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,99	0,999
3,0	1	1	1	1	2	3	4	5
2,0	1	1	1	2	3	4	5	7
1,0	2	2	3	4	5	7	11	17
0,5	3	4	6	9	13	18	31	50
0,4	4	6	8	12	19	27	46	74
0,3	6	9	13	20	32	46	78	127
0,2	13	19	29	43	70	99	171	277
0,1	47	72	169	266	273	387	668	1089
0,05	183	285	431	659	1084	1540	2659	4338

Приклад. За результатами попередніх вимірювань відомо, що $S_c = A$. Необхідно встановити число повторностей, при якому похибка не перевищуватиме $\Delta x = \beta$ з надійність 0,9. $\varepsilon_0 = \frac{\beta}{A}$. За відомим α , n та S_c можна знайти Δx .

ТЕМА: Методи планування експериментів

План заняття:

- 1. Вибір основних факторів дослідів**
- 2. Вибір необхідного числа варіантів дослідів**
- 3. Визначення числа експериментів**

1. Вибір основних факторів дослідів

Число основних факторів вибирається на основі даних пошукових дослідів або на основі аналізу результатів експериментів, проведених іншими дослідниками.

Дослідження, що враховують вплив більшої кількості факторів, дозволяють отримати більш адекватні закономірності. Тому таким дослідженням надають перевагу перед одно факторними.

Велике значення має правильний вибір напрямку і границь зміни основних факторів, які у ряді випадків зумовлені конструкцією машини та умовами проведення дослідів.

У загальному випадку межі зміни основних факторів встановлюються з урахуванням результатів попередніх досліджень або практичного досвіду.

Спосіб зміни основних факторів може бути або природний або штучний.

Природний – зміна основних факторів встановлюється природним шляхом.

Штучний – передбачає зміну основних факторів штучним шляхом з урахуванням результатів попередніх досліджень. Наприклад: спрацювання лемеша – природний (у процесі експлуатації); штучний – надання лезу певної форми.

2. Вибір необхідного числа варіантів дослідів

Оскільки задача експериментальних досліджень полягає у виявленні такої закономірності зміни шуканих величин (показників, параметрів) від діючих факторів, яка може бути описана математично, що дозволяє отримати емпіричні формули.

Одержання точної математичної залежності можливе при певній кількості експериментальних точок.

Дві точки – дають змогу грубо оцінити досліджуване явище.

Три точки – дозволяють визначити лише загальну тенденцію розвитку закономірності.

Чотири точки – не дозволяють отримати криву з чіткими перегинами.

П'ять точок – мінімальна кількість, що дозволяє описати досліджуване явище.

Коли у дослідженнях вивчається вплив одного фактору, то вони мають назву одно факторного експерименту. Двох факторів – двофакторний.

3. Визначення числа експериментів

Класичний метод полягає у тому, що спочатку вивчається залежність шуканої величини від одного фактора за сталих значень інших факторів, потім значення цієї величини від іншого фактора за сталих значень останніх факторів і т.д. Коли план цих досліджень подають у вигляді таблиці, шукану величину позначають через Y , а фактори через X . Наприклад. Досліджується залежність тягового опору плуга Y від наступних факторів:

X_1 – глибина оранки, см;

X_2 – швидкість руху, км/год.;

X_3 – вологість ґрунту .

Тоді складають таблицю, яка є планом проведення дослідів.

Варіанти трифакторного дослідів з визначення опору плуга при трьох значеннях кожного фактору

$X_3, \%$	$X_2, \text{км/год.}$	$X_1, \text{см}$	Тяговий опір, кн. (Y)
8	3	12	Результати вимірювання тягового опору
		22	
		32	
	6	12	
		22	
		32	
	9	12	
		22	
		32	
14	3	12	Результати вимірювання тягового опору
		22	
		32	
	6	12	
		22	
		32	
	9	12	
		22	
		32	
20	3	12	Результати вимірювання тягового опору
		22	
		32	
	6	12	
		22	
		32	
	9	12	
		22	
		32	

Отримані за таким планом результати можуть дуже наближено відобразити розвиток досліджуваного явища. Як уже зазначалось вище, для

достатньо точного відображення процесу необхідно мати п'ять точок (градацій), що надзвичайно ускладнює проведення дослідів.

Якщо кількість рівнів (градацій) за фактором X_1 позначити через m_1 , за фактором X_2 – m_2 і т.д., то число дослідів при класичному методі становитиме:

$$n = m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_k,$$

при $m_1 = m_2 = \dots = m_k$

$$n = m^k$$

Тому при 5-ти рівнях (градаціях) кожного із трьох досліджуваних факторів число дослідів становитиме: $n = 5^3 = 125$ дослідів.

ТЕМА: Математичний метод планування експериментів

План заняття:

1. Основні терміни і поняття математичного методу планування експерименту
2. Складання плану-матриці проведення експерименту
3. Визначення коефіцієнтів рівняння регресії
4. Перевірка адекватності моделі

1. Основні терміни і поняття математичного методу планування експерименту

При використанні математичного методу планування експерименту дослідження проводяться при одночасному варіюванні (зміні) всіх факторів.

За користування даним методом реакцію досліджуваних систем на дію факторів прийнято називати відгуком.

Відгук – це результат досліду (шуканий показник, або параметр) крім терміну “відгук” можуть використовуватись інші терміни: параметр оптимізації, вихідний параметр.

Вид функції відгуку називають моделлю. Це залежність виду:

$$y = f(x_1, x_2, \dots)$$

Завдання дослідження полягає у її визначенні та знаходженні числових значень його коефіцієнтів, для чого слід спланувати та провести експеримент.

Математична модель має вигляд поліному певного степеня, а також називається рівнянням регресії. Це рівняння може бути лінійним, неповним квадратним, повним квадратним, або більш високих степенів.

Повне квадратне рівняння має вид:

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{11}x_1^2 + b_{22}x_2^2 + b_{33}x_3^2 \quad (4.1)$$

де x_1, x_2, x_3 – кодовані значення факторів.

b_0, \dots, b_{33} – коефіцієнти за відповідних факторів.

Неповне квадратне рівняння отримуємо з рівняння (4.1) при $b_{11} = b_{22} = b_{33} = 0$.

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3, \quad (4.2)$$

а лінійне рівняння – при $b_{12} = b_{13} = b_{23} = 0$

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 \quad (4.3)$$

Для одержання лінійного і неповного квадратного рівняння із застосуванням повно факторного експерименту планування здійснюється на 2 рівнях ($m = 2$), а для одержання повного квадратного рівняння (другого порядку) – на трьох рівнях, тобто $m = 3$. А при насиченому методі число рівнів повинно бути не меншим 5.

Тому при дослідженні впливу двох факторів на досліджуване явище необхідно провести наступну кількість дослідів:

– класичний метод $n = m^k = 5^2 = 25$;

– математичний метод $n = m^k = 3^2 = 9$.

При повно факторному експерименті зі збільшенням числа факторів зростає число дослідів. При великій кількості факторів з метою зменшення числа дослідів застосовують роздрібнений факторний експеримент, який одержують діленням числа дослідів ПФЕ відповідно на 2, 4, 8.

$$n = m^{k-p}$$

де p – роздрібненість (кількість взаємодій у повному факторному експерименті, що замінені додатковими факторами).

2. Складання плану-матриці проведення експерименту

Планування і проведення ПФЕ складається з таких основних етапів: кодування факторів, складання плану-матриці експерименту, рандомізація дослідів, реалізація плану експерименту, перевірка відтворюваності дослідів, перевірка адекватності моделі, оцінка значущості коефіцієнтів регресії.

Кодування факторів здійснюють для переведення натуральних факторів у безрозмірні величини, зв'язок між якими встановлюється залежністю:

$$X_i = \frac{X_i - X_{i0}}{\Delta X_i} \quad (4.5)$$

де Y_i, X_i – відповідно кодоване та натуральне значення i -го фактору;

X_{i0} – натуральне значення i -го фактору на нульовому рівні;

ΔX_i – інтервал варіювання i -го фактору.

Нульовим називається рівень, що займає центр інтервалу.

Після кодування факторів складають план-матрицю експерименту. Наприклад, для отримання неповного квадратного рівняння така план-матриця матиме вигляд:

№ дослідів	Значення кодованих факторів		Взаємодія кодованих факторів
	X_1	X_2	X_1X_2
1	-1	-1	+1
2	+1	-1	-1
3	-1	+1	-1
4	+1	+1	+1

Наступним кроком є рандомізація дослідів з метою встановлення послідовності їх проведення. Оскільки функція відгуку залежить не тільки від факторів, які досліджуються, а й від інших факторів, які можуть бути невідомі досліднику. Прояв невідомих може по-різному впливати на результати експерименту і залежатиме від черговості проведення дослідів. Для мінімізації цього впливу встановлюється випадковий порядок проведення дослідів у часі, для чого використовують генератор випадкових чисел та ін. Оскільки дослідження проводяться у кількох повторностях, то дану операцію проводять для кожної з них.

Для перевірки відтворюваності дослідів (рівнозначності) при однаковому числі повторностей для кожного досліду визначають критерій Кохрена, табличне значення якого позначається $G(0,05;n;f_u)$, де 0,05 – означає 5% рівень значущості; n – число незалежних оцінок дисперсії (число дослідів); $f_u = m_0 - 1$ – число ступенів вільності кожної оцінки, тут m_0 – число повторностей. Відтворюваність наявна за виконання умови:

$$G \leq G(0,05;n;f_u) \quad (4.6)$$

$$G = \frac{S_{u \max}^2}{\sum_{u=1}^n S_u^2} \quad (4.7)$$

тут S_u^2 – дисперсія результатів в u -му досліді;

$S_{u \max}^2$ – найбільша із дисперсій.

$$S_u^2 = \frac{1}{m_0 - 1} \sum_{i_k=1}^{m_0} (y_{ui_k} - \bar{y}_u)^2 \quad (4.8)$$

де i_k – номер повторності;

y_{ui_k} – вихідний параметр при i_k повторності.

У випадку невиконання умови відтворюваності необхідно перевірити точність вимірювань і умови проведення дослідів, в яких спостерігається максимальна дисперсія, а також проаналізувати вплив неврахованих факторів.

3. Визначення коефіцієнтів рівняння регресії

За відтворюваності результатів експерименту проводять розрахунок коефіцієнтів рівняння регресії. Для неповного квадратного рівняння і двох досліджуваних факторах коефіцієнти визначаються за формулами:

$$\begin{cases} b_0 = \frac{1}{n} \sum_{u=1}^n \bar{y}_u; \\ b_i = \frac{1}{n} \sum_{u=1}^n x_{iu} \bar{y}_u; \\ b_{ij} = \frac{1}{n} \sum_{u=1}^n x_{iu} x_{ju} \bar{y}_u, \end{cases} \quad (4.9)$$

де u – число точок плану (число дослідів);

\bar{y}_u – середнє арифметичне значення вихідного параметру в u -му досліді;

x_{iu} – значення i -го кодованого фактора в u -му досліді;

x_{ju} – значення j -го кодованого фактора в u -му досліді.

4. Перевірка адекватності моделі

Оскільки вплив якихось із досліджуваних факторів може виявитись несуттєвим, то проводять перевірку значущості коефіцієнтів регресії за допомогою критерію Стюдента. Коефіцієнт вважають значущим, якщо виконується нерівність:

$$|b_a| \geq \Delta b_u = t(0,05; f_y) \frac{S_y}{\sqrt{n}} \quad (4.10)$$

де b_a – коефіцієнти у рівнянні регресії;

Δb_u – довірча границя;

$t(0,05; f_y)$ – критерій Стюдента при 5%-му рівні значущості та числі ступенів вільності дисперсії відтворюваності $f_y = n(m_0 - 1)$

Коефіцієнти, які виявились незначущими виключають із рівняння регресії.

Для встановлення відповідності отриманої моделі експериментальним результатам проводять перевірку її адекватності за допомогою критерію Фішера. Адекватність матиме місце, коли виконується нерівність:

$$F = \frac{S_{неад}^2}{S_y^2} < F(0,05; f_{ад}; f_y) \quad (4.11)$$

де $S_{неад}^2$ – дисперсія неадекватності;

S_y – дисперсія відтворюваності експерименту;

$f_{ад}$ – число ступенів вільності дисперсії адекватності, $f_{ад} = n - k - 1$ (k – число факторів).

$$S_{неад}^2 = \frac{1}{n - k - 1} \sum_{u=1}^n (y - \bar{y}_u)^2 \quad (4.12)$$

де y – розрахункове значення відгуку в i -му досліді;

k – число залежних коефіцієнтів регресії.

$$S_y^2 = \frac{1}{n} \sum_{u=1}^n S_u^2 \quad (4.13)$$

Перехід від рівняння із кодovаними значеннями факторів до рівняння з факторами в натуральній формі проводять за формулою:

$$x_n = \frac{x_n - x_{n0}}{\Delta x_n};$$

На основі отриманих рівнянь будуються двомірні графіки, які мають назву поверхонь відгуку.

ТЕМА: Загальні методи опрацювання дослідних даних

План заняття:

1. Мінімально необхідна математична обробка дослідних даних
2. Методи відсіювання грубих помилок
3. Інтерполяція та екстраполяція результатів досліджень
4. Одержання емпіричних, теоретичних та інших математичних формул.

1. Мінімально необхідна математична обробка дослідних даних

Математична обробка дослідних даних полягає в одержанні показників, які характеризують їх достовірність і ступінь варіювання за повторностями.

При мінімальній необхідній математичній обробці дослідних даних визначаються: середнє значення функції, середнє квадратичне відхилення, коефіцієнт варіації, довірчий інтервал з вибраною ймовірністю, похибка досліді. Результати обчислень заносять у таблицю наступного виду:

Варіант досліді	Число повторностей	Значення параметру за повторністю				Середня квадратична похибка		Коефіцієнт варіації ± %	Довірчий інтервал з ймовірністю α	Похибка досліді
		1	2	3	середнє	Окремого виміру	Середнього арифметичного			
	n					(2.10)	(2.23)	(2.17)		(2.27)

Довірчий інтервал визначають за прийнятою ймовірністю α при відомих середній квадратичній похибці та числі вимірювань (повторностей) n за таблицею В.І.Романовського за формулою $\Delta x = \varepsilon_0 \cdot n$ і у відповідній графі записують $x_{cp} \pm \Delta x$.

2. Методи відсіювання грубих помилок

Грубі помилки звичайно перевищують помилки можливі при проведенні експерименту. Для того, щоб їх виключити, необхідно зняти наближене значення вимірюваної величини, а під час досліді спостерігати за її отриманими значеннями. Якщо результати будь-якого вимірювання значно відрізняються від інших, то слід провести додаткове дослідження для з'ясування причин відхилення цього вимірювання. Якщо сумнівні результати виявлено у процесі обробки матеріалу, який уже отримано раніше, і неможливо врахувати обставини, за яких проведені вимірювання, а повторення дослідів пов'язане з великими труднощами, то виявлення грубих помилок проводиться статистичним методом.

Гіпотеза, відповідно до якої визначаються грубі помилки, полягає у тому, що результат досліді x_{is} містить грубу помилку, якщо:

$$(x_{is} - x_{cp}) / S_c \geq \gamma \quad (5.1)$$

де X_{cp} – середнє арифметичне значення величини без врахування сумнівного;
 S_c – середнє квадратичне відхилення;
 γ – величина, значення якої залежить від частин проведених вимірювань і вибраного значення довірчої ймовірності α та наведена у відповідних таблицях.

Наведений метод визначення сумнівного результату відноситься до вимірювань сталих величин. При визначенні змінних величин (наприклад, довжини стебла) груба помилка чисто математично не визначається, а знаходиться з фізичних або біологічних особливостей розвитку явища, яке вивчається.

3. Інтерполяція та екстраполяція результатів досліджень

За отриманими експериментально або розрахунковим шляхом дискретними значеннями функції досить часто необхідно знайти також, проміжні значення.

Інтерполяція – знаходження проміжних значень функції всередині ряду відомих її значень.

Екстраполяція – знаходження значень функції поза дослідним або розрахунковим рядом значень.

Найпростіше і без обчислень інтерполяція проводиться на правильно накресленому графіку за відомими значеннями функції.

При обробці табличних даних найпростішим є метод лінійної інтерполяції, який заснований на тому, що приріст функції пропорційний приросту аргументу. У цьому випадку для розрахунку складаються пропорції. Даний метод є достатньо точним у випадку лінійної або близької до лінійної залежності. Стосовно нелінійних функцій, то це метод можна використовувати у випадку невисокої точності результатів.

Розрахунок проводять за формулою:

$$y = y_i + (y_{i+1} - y_i) \cdot \frac{x - x_i}{x_{i+1} - x_i} \quad (5.2)$$

де y – шукане значення функції;

y_i, y_{i+1} – значення функції, між якими лежить значення y , причому y_i – це значення функції, яке у таблиці вище значення y_{i+1} ;

x – задане значення аргументу, для якого обчислюється значення функції x_i ;

x_{i+1} – значення аргументу, між якими лежить значення x і яким відповідають значення y_i, y_{i+1} .

Похибка лінійної інтерполяції мала, якщо дві сусідні різниці ($y_{i+1} - y_i$) та ($y_{i+2} - y_{i+1}$) відрізняються одна від одної не більше, ніж на чотири одиниці останнього знаку.

У випадку, коли точність лінійної інтерполяції є незадовільною, використовують квадратичну або параболічну інтерполяцію.

При однаковій віддалі між інтерполяційними вузлами застосовують різницеві інтерполяційні формули Ньютона:

$$y = y_0 + u\delta_1 + \frac{u(u-1)}{2!}\delta_2 + \frac{u(u-1)(u-2)}{3!}\delta_3 + \dots + \frac{u(u-1)\dots(u-n+1)}{n!}\delta_n, \quad (5.3)$$

де y_0 – найближче до шуканого y значення функції в таблиці, яке відповідає аргументу x_0 (x_0 і y_0 у таблиці розміщені вище x і y);

δ_i – різниця функції i -го порядку і змінюється від 1 до n .

δ_x – крок таблиці за аргументом;

n – кількість порядків різниць, найбільше їх число дорівнює кількості значень аргументу в таблиці меншому за одиницю.

$$u = \frac{x - x_0}{\delta_x} \quad (5.4)$$

Для менш точних розрахунків члени високих степенів у формулі (5.3) можуть відкидатись.

Різниці δ_i функції різних порядків складаються у спеціальній таблиці.

Складання таблиць для інтерполяції

Аргумент	Функція	Різниці порядку			
		першого δ_1	другого δ_2	третього δ_3	четвертого δ_4
x_1	y_1				
		$\delta_{1(1-2)} = y_2 - y_1$			
x_2	y_2		$\delta_{2(1-3)} = \delta_{1(2-3)} - \delta_{1(1-2)}$		
		$\delta_{1(2-3)} = y_2 - y_1$		$\delta_{3(1-4)} = \delta_{2(3-4)} - \delta_{2(1-3)}$	
x_3	y_3		$\delta_{2(2-4)} = \delta_{1(3-4)} - \delta_{1(2-3)}$		$\delta_{4(1-5)} = \delta_{3(2-5)} - \delta_{3(1-4)}$
		$\delta_{1(3-4)} = y_4 - y_3$		$\delta_{3(2-5)} = \delta_{2(3-5)} - \delta_{2(2-4)}$	
x_4	y_4		$\delta_{2(3-5)} = \delta_{1(4-5)} - \delta_{1(3-4)}$		
		$\delta_{1(4-5)} = y_5 - y_4$			
x_5	y_5				

Різниці підставляються у формулу (5.3) не за абсолютною величиною, а з урахуванням їх знаку.

Екстраполяцію не можна використовувати у таких широких межах, як інтерполяцію. Задовільними будуть результати при екстраполяції в межах одного класового проміжку інтервалу за аргументом у кожен бік. Якщо закономірність, яка вивчається, представлена раціональною або емпіричною формулою, то екстраполяція проводиться за допомогою цієї формули. Якщо ж побудувати графічну залежність, то після аналізу одержаних результатів

можна продовжити криву на один класовий проміжок в обидва боки, що у більшості випадків дає цілком допустиму точність.

4. Одержання емпіричних, теоретичних та інших математичних формул

Для кожної дослідної закономірності зображеної таблицею або графіком, можна підібрати емпіричну формулу, яка наближено їй відповідає.

Підбір емпіричних формул полягає у виборі типу формули та у визначенні коефіцієнтів для неї за наступними способами: вибраних точок, середніх, найменшої середньої похибки або найменших квадратів.

Підбір емпіричних формул починають з побудови графічної залежності явища, яке вивчається. Якщо точки розташовані близько до прямої і є підстави вважати, що залежність повинна бути прямолінійною, то можна прийняти, що функція y залежить від аргументу x за формулою: $y = A + Bx$, де A і B – коефіцієнти. Для знаходження останніх на графіку проводиться пряма, відносно якої всі точки розташовуються по можливості найбільш симетрично і відмічають дві точки, достатньо віддалені одна від одної з координатами x_1, y_1 та x_2, y_2 та складають рівняння:

$$\begin{cases} y_1 = A + Bx_1; \\ y_2 = A + Bx_2. \end{cases}$$

після розв'язку знаходять коефіцієнти A і B .

Для розрахунку коефіцієнтів за способом середніх складається стільки рівнянь типу $y_i = A + Bx_i$, скільки є дослідних точок $i=1..n$, де n – число дослідних точок. Ці рівняння записуються попарно і для кожної пари знаходяться коефіцієнти A та B . Після чого враховується середнє значення параметрів A і B .

Більша точність досягається, якщо коефіцієнти A і B обчислюються за способом найменших квадратів, згідно якого коефіцієнти вибираються за умовою:

$$\sum_{i=1}^n (y_i - y_{i \text{ поз}})^2 = \min \quad (5.5)$$

оскільки $y_{i \text{ поз}} = A + Bx_i$, то:

$$\sum_{i=1}^n (y_i - Bx_i)^2 = \min \quad (5.6)$$

Із формули (5.6) отримаємо:

$$\begin{cases} A = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{n \sum x_i^2 - \sum (x_i)^2}, \\ B = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - \sum (x_i)^2}. \end{cases} \quad (5.7)$$

При підборі формули бажано, щоб вона була простішою, але у той же час це не впливало на точність.

Структура емпіричних формул вказує на ступінь впливу фактору на явище і це може бути використано для більш глибокого аналізу. Часто

емпіричні формули вказують, у якому напрямку потрібно рухатись у подальшому аналізі.

Для отримання раціональної формули на основі емпіричної необхідно глибоко проаналізувати процес, розглянути його фізику і механіку. Існують наступні шляхи отримання раціональних формул на основі емпіричних:

- а) проведення аналізу розмірностей величин, які увійшли у формулу, та визначення можливості раціонального подання коефіцієнтів формул;
- б) вивчення за допомогою отриманої формули впливу різних факторів на явище і вивчення впливу таких параметрів, які не входять у формулу, але впливають на значення коефіцієнтів;
- в) проведення усестороннього аналізу явища, введення допущень і використання законів фізики, механіки для приблизного математичного опису явища.

Для виведення теоретичної і раціональної формули необхідно знайти фізичні і механічні основи явища.

При теоретичному аналізі явища застосовують наступні види розрахунків:

- а) механічний (умова міцності і т. ін.);
- б) енергетичні (визначення сил опору, витрат енергії, затрат потужності);
- в) технологічний;
- г) технолого-економічний (продуктивність машини, економічні показники роботи).

ТЕМА: Статистичні зв'язки, кореляція та регресія**План заняття**

1. Статистичні зв'язки між досліджуваними параметрами
2. Проста кореляція та регресія
3. Множинна кореляція та регресія.

1. Статистичні зв'язки між досліджуваними параметрами

При обробці дослідних даних необхідно прагнути до розкриття функціональних зв'язків та залежностей між досліджуваними величинами. Ця залежність можуть бути чітко вираженою або настільки слабкою, що ці величини можна вважати незалежними. Для вивчення залежностей між величинами, кожна з яких підлягає випадковому розсіюванню, застосовують методи кореляції та регресії. Кореляційний аналіз дозволяє досліджувати щільність зв'язку, а форми зв'язку вивчаються за методом регресії.

Якщо досліджується зв'язок між двома величинами, то застосовують просту кореляцію та регресію, якщо ж вивчається залежність між багатьма величинами, то – множинну кореляцію та регресію. Кореляція та регресія можуть бути лінійними та нелінійними.

Випадкові величини називаються залежними, якщо в кожній із них закон розподілу залежить від значень, які приймаються іншими величинами. Відповідно, незалежними називаються величини, закон розподілу кожної з яких не залежить від значень інших величин.

Поняття залежності випадкових величин відрізняється від поняття залежності величин, яке прийняте у математиці. Коли ми говоримо про залежності величин, то маємо на увазі функціональну залежність, яка є жорсткою або повною, тобто залежність, при якій одна з величин має точне значення, якщо відомі значення всіх інших величин.

Крім функціональної є ще так звана ймовірна або стохастична залежність, за якою не можна вірно назвати значення однієї з величин, якщо відомі значення інших, а можна лише вказувати закономірність розподілу цієї величини.

Імовірна залежність може бути різної “щільності”. Граничними випадками найбільш тісної імовірної залежності є функціональна залежність; найменш тісної залежності – повна незалежність величин.

2. Проста кореляція та регресія

Система двох випадкових величин X та Y характеризується початковим та центральним моментом.

Початковим моментом порядку k (для X) та c (для Y) є математичне сподівання добутку X^k на Y^c :

$$\alpha_{k,c} = M[X^k Y^c] = \sum_{i=1}^{i_n} \sum_{j=1}^{j_n} X_i^k Y_j^c P_{i,j}, \quad (6.1)$$

де M – символ моменту;

$P_{i,j}$ – ймовірність того, що X прийме значення X_i , а Y значення Y_j і змінюється від 1 до i_n та від 1 до j_n ;

Центральний момент порядку k, c являє собою математичне сподівання добутку k -того і c -того ступенів різниць $X - X_{i.\bar{n}}$ і $Y - Y_{j.\bar{n}}$:

$$\mu_{k,c} = M[(X - X_{m.c})^k (Y - Y_{m.c})^c] = \sum_{i=1}^{i_n} \sum_{j=1}^{j_n} (X_i - X_{m.c})^k (Y_j - Y_{m.c})^c P_{i,j}, \quad (6.2)$$

де $X_{m.c}$ та $Y_{m.c}$ – математичне сподівання величин X та Y .

Математичне сподівання $x_{i.\bar{n}}$ та $y_{j.\bar{n}}$ – перші початкові моменти $\alpha_{1,0}$ та $\alpha_{0,1}$, а другі центральні моменти $\alpha_{2,0}$ та $\alpha_{0,2}$, – це дисперсії D_x та D_y . Найважливішим є другий мішаний центральний момент $\alpha_{1,1}$, який є математичним сподіванням добутку центрованих величин і називається кореляційним моментом або моментом зв'язку випадкових величин X та Y .

Позначимо його k_{xy} і представимо таким чином:

$$K_{xy} = \sum_{i=1}^{i_n} \sum_{j=1}^{j_n} (x_i - x_{mc})(y_j - y_{mc}) P_{ij} \quad (6.3)$$

Цей момент характеризує розсіювання величин та зв'язок між ними. Для характеристики зв'язку між величинами у чистому вигляді застосовується відношення моменту k_{xy} до добутку середніх квадратичних відхилень S_x і S_y величин x та y . Це відношення називається коефіцієнтом кореляції. Позначимо його через r_{xy}

$$r_{xy} = \frac{k_{xy}}{S_x S_y} \quad (6.4)$$

Величини, у яких $r_{xy} = 0$ є незалежними і називаються некорельованими.

Коефіцієнт кореляції характеризує лінійну залежність випадкових величин, яка полягає у тому, що при зростанні однієї з величин у другій виявляється тенденція до зміни (спадання чи зростання) за лінійним законом. Внаслідок цього коефіцієнт кореляції показує ступінь щільності лінійної залежності. Цей коефіцієнт може приймати значення у межах: $-1 \leq r_{xy} \leq 1$, причому при $r_{xy} = \pm 1$ між випадковими величинами має місце точна лінійна функціональна залежність $y = AX + b$, а знак $+$ чи $-$ ставиться залежно від знаку коефіцієнта A . При $r_{xy} > 0$ кореляція є додатною або прямою, що означає, що при зростанні однієї з величин, у другій виявляється тенденція також до зростання. При $r_{xy} < 0$ корекція від'ємна або обернена.

При $r_{xy} \geq 0,7$ за абсолютною величиною вважається, що кореляційний зв'язок міцний, при $0,3 \leq r \leq 0,7$ зв'язок є середнім, а при $r_{xy} < 0,3$ зв'язок вважається слабким.

Про наявність кореляції можна судити за графіком, на якому у прямокутній системі координат, де по осі абсцис відкладається x , а по осі ординат – y . Зображені дослідні точки називаються кореляційним полем.

Коефіцієнт кореляції вказує на щільність зв'язку. Зіставляючи з кожним значенням x_i середню величину відповідних йому значень y_i , можна одержати форму зв'язку у вигляді функції регресії або регресії y на x , для

чого необхідно поставити відповідно кожному значенню y_i значення x_i . На графіку функція регресії зображається лінією регресії. Рівняння першої лінії у регресії у на x матиме вигляд:

$$y - y_{cp} = r_{xy} \frac{S_{cy}}{S_{cx}} (x - x_{cp}) \quad (6.5)$$

де S_{cx} та S_{cy} – статистичні середні квадратичні відхилення величин x та y ; r_{xy} .

Якщо у результаті нанесення дослідних точок на графік стає очевидним, що немає лінійної залежності випадкових величин, то таку залежність потрібно розглядати як криволінійну.

При нелінійній кореляції як показник, що характеризує ступінь криволінійної залежності, застосовується кореляційне відношення η_{xy} . Для вирішення такого відношення η_{xy} діапазон зміни величини x розбивається на k_1 інтервалів і для кожного j_1 інтервалу із середнім значенням x_{j_1} знаходимо часткове середнє значення величини y , яке позначають через $y_{cp j_1}$:

$$y_{cp j_1} = \frac{1}{m_{j_1}} \sum_{i=1}^{m_{j_1}} y_{i1} j_1 \quad (6.6)$$

де m_{j_1} – число випадків y на j_1 -й інтервал; i_1 – номер вимірювання y у середині інтервалу; y_{i1} – дослідне значення y , яке відповідає номеру виміру i_1 в j_1 -му інтервалі. А кореляційне відношення розраховують за формулою:

$$\eta_{yx} = \sqrt{\frac{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^{k_1} m_{j_1} (y_{cp j_1} - y_{cp})^2}{S_{cy}}} \quad (6.7)$$

де n – число вимірів; k_1 – число інтервалів для величини x .

Рівність кореляційного відношення одиниці означає функціональну залежність між величинами x та y .

3. Множинна кореляція та регресія

Множинну кореляцію та регресію розглянемо на прикладі залежності між трьома величинами: z , y та x .

У випадку лінійної залежності для характеристики щільності зв'язку трьох величин використовують часткові та множинні коефіцієнти кореляції.

Частковий коефіцієнт кореляції характеризує зв'язок двох величин при сталому значенні третьої, він позначається літерою r з індексами, які вказують величини, залежність яких розглядається. Наприклад, r_{xz-y} – частковий коефіцієнт кореляції між величинами x та z при усуненні змін, що вносяться величиною y . Часткові коефіцієнти розраховуються через парні коефіцієнти кореляції: r_{xy} , r_{xz} ; r_{yz} за формулою:

$$\begin{aligned}
r_{xz \cdot y} &= \frac{r_{xz} - r_{xy} \cdot r_{yz}}{\sqrt{(1-r_{xy}^2)(1-r_{yz}^2)}}; \\
r_{xy \cdot z} &= \frac{r_{xy} - r_{xz} \cdot r_{yz}}{\sqrt{(1-r_{xy}^2)(1-r_{yz}^2)}}; \\
r_{yz \cdot x} &= \frac{r_{yz} - r_{xz} \cdot r_{xy}}{\sqrt{(1-r_{xy}^2)(1-r_{xz}^2)}}.
\end{aligned}
\tag{6.8}$$

Часткові коефіцієнти, так само як і парні коефіцієнти, можуть приймати значення від -1 до $+1$.

Множинний коефіцієнт кореляції показує щільність лінійної залежності однієї величини від двох інших. Наприклад, коефіцієнт $R_{xy \cdot z}$ показує щільність зв'язку величини x з величиною y і z та розраховується за формулою:

$$\begin{aligned}
R_{x \cdot yz} &= \sqrt{\frac{r_{xy}^2 + r_{xz}^2 - 2r_{xy}r_{xz}r_{yz}}{1-r_{yz}^2}}; \\
R_{y \cdot xz} &= \sqrt{\frac{r_{xy}^2 + r_{yz}^2 - 2r_{xy}r_{yz}r_{xz}}{1-r_{xz}^2}}; \\
R_{z \cdot xy} &= \sqrt{\frac{r_{xz}^2 + r_{yz}^2 - 2r_{xy}r_{xz}r_{yz}}{1-r_{xy}^2}}.
\end{aligned}
\tag{6.9}$$

Коефіцієнт кореляції R є величина додатна і може приймати значення від 0 до 1 . Якщо $R=0$, то між величинами немає лінійної кореляційної залежності. Якщо $R=1$, то існує лінійний функціональний зв'язок між розглянутими величинами.

ТЕМА: Проведення дослідів та відображення їх результатів

План заняття

- 1. Підготовка і проведення дослідів**
- 2. Тарування приладів**
- 3. Зображення дослідних даних таблицями і графіками. Згладжування графіків і табличних даних**
- 4. Складання наукового звіту**

1. Підготовка і проведення дослідів

Підготовка до проведення дослідів починається відразу після розробки робочої гіпотези, методики та плану дослідів. Прилади, обладнання, інструменти тощо ремонтують, виготовляють і тарують, підготовляють необхідні матеріали, готують досліджувані вузли, механізми та агрегати. Якщо передбачаються польові дослідження, то ознайомлюються з місцевістю, де вони будуть проводитись. При цьому необхідно домогтися того, щоб були забезпечені їх точність, надійність та безвідмовність у роботі. Встановлювати прилади та обладнання треба так, щоб не впливати на досліджуваний процес або конструкцію та щоб було зручно користуватись ними під час дослідів; важливо також, щоб навколишні обставини (нагрівання від батареї центрального опалення або сонця, струми від телевізійних і трансформаторних станцій, ліній високої напруги тощо) не впливали на точність показів. Необхідно забезпечити добре освітлення шкал приладів, виключення паралаксу (похибка через неправильне положення очей оператора відносно шкали приладів) та передбачити таке положення приладів, яке б не призводило до перевтоми.

Велику увагу потрібно приділити техніці безпеки, а саме дотримуватись протипожежних заходів. Після підготовки апаратури слід випробувати, лише потім можна починати проведення дослідів.

Досліди необхідно проводити відповідно до плану дослідів і розробленої методики. Оскільки наперед неможливо все передбачити, то може виявитись, що окремі положення методики треба доповнити або змінити. В той же час у ході дослідження не можна змінювати методику. Якщо в цьому виникне потреба, дослідження припиняються, розробляється нова методика, після чого дослідження проводяться спочатку.

Необхідно прагнути якнайшвидше закінчити дослідження однієї серії, а за можливості й усіх серій. Це дозволить зменшити вплив додаткових факторів на точність результатів досліджень. Якщо за будь-яких причин (негода, несправність апаратури або організаційні причини) дослідження припинені на довгий час, то після їх усунення дослідження виконують спочатку. Дослідні дані краще всього реєструвати у спеціальному журналі, який готується завчасно, або на окремих аркушах, в записниках. Після кожного дослідження ці дані потрібно занести в загальний журнал, який оформляється відповідно до програми і методики проведення дослідів. Бажано, щоб усі дані за однією

групою дослідів були занесені на одній сторінці або на розвороті журналу, оскільки це сприяє швидшому обробленню результатів дослідів та виконанню порівняльного аналізу (попереднього). В заголовку таблиць треба вказати назву експерименту, дату проведення дослідів, об'єкти досліджень, прилади та апаратуру, яку використовують, умови проведення дослідів (стан ґрунту, температуру повітря тощо). Графи та досліди нумеруються (тобто нумерація виконується по вертикалі та горизонталі). Обов'язково проставляється: дата проведення дослідів.

До журналу записують всі результати прямих (безпосередніх) вимірів. Бажано залишити граfi для результатів вимірів, одержаних за розрахунками даних безпосередніх вимірів, а також графу зауважень, куди записуються результати спостережень, які неможливо було передбачити, або дані, що характеризують умови проведення дослідів. Записувати потрібно те, що спостерігається (одержується), а не припущення дослідника (наприклад, з теоретичних міркувань). Іншими словами, дослідження повинно бути об'єктивним. У зв'язку з цим може трапитись, що побудоване раніше теоретичне обґрунтування заперечується дослідними даними. Це значить, що в теорії або в методах виміру є недоліки, які потрібно знайти й усунути.

Фотографії, елементів робочого процесу або інших об'єктів, граfiчні записи досліджуваних закономірностей (динамограми, осцилограми тощо) потрібно нумерувати і робити на них необхідні написи (назва дослідів, дата, варіант, повторюваність); основні дані, які характеризують документ, можна записувати скорочено. Наприклад, запис 2.3.8.15 означає, що документ № 2 одержаний 3 серпня за дослідом 15 (позначення і нумерацію обмірковують і готують завчасно). Іноді, в журналах доводиться послідовно проставляти кількість об'єктів (стебла, насіння тощо), дані по яких у результаті вимірів відповідають тій чи іншій граfi. Це можна робити вписуванням рисок, кожна з яких означав показник по одному об'єкту, але краще позначати шуканий показник по кожному об'єкту крапкою чи рисою за схемою

У більшості випадків бажано результати групи дослідів оброблювати відразу після їх проведення. Для цього можна використовувати електронні таблиці Excel із введеними необхідними формулами, які дозволяють проводити розрахунки із заданою точністю за щойно одержаними даними. За результатами обробки можна побудувати граfiки, які характеризують розвиток досліджуваного явища. Така первинна обробка матеріалів дозволяє досліднику перевірити достовірність дослідження і завчасно розпочати аналіз одержаних результатів.

При кінозйомках, фотозйомках або зніманні діаграми не слід прагнути до надто великої кількості знімків або діаграм без пояснюючих записів, тому що це ускладнює обробку даних. При аналізі результатів первинної (початкової) обробки дослідних даних, може трапитись, що потрібно змінити значення факторів, при яких проводиться дослід, або можуть бути виявлені браковані виміри, що різко виходять за межі інших вимірів. Перш ніж вважати дослід бракованим, треба перевірити апаратуру, методи відліку показників, вплив додаткових факторів. Якщо встановлено, що виміри хибні,

дослід повторюється, але старі записи не знищуються, адже можуть бути випадки, коли результати досліду, що здаються спочатку помилковими, в подальшому підтверджуються, тобто виявляються правильними.

2. Тарування приладів

Під таруванням розуміють дослідне встановлення залежності показів приладу, який звіряється, від значень вимірюваної величини; при цьому будуються залежності у вигляді таблиць і так звані тарувальні діаграми, що є графічними залежностями показів приладів від значень вимірюваної величини. Близькими до терміну “тарування” є терміни “калібрування” і “градування”. Часто роботи по таруванню (градуванню, калібруванню) суміщають із перевіркою приладів.

Тарування приладів проводиться до і після дослідів, якщо вони короткочасні; якщо ж вимірювальними засобами користуються тривалий час, тоді тарування проводиться до і після дослідів, а також через кожні 10-15 днів. При таруванні покази приладів, що звіряються, порівнюють з показами зразкових приладів або мір. Як приклад розглянемо тарування динамографа. Цей прилад перевіряють за допомогою еталонних гир (прилад навантажується і розвантажується гирями в певному порядку). Вимірювання виконують у 5-6 етапів, під час яких навантаження спочатку добавляється, а потім знімається. Якщо максимально можлива сила, яку треба визначити приладом, дорівнює, наприклад, 250 Н, то тарування достатньо проводити за допомогою гир вагою 50 Н. До навантаження самописцем реєструючого пристрою приладу на паперовій стрічці проводять нульову лінію AB (рис. 7.1); потім встановлюють одну гирю, від чого самописець накреслить лінію BC , що дорівнює h_1 . Потім переміщують папір, при цьому самописець накреслить лінію CD , паралельну нульовій, потім додають ще одну гирю і самописець знову відмітить деяку пряму DE . Точка E знаходиться від прямої AB на відстані h_2 . Все повторюється доти, доки загальна вага гир буде більша за 250 Н. Тоді висота діаграми буде h_6 .

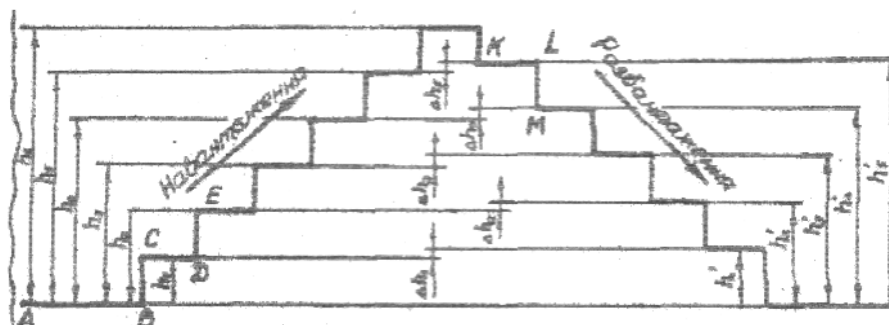


Рис. 7.1. Ступінчастий тарувальний графік

Після цього проводиться розвантаження, при якому спочатку знімають гирю, поставлену останньою, та відмічають положення K самописця приладу на висоті h'_5 , потім переміщують папір, від чого отримують лінію KL , і знімають останню гирю. Самописець накреслить лінію LM висотою $h'_5 - h'_4$ і

т.д. Покази приладу при розвантаженні через тертя між деталями та не зовсім пружні властивості силового елемента будуть мати розходження з показами при навантаженні. Тарування прийнято проводити не менше, ніж з трикратним повторенням.

У результаті обробки таких графіків будується тарувальна (калібрувальна) крива динамографа (рис. 7.2).

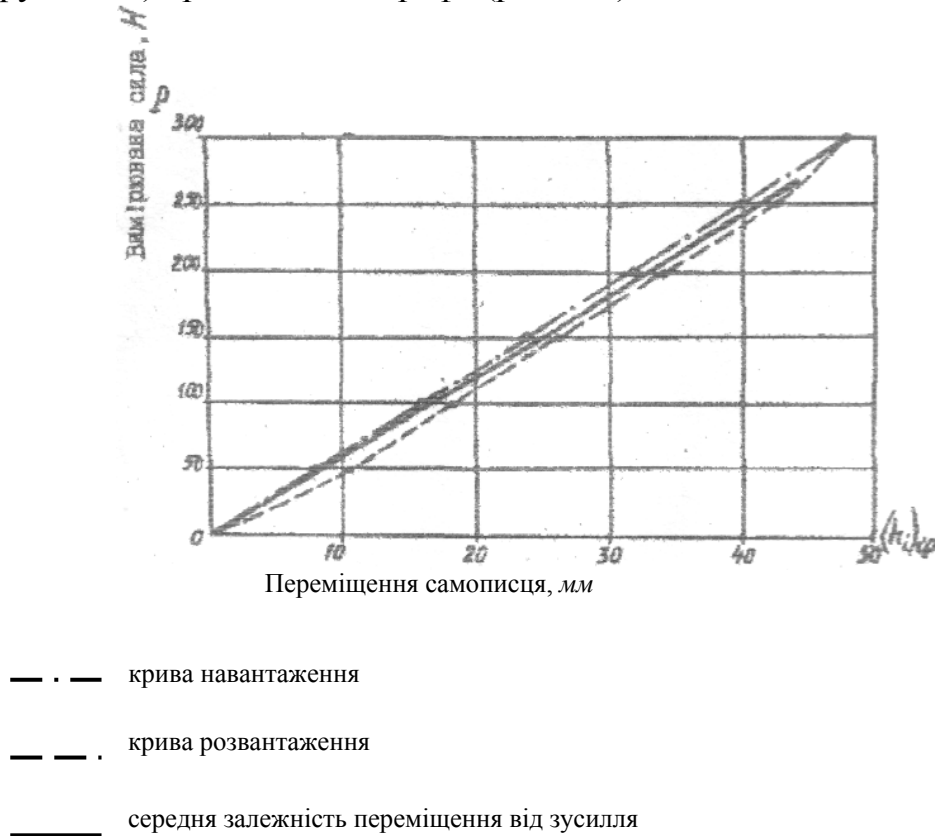


Рис. 7.2. Тарувальна крива динамографа

Маючи тарувальну криву і знаючи переміщення самописця, можна легко визначити за кривою відповідну цьому переміщенню силу, у випадку прямих ліній можна не користуватись тарувальним графіком, а шукану силу P визначити перемноженням переміщення самописця на масштаб μ приладу, що дорівнює тангенсу кута нахилу прямої до осі переміщень. Звичайно, користуючись тарувальним графіком і знаючи переміщення самописця, визначають відповідну йому силу за середньою лінією /середньою залежністю/ графіка. Проте, якщо відомо, що переміщення самописця мало місце при підвищенні навантаження, то краще визначити відповідну цьому переміщенню силу за кривою навантаження на графіку; так само, коли відомо, що переміщення самописця мало місце при зменшенні навантаження, тоді краще визначити силу за кривою розвантаження на графіку.

3. Зображення дослідних даних таблицями і графіками. Згладжування графіків і табличних даних

Для зображення функціональних зв'язків явища, яке вивчається, складають таблиці та графіки. Розрізняють робочі таблиці, де розміщені

безпосередньо результати вимірів, тобто дані, отримані під час дослідів, або проміжні розрахунки, і підсумкові таблиці, які є підсумком ряду дослідів або усіх дослідів. У підсумкових таблицях повинна прослідковуватись чітка залежність функцій (залежної змінної) від аргументу (незалежної змінної). В першій або у кількох графах зліва розміщують значення аргументу, в останніх – значення функцій. Графи повинні мати короткі й чіткі заголовки, при цьому вказуються також розмірності величин. У багатьох випадках доцільно об'єднати кілька граф в один розділ із загальним заголовком і підзаголовком у кожній графі. Значення аргументу подаються за основною ознакою (наприклад, у зростаючому або спадаючому порядку). Значення як аргументу, так і функції розміщуються з однаковою в кожній графі кількістю знаків після коми; якщо даних нема, ставиться риска, а не нуль. Коми, які відділяють цілу частину від дробової, розміщують одна під одною (у лінію).

Якщо є необхідність пояснити умови проходження досліду або привести опис розвитку процесу, який вивчається, за деяких конкретних значень аргументу, то це робиться у правій графі, якій дають назву “Примітка”.

Як числові значення функцій наводяться, як правило, середні арифметичні значення. Якщо є потреба, в таблицях вказують значення середніх квадратичних відхилень, часто – вирахувані похибки.

Таблиці дають можливість лише в загальних рисах визначити закономірність зміни функції. Для точнішого визначення цієї закономірності будують графіки. Графіки, як зазначалося, дозволяють наочно побачити закон зміни функції. Залежно від числа незалежних і залежних змінних можуть бути побудовані плоскі або просторові, а також складні графіки, якщо одні аркуші накладаються на інші. Верхній аркуш повинен бути прозорим. Часто графіки будують у прямокутній системі координат, їх потрібно креслити на цупкому координатному папері, що дозволяє стирати та виправляти нанесені криві, а також на папері з нерівномірними шкалами – логарифмічною, ймовірнісною тощо.

Якщо графік будується в прямокутній системі координат, то на осі абсцис відкладають значення аргументу, а на осі ординат – значення функції. Масштаби на осях вибираються так, щоб криві розміщувались рівномірно на поверхні графіка. Якщо кривих багато, то бажано, щоб вони якомога менше накладались одна на одну. Початок відрахунку не обов'язково повинен бути в межах графіка. Для того, щоб похибка відліку за графіком не перевищувала похибку виміру, найменша поділка по осях повинна дорівнювати абсолютній похибці вимірів.

По осях ординат наносяться поділки і будується сітка. Навпроти поділок ставляться відповідні числові значення – виходить шкала. Якщо шкала починається з нуля, то нуль повинен бути позначений. Усім шкалам дають назви, вказують розмірності величин, які відкладають. Спочатку шкала однієї функції наноситься зліва, потім для другої функції – справа, а для третьої або четвертої функції (якщо такі є) будуються додаткові шкали зліва або справа по осі ординат.

Після викреслювання шкал на графіку наносять дослідні дані, які за кожним варіантом дослідження позначають крапками, хрестиками, трикутниками, квадратами (маркери) або кружечками, причому ці позначення можуть бути як білі всередині, так і затемнені. Якщо графік кольоровий, то й позначення можуть бути для кожного варіанта різного кольору і мати невеликі розміри, а кожна крапка дослідження повинна бути в середині позначки, крапки дослідження з'єднують прямими або кривими лініями. Залежно від кількості варіантів проводяться суцільні або штрихпунктирні лінії. Залежно від виду кривих і мети дослідів може бути, застосоване їх *згладжування*.

Для ілюстрації результатів дослідів поряд і з прямокутними графіками можна будувати графіки у вигляді серії прямокутників, які зображують по висоті певних параметрів або кола, поділеного на кілька частин, кожна з яких показує частку випадків, що припадають на розглядуваний показник. Якщо є дві точки, то, як правило, графік не будується, і дані наводяться в таблиці.

Якщо є потреба нанести на графіку точки, то через те, що дві точки не показують закономірності, вони з'єднуються прямою лінією, найчастіше штриховою.

З'єднати три точки можна плавною кривою, але оскільки за трьома точками важко встановити закономірність, то часто точки з'єднуються ламаними лініями.

З'єднання чотирьох і більше точок внаслідок різних причин може здійснюватися або плавною кривою, або ламаною лінією. Якщо лінія є плавною кривою, тобто закономірною, і розкид точок лежить у межах похибки графіка, то округляти криві не треба.

Якщо ж розкид дослідних точок не дозволяє провести плавну криву або одержані в таблицях ряди чисел змінюються не плавно, то необхідно спочатку встановити причини виникнення стрибків чисел і зламів ліній, перевірити, чи не є це наслідком закономірностей, коли кількісні зміни переходять у якісні. Для цього, можливо, потрібно буде провести додаткові дослідження саме в тому діапазоні, де виникла неясність.

При окремих різких односторонніх відхиленнях від плавних кривих (одне-два на весь дослід) і встановленні, що відхилення виникли через зміни умов проведення дослідів, тобто в результаті зміни якогось фактора, що не повинен був змінюватись у досліді, ці точки виключаються, а замість них за допомогою інтерполяції розраховуються нові точки таким чином, щоб вони знаходились якомога ближче до дійсної плавної кривої процесу.

Якщо функція змінюється плавно при плавній зміні аргументу, то табличні дані та криві *згладжують* (вирівнюють). Вирівнені дані та криві повинні якомога ближче відображати загальну закономірність розвитку розглядуваного явища, тобто повинен зберегтися загальний характер його розвитку, встановлений експериментально і виражений на незгладженому графіку.

Спочатку згладжують (вирівнюють) результати безпосередніх вимірювань, тобто дані первісних таблиць і графіків. Перед цим потрібно

з'ясувати, наскільки віддалені побудовані за дослідними даними точки від уявної плавної кривої процесу (в один і другий бік).

Згладжування проводиться за математичним методом або графічно, при цьому необхідно знати залежність функції від аргументу. Недоліком таких методів є значна обчислювальна робота.

Згладжування повинно підпорядковуватися деяким правилам, основне з яких таке: згладжена пряма або крива повинна бути якомога ближче до всіх одержаних точок. Це правило буде виконано, якщо будуть задоволені наступні вимоги:

а) сума довжин нормалей, опущених з дослідних точок на криву (або пряму), повинна дорівнювати нулю, при цьому нормалі за однією будь-якою стороною беруться зі знаком "+", а за іншою – зі знаком "-";

б) сума площинок, відсічених кривою (або прямою) по обидва її боки, також повинна дорівнювати нулю (тут також приймаються різні знаки для площинок, розміщених по обидва боки кривої);

в) сума довжин нормалей або площинок (беруться абсолютні значення без урахування знака) повинна бути якомога меншою.

При згладжуванні спочатку проводять олівцем одну лінію і перевіряють, наскільки вона задовольняє згадані вище вимоги, якщо не задовольняє, проводять другу лінію, третю, четверту. Потрібну лінію наводять ще раз, перетворюючи її в суцільну, інші витирають. Згладжування дає хороші результати при великому числі вимірювань і малих інтервалах вимірювання величин. Якщо вимірювань було мало, потрібно дуже уважно й обережно проводити згладжування, інакше можна одержати таку залежність, яка йде всупереч фізичному змісту явища.

4. Складання наукового звіту

З метою підвищення наукового рівня та практичної цінності досліджень, що виконуються в Університеті, щорічно організовуються внутрівузівський конкурс проектів фундаментальних наукових досліджень та прикладних наукових і науково-технічних розробок.

Матеріали на конкурс подаються у вигляді ЗАПИТУ встановленої форми. Зазначений документ включає наступні пункти:

1. Автори проекту
2. Анотація
3. Мета і основні завдання проекту
4. Стан проблеми
5. Ідеї, факти та гіпотези проекту
6. Очікувані результати від виконання проекту, їх відповідність світовому рівню
7. Використання результатів
8. Доробок авторів за тематикою проекту, зокрема основні публікації за останні 3 роки
9. Кількість виконавців проекту

У разі позитивного рішення відбувається фінансування робіт, перелік яких встановлюється технічним завданням. Результати досліджень відображаються у науковому звіті, який оформляється згідно вимог ГОСТу і містить наступні структурні складові:

1. Список авторів із їх підписами
2. Зміст
3. Вступ, у якому зазначається актуальність теми за якою проводились дослідження, мета роботи, завдання дослідження, об'єкт та предмет дослідження, методи дослідження.
4. Основна частина, у якій відображені всі отримані результати.
5. Висновки.
6. Список використаної літератури.

Звіт про науково дослідну роботу, його зміст і методика складання

Виконана науково-дослідна робота (НДР) оформляється складанням звіту, зміст і оформлення якого визначаються спеціальним державним стандартом. Матеріал, що відбирається для включення до звіту, має бути опрацьований і систематизований. Не слід без потреби включати у звіт зведення, запозичені з опублікованих робіт, звітів про НДР та інших подібних джерел.

Загальними вимогами до звіту про НДР є чітка структура, логічна послідовність викладення матеріалу, переконаність аргументації, стислість і точність формулювань, що виключають можливість суб'єктивного і неоднозначного тлумачення. Викладені у звіті результати роботи мають бути підкріплені системою доказів, експериментально перевірені, а висновки обґрунтованими і конкретними.

Структура звіту про НДР включає: титульний лист, реферат, перелік скорочень, символів і спеціальних термінів, основну частину, список літератури, додатки, зміст.

Титульний лист звіту про НДР містить реквізити установи, в якій виконувались дослідження, прізвище авторів-виконавців і реквізити затвердження звіту.

Реферат містить стислу інформацію до виконаної НДР. У ньому вказуються відомості про обсяг звіту, кількість і характер ілюстрацій, таблиць, мову, якою він складений, перелік ключових слів, текст реферату.

Відомості про кількість ілюстрацій супроводжується вказівками про їх характер: схеми, таблиці, фотографії, креслення.

Перелік ключових слів характеризує основний зміст звіту. Перелік включає від 5 до 15 ключових слів, надрукованих в рядок через коми. Ключові слова наводяться в називному відмінку.

Під ключовим словом розуміють слово (іменник) або словосполучення (з іменником), що виражає окреме поняття, суттєве для розкриття змісту тексту. Ключові слова і сукупності повинні поза контекстом давати досить повне уявлення про зміст звіту. Наприклад, у рефераті до звіту за темою "Дослідження процесів і засобів приготування органо-мінеральних добрив на

основі сапропелю” ключовими словами можуть бути: “органомінеральні добрива, гранулятор, змішувач, пристрій, дозувач, пристрій, сапропель, торф, фосфорити, щільність, маса, потік, структура, напруження, компонент, суміш, скатний лоток, проба, однорідність”.

Після ключових слів у рефераті висвітлюються суть виконаної роботи і методи дослідження, конкретні дані про проведене дослідження і короткі висновки про добуті результати.

Призначення реферату полягає в інформуванні наукової громадськості про виконану НДР.

Перелік скорочень, символів і спеціальних термінів наводиться у звіті у тих випадках, коли вони не загальноприйняті, загальна їх кількість становить понад 20 і кожне з них повторюється у тексті не менш як 3-5 разів.

Скорочення, символи і терміни розміщують у переліку стовпчиком, де ліворуч подають скорочення (символ, спеціальний термін), а праворуч його докладне розшифрування. У випадках, коли у звіті кількість скорочень, символів, термінів становить менше ніж 20 і кожне із них повторюється у тексті не більше 3-5 разів, докладне розшифрування їх подається у вигляді зноски, примітки при першій згадці у звіті або безпосередньо у тексті (у дужках).

Основна частина звіту про НДР включає такі розділи:

вступ разом з аналітичним оглядом стану проблеми дослідження і обґрунтування вибраного напрямку НДР;

розділи звіту – відображають методику, зміст і результати виконаної роботи;

висновок (висновки і пропозиції).

У вступі дається коротка характеристика сучасного стану наукової проблеми (питання), якій присвячена робота, а також мета роботи, формулюються новизна і актуальність описуваної роботи і обґрунтовується потреба проведення її.

У аналітичному огляді повно і систематизовано висвітлюється стан теми дослідження. Зміст аналітичного огляду повинен давати змогу об’єктивно оцінити науковий рівень роботи, правильність вибору шляху і пошуків досягнення поставленої мети і ефективності роботи в цілому.

Предметом аналізу в огляді є нові ідеї і проблеми, можливі підходи до вирішення їх, результати попередніх досліджень з обраної теми і суміжних питань, дані економічного характеру, можливі шляхи розв’язання завдання, яке стоїть перед виконавцем НДР.

Слід уникати повторення даних, які містяться у вихідних документах, і відбирати лише той матеріал, який безпосередньо стосується досліджуваної теми. Суперечливі відомості, які містяться у різних вихідних документах, аналізують і оцінюють з особливою ретельністю. Вони підлягають взаємній перевірці, логічному аналізу, зіставленню з іншими джерелами інформації.

В обґрунтуванні обраного напрямку роботи слід довести переваги цього напрямку дослідження як з наукової, так і з практичної точки зору. Обґрунтування вибраного напрямку НДР і робоча гіпотеза повинні спиратися

на рекомендації, які містяться у аналітичному огляді, з урахуванням конкретних умов проведення НДР.

Обґрунтування обраного напрямку роботи не слід підмінити доведенням доцільності виконання роботи за цією темою, бо для цього передбачені інші структурні частини наукового звіту.

У розділах звіту викладають у подробицях і послідовно зміст виконаної НДР та описують всі проміжні і кінцеві результати, у тому числі і негативні. Якщо звіт є заключним і при цьому склалися проміжні звіти, в цих розділах коротко викладають основні результати дослідження, відображені в проміжних звітах.

Методику дослідження аналізують у подробицях, з обґрунтуванням її вибору або розробки. Якщо в роботі застосовувались загальноприйняті (загальновідомі) методи, їх описувати у подробицях немає потреби. При цьому роблять посилання на відповідні джерела документальної інформації.

У розділі, присвяченому описанню експериментів, указується мета і викладається програма конкретної апробації та її зміст, їх суть, оцінюються точність та достовірність добутих даних порівняно з теоретичними даними.

Розділи звіту завершуються узагальненням результатів дослідження і описом їх можливого застосування. Одержані у ході роботи математичні залежності рекомендується ілюструвати прикладами конкретного розрахунку.

Висновок містить оцінку результатів роботи, шляхи і мету їх подальшого дослідження або мотивується недоцільність її продовження. Якщо звіт відображає прикладне дослідження, то у висновку робиться оцінка економічної і соціальної ефективності, яка може бути одержана при використанні результатів роботи. У тих звітах, де визначити економічну ефективність неможливо, вказується народногосподарська, наукова, соціальна цінність результатів роботи.

Висновки завершуються узагальненням результатів наукових досліджень:

- одержання нових наукових даних про робочі процеси;
- розробка наукових основ нових методів і принципів дослідження;
- визначення якісних і кількісних характеристик об'єктів дослідження;
- складання технічних завдань на проектно-конструкторські розробки.

Якщо при завершенні роботи одержані негативні результати, це вказується у висновках (у чому не підтверджені гіпотези, поставлені на дослідження, та їх вірогідність).

У *додатки* включають такий допоміжний матеріал:

- проміжні аналітичні таблиці і розрахунки;
- зібрані цифрові дані про матеріали, які досліджувалися;
- ілюстрації допоміжного характеру та ін.

Якщо результати НДР (етапу) розглядалися або доповідалися на науковому семінарі, конференції, симпозіумі, направлялись на конкурси і були заохочені, у додаток до звіту про НДР включають копії відповідних рішень. Це стосується також студентських наукових робіт, які доповідаються

на студентських наукових конференціях, засіданнях проблемних груп і гуртків студентського наукового товариства, направляють на конкурси, олімпіади та ін.

Рубрикація звіту передбачає розподіл тексту на розділи, підрозділи (параграфи) і пункти, які нумерують арабськими цифрами в межах всього звіту. “Вступ” і “Висновки” нумерують як розділи. Після номера розділу ставиться крапка.

Параграфи (підрозділи) слід нумерувати арабськими цифрами в межах кожного розділу. Номер параграфа має складатися з номера розділу і номера параграфа, відокремлених крапкою. У кінці номера параграфа також ставлять крапку, наприклад: 1.2. (другий параграф першого розділу), 2.1. (перший параграф другого розділу).

Пункти нумерують арабськими цифрами в межах кожного параграфа. Номер пункту має складатися з номерів розділів параграфа і пункту, розділених крапками. У кінці номера пункту також ставлять крапку, наприклад: 3.1.4. (четвертий пункт першого параграфа третього розділу).

Розділи, які відображають методикау, зміст і результати НДР, і параграфи (підрозділи) повинні мати змістові заголовки. Заголовки розділів друкуються великими літерами, заголовки параграфів (підрозділів) малими (крім першої великої). Якщо заголовок складається з двох або більше речень, їх розділяють крапкою. У кінці заголовка крапку не ставлять. Підкреслювати заголовки і переносити слова у заголовках не допускається.

Номер відповідного розділу або параграфа (підрозділу) ставиться на початку заголовка, номер пункту – на початку першого рядка абзацу, яким починається відповідний пункт. Цифра, яка вказує номер пункту, не повинна виступати за межу абзацу.

Відстань між заголовком і наступним текстом повинна дорівнювати трьом міжрядковим інтервалам, відстань між заголовком і останнім рядком попереднього тексту (у тих випадках, коли кінець одного й початок другого параграфа розміщується на одній сторінці) чотирьом міжрядковим інтервалам.

Нумерація сторінок має бути наскрізною, включаючи ілюстрації і додатки: першою сторінкою є титульний лист, другою – реферат, третьою – зміст. Порядковий номер сторінки проставляють арабськими цифрами в правому верхньому куту без крапки і прочерків. На сторінці 1 (титульний лист) номер сторінки не ставлять.

Якщо у звіті містяться рисунки і таблиці, які розмішуються на окремих аркушах, їх необхідно включати у загальну нумерацію. Якщо рисунок або таблиця розміщені на листі формату А4, їх слід рахувати за одну сторінку. Додатки і список літератури необхідно включати у наскрізну нумерацію.

У *змісті* послідовно подають заголовки розділів, параграфів (підрозділів) і додатків, вказують номери сторінок, на яких вони розміщені. Зміст має містити всі заголовки, які є у звіті.

Ілюстрації, поміщені у звіті, мають відповідати змісту звіту, кількість їх визначається складністю викладених питань, які потребують деталізації,

надання тексту чіткості і конкретності. Ілюстрації готують так, щоб їх можна було якісно репродукувати.

У примірнику звіту (дисертації), передбачуваному для мікрофільмування, застосовують лише штрихові рисунки і оригінали фотографій. Скановані копії фотографій включати у примірник звіту, передбачуваний для мікрофільмування, не слід.

Усі ілюстрації (графіки, схеми та ін.) називаються рисунками, які нумерують послідовно в межах розділу арабськими цифрами. Номер рисунка повинен складатися із номера розділу і порядкового номера рисунку, розділених крапкою, наприклад, “рис. 2.3” (третій рисунок другого розділу). При посиланні на рисунок слід вказувати його повний номер, наприклад (рис. 2.3). Повторні посилання на рисунок слід давати з скороченим словом “дивись”, наприклад (див. рис. 2.3).

Якщо у розділі текст повторюється і складається із одного слова, то його припускається замінити лапками. Якщо текст повторюється і складається із двох або більше слів, то при першому повторенні його замінюють словами “те саме”, а далі – лапками. Ставити лапки замість повторення цифр, марок, знаків, кодів, математичних і хімічних символів не припускається. Якщо цифрові дані у будь-якому рядку таблиці не наводяться, то в ньому ставлять прочерк.

Рисунки слід розмішувати відразу після посилання на них у тексті, звіту. Якщо звіт складається із невеликої кількості сторінок і великої кількості рисунків, їх припускається розмішувати за порядком номерів у кінці звіту. Рисунки слід розмішувати так, щоб їх можна було розглядати без повертання звіту, а якщо це неможливо, то повертати за годинниковою стрілкою. Кожний рисунок має супроводжувати змістовий заголовок. Заголовок пишуть або друкують на машині (комп'ютері) під рисунком в один рядок з номером. Написи на рисунках виконують креслярським шрифтом.

Формули у звіті про НДР повинні мати одну розмірність. У експлікації значення символів і числових коефіцієнтів слід подавати безпосередньо під формулою в тій послідовності, у якій вони подані в формулі. Значення кожного символу і числового коефіцієнта треба давати з нового рядка.

Перший рядок експлікації починають із слова “де”, двокрапка після нього не ставиться.

Формули, на які є посилання у тексті, нумерують у межах розділу арабськими цифрами. Номер формули повинен складатися із номера розділу і порядкового номера формули, розділених крапкою, наприклад: “2.2” (друга формула другого розділу). Номер формули слід включати в дужки і розмішувати на правому полі на рівні нижнього рядка формули, до якої він належить. При посиланні у тексті на формулу необхідно вказувати її повний номер у дужках, наприклад: “У формулі (2.2)”.

Посилання у тексті на бібліографічні джерела слід подавати, вказуючи порядковий номер за списком літератури, взятий у квадратні дужки, наприклад [5].

В разі потреби посилаються на стандарти, технічні умови, інструкції та інші подібні документи, на документ у цілому або на його розділи, вказуючи позначення і найменування документа, номера і назви розділу. Посилання на джерела документальної інформації дається не лише на порядковий номер, а й на конкретні сторінки, наприклад [16, с. 45-47]: у джерелі номер 16 використана інформація, яка міститься на сторінках 45-47. Цього правила необхідно дотримуватися у всіх випадках запозичення чужого тексту, цифрових даних та ін., а також використання цитат із творів інших авторів.

Додатки оформляються як продовження звіту на наступних його сторінках або у вигляді окремого тому (книги). Кожен додаток починають з нової сторінки: в правому верхньому куті друкують слово “Додаток” з великої літери. Додаток повинен мати тематичний (змістовий) заголовок. Якщо у звіті є два або більше додатків, їх нумерують послідовно буквами українського алфавіту, наприклад: “Додаток А”. В тих випадках, коли додатки оформлені окремим томом (книжкою), на титульному листі під назвою звіту друкують слово “Додатки”.

Текст кожного додатка в разі потреби може бути розподілений на підрозділи і пункти, нумерують їх арабськими цифрами в межах кожного додатка, наприклад:

“Дод. А2.3” (третій пункт другого підрозділу, додатку А).

Рисунки, таблиці і формули, що розміщуються у додатку, нумеруються арабськими цифрами в межах кожного додатка, наприклад: “Рис. А.2” (другий рисунок додатку А); “Табл. А.3” (третья таблиця додатку А).

Викладений порядок складання звітів про НДР щодо його оформлення поширюється на всі види НДР, дисертації, курсові, дипломні і кваліфікаційні роботи, звіти про проходження навчальної і виробничої практики.

ТЕМА: Застосування теорії випадкових функцій для обробки дослідних даних

План заняття

1. Випадкові функції та їх характеристики
2. Кореляційна функція
3. Спектральна щільність

1. Випадкові функції та їх характеристики

У сільськогосподарському виробництві доводиться мати справу з випадковими величинами, які неперервно змінюються із зміною іншого параметру. Наприклад: при роботі агрегату безперервно змінюється мікрорельєф ґрунту, завантаження трактора, характеристика ґрунту.

Такі випадкові величини називаються *випадковими функціями* і є об'єктом вивчення у теорії випадкових функцій або теорії випадкових процесів. Ця теорія має важливе значення для розв'язання багатьох технічних задач, зокрема задач автоматичного керування.

Функція називається випадковою, якщо під час дослідів вона може приймати той або інший вигляд, але який саме, наперед невідомо.

Випадкові функції можуть бути одного аргументу або кількох аргументів. Прийнятий під час дослідів конкретний вид функції називається реалізацією випадкової функції. Кожна реалізація є невідповідною функцією, а всі реалізації утворюють випадкову функцію.

Для фіксованих значень аргументу випадкова функція є випадковою величиною.

Математичне сподівання випадкової функції $z_{x(t)}$ – це невідповідна функція $x_{m.c.(t)}$, яка за будь-якого значення аргументу t є математичним сподіванням перерізу випадкової функції (деяка середня функція відносно якої коливаються окремі реалізації випадкової функції).

Дисперсія випадкової функції $x(t)$ – це невідповідна функція $D_x(t)$, яка є дисперсією перерізу випадкової функції за будь-якого значення аргументу t . Корінь квадратний із дисперсії є середнім квадратичним відхиленням випадкової функції $S_x(t)$.

2. Кореляційна функція

Кореляційна функція є невідповідною функцією і являє собою кореляційний момент перерізу випадкової функції для кожної пари t і t' значень аргументу. Ця функція описує внутрішню структуру випадкових процесів; вказує ступінь залежності ординат (тобто значення X) однієї від іншої при збільшенні інтервалів між відрізками часу t і t' .

Значення $x(t')$ функції в числі t' залежить від значення $x(t)$. При близьких значеннях t' і t , якщо величина $x(t)$ прийняла будь-яке значення, то і величина $x(t')$ з великою ймовірністю буде мати близьке до нього значення,

а зі збільшенням інтервалу між t' і t ступінь залежності величини $x(t)$ і $x(t')$ буде зменшуватись.

Кореляційна функція визначається:

$$k_{x,x'} = M\{[x(t) - x_{m.c.}][x(t') - x_{m.c.}]\}, \quad (8.1)$$

де M – символ моменту;

$x(t')$, $x(t)$ – значення функції при значеннях аргументу t' і t .

При $t' = t$

$$k_{x,x'} = m\{[x(t) - x_{m.c.}]^2\} = D_x(t). \quad (8.2)$$

Тобто перетворюється у дисперсію.

Кореляційна функція $k_{x,x'}$ залежить від послідовності розглядуваних величин $x(t)$ і $x(t')$ не змінюється при переміні аргументів місцями:

$$k_{x,x'} = k_{x',x} \quad (8.3)$$

Якщо через n реалізацій випадкової функції провести m перерізів, то для кожного з перерізів кореляційний момент становитиме

$$k_{x,x'} = \frac{1}{n-1}[(x_{it} - x_{m.c.})(x_{it'} - x_{m.c.})], \quad (8.4)$$

де x_{it} та $x_{it'}$ – значення i -ї функції у проміжку часу t і t' .

Стаціонарними є випадкові функції, які проходять без суттєвих змін з проміжком часу і такі, у яких відхилення проходить навколо деякого середнього значення.

Робота будь-якої сільськогосподарської машини починається з нестаціонарного процесу, який поступово переходить у стаціонарний. Наприклад: завантаження двигуна трактора, вивід насіння або туків висівваючим апаратом сівалки. Стаціонарними можна вважати такі функції як мікрорельєф поля, врожайність, вологість стебел і т.д.

У загальному випадку усі процеси є нестаціонарними. Такі функції є легкими для дослідження і перетворення.

Стаціонарною називається випадкова функція $x(t)$, у якій ймовірнісні характеристики не залежать від аргументу x . Внаслідок цього у стаціонарній випадкової функції

$$\begin{aligned} x_{m.c.}(t) &= \text{const}; \\ D_x(t) &= \text{const} \end{aligned} \quad (8.5)$$

Кореляційна функція для стаціонарних процесів залежить від вибраного проміжку часу між двома сусідніми значеннями аргументу. Якщо різницю $t' - t$ позначати через τ , то в стаціонарних функціях кореляційний момент залежить тільки від довжини τ , а не від місця, де вибраний цей інтервал.

$$k_{x,x'} = k_{x,x(t-\tau)} = k_x(\tau) \quad (8.6)$$

Величина $k_x(\tau)$ означає, що кореляційна функція випадкової функції x виражається залежно від інтервалу τ . Кореляційна функція $k_x(\tau)$ є парною функцією і будується для додатніх значень аргументу.

На практиці користуються нормованою кореляційною функцією:

$$\rho_x(\tau) = \frac{u_x(\tau)}{D_x}, \quad (8.7)$$

де ρ_x – дисперсія стаціонарного процесу, який є величиною сталою.

Якщо порівняти 7.7 із 6.4 то видно, що $\rho_x(\tau)$ є коефіцієнтом корекції між перерізами випадкової величини з інтервалом між ними τ .

3. Спектральна щільність

Крім дослідження внутрішньої структури випадкового процесу за допомогою кореляційної функції необхідно також визначити спектральний склад випадкової функції.

Оскільки будь-який пасивний процес машини можна представити як суму гармоній, тобто гармонійних коливань різних частот і амплітуд, то спектром усього процесу буде функція, що визначає, які амплітуди припадають на різні частоти, а спектр стаціонарної випадкової функції вказує, які дисперсії припадають на різні частоти.

Розподіл дисперсій за частотами можна виразити графічно в прямокутній системі координат, причому по осі абсцис відкладають частоту ω , а на осі ординат спектральну щільність $S_x(\omega)$, яка є дисперсією, що припадає на одиницю довжини інтервалу частот. Площа, яка обмежена кривою $S_x(\omega)$ рівна дисперсії D_x .

Зручніше користуватись нормованою спектральною щільністю $\sigma_x(\omega)$:

$$\sigma_x(\omega) = \frac{S_x(\omega)}{D_x} \quad (8.8)$$

Між нормованою кореляційною функцією і нормованою спектральною щільністю існує наступна залежність:

$$\left. \begin{aligned} \rho_x &= \int_0^{\infty} \sigma_x(\omega) \cos \omega \tau d\omega \\ \sigma_x &= \int_0^{\infty} \rho_x(\tau) \cos \omega \tau d\tau \end{aligned} \right\} \quad (8.9)$$

У сільськогосподарському виробництві для багатьох стаціонарних випадкових процесів (врожайність, властивості матеріалів, завантаження трактора) характерним є те, що одна реалізація достатньої тривалості цілком відображає всю функцію. Такі процеси називаються ергодичними. В ергодичних процесах середні значення характеристики у будь-якій реалізації одні і ті самі. Тому характеристики такої випадкової функції можна визначити за однією досить тривалою реалізацією.

В ергодичних процесах кореляційна функція при $t \rightarrow \infty$ прямує до нуля. Тоді оцінка математичного сподівання $x_{m.c.}$ рівна:

$$x_{cp.} \approx \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt, \quad (8.10)$$

де T – довжина аргументу.

Замість інтегрування графічної залежності, її розбивають на n інтервалів однакової довжини Δt і визначають $x_{cp.}$ скінченної суми.

$$x_{cp} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x(t_i), \quad (8.11)$$

де $x(t_i)$ – значення функції при t , яке рівне t_1, \dots, t_n .

Для обчислення кореляційної функції необхідно перемножити цифровані величини $x_t - x_{cp}$ і $x_{t+\tau} - x_{cp}$. Тому доводиться враховувати не весь відрізок часу (від 0 до τ), а менший – від 0 до $T - \tau$. Якщо прийняти інтервал τ кратним інтервалу $\Delta t = \frac{T}{n}$, тобто $\tau = m\Delta t$, де $m = 0$ або ціле додатне число, то нормована кореляційна функція буде:

$$\rho_x(\tau) = \frac{1}{D_x^*(n-m)} \sum_{i=1}^{n-m} (x_{t_i} - x_{cp})(x_{t_{i+m}} - x_{cp})$$

де D_x^* – статистична дисперсія.

Кореляційна функція обчислюється для $m = 0, 1, 2, 3, 4$ і т.д., але до значень m при яких $\rho_x(\tau)$ стає близьким до нуля або здійснює незначні коливання біля нуля.

За розрахованим значенням кореляційної кривої будують графіки і визначають одну із основних характеристик – інтервал кореляції τ_0 , тобто час протягом якого кореляційний зв'язок зникає.