

## ЗАСТОСУВАННЯ КРАТНИХ ІНТЕГРАЛІВ ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ ФІЗИКИ

Багірянц А.Г., студент гр. М2/3

Миколаївський національний аграрний університет  
Науковий керівник ас. Шептилевський О.В.

### *Анотація*

Виконані дослідження з метою оцінки можливостей застосування методів математичного аналізу до розв'язування задач фізики та механіки.

### *Annotation*

The investigation to assess the possibilities of application of mathematical analysis to solve problems of physics and mechanics

Математичний апарат є потужною складовою методів дослідження процесів реального світу. Аналітичні методи математики та фізики дають змогу вирішувати поставлені задачі та одержувати точний розв'язок.

Метою даної роботи є дослідження можливостей застосування кратних інтегралів при розв'язанні практичних задач фізики та механіки. До таких задач відносяться задачі знаходження маси, центру ваги, статичні моменти, моменти інерції та інші.

Нехай функція  $z = f(x; y)$  визначена у замкненій обмеженій області  $D$  площини  $xOy$ . Розіб'ємо область  $D$  довільним чином на  $n$  елементарних областей, що мають площі  $\Delta\sigma_1, \Delta\sigma_2, \dots, \Delta\sigma_n$  і діаметри  $d_1, d_2, \dots, d_n$  (діаметром області називається найбільша із відстаней між двома точками контура цієї області). У кожній з областей візьмемо довільну точку  $P_k(\varepsilon_k; \eta_k)$  і помножимо значення функції в цій точці на площу елементарної області.

Інтегральною сумою для функції  $z = f(x; y)$  по області  $D$  називається сума виду:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n f(\varepsilon_k; \eta_k) \cdot \Delta\sigma_k &= \\ &= f(\varepsilon_1; \eta_1) \cdot \Delta\sigma_1 + f(\varepsilon_2; \eta_2) \cdot \Delta\sigma_2 + f(\varepsilon_3; \eta_3) \cdot \Delta\sigma_3 + \dots + (\varepsilon_n; \eta_n) \cdot \Delta\sigma_n \end{aligned} \quad (1)$$

Подвійним інтегралом від функції  $f(x; y)$  по області  $D$  називається границя інтегральної суми при умові, що найбільший із діаметрів елементарних областей прямує до нуля:

$$\iint_D f(x; y) d\sigma = \lim_{\max d_k \rightarrow 0} \sum_{k=1}^n f(\varepsilon_k; \eta_k) \cdot \Delta\sigma_k \quad (2)$$

Якщо функція  $f(x; y)$  неперервна в замкненій області  $D$ , то границя інтегральної суми існує і не залежить ні від способу розбиття області  $D$  на елементарні, ні від вибору точок  $P_k$ .

В роботі проведено аналіз, та розглянуто конкретні задачі механіки до яких може бути застосовано апарат математичного аналізу, а саме кратні інтеграли.

*Література:*

1. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление: Т1,2. - м.: Наука, 1985.
2. Шкіль М.І. та ін. Вища математика. У 3-х кн. – К.:Либідь, 1994.
3. Валєєв К.Г., Джалладова І.А. Вища математика: Навч. Посібник: У 2-х ч. – К.:КНЕУ, 2001.

**УДК 517.927.6**

## **ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДІВ ІНТЕГРАЛЬНОГО ЧИСЛЕННЯ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ МЕХАНІКИ ТА ЕНЕРГЕТИКИ**

Колб'ягін В.О., студент гр. Ен 1/1, Портян Д.М., студент гр. Ен 1/1

Миколаївський національний аграрний університет  
Науковий керівник ст.викладач Цепуріт О.В.

### *Анотація*

Виконано огляд декількох задач механіки та енергетики, які можна об'єднати в окремі групи незалежно від їх фізичної природи за ознакою узагальнення методів інтегрального числення, що використовуються для їх розв'язання.

### *Annotation*

Completed review of several problems in mechanics and energy, which can be grouped into separate groups, regardless of their physical nature on the basis of synthesis methods of integral calculus that are used for their solution.

Те, що математичні структури не є довільним творінням розуму, а є відбиттям об'єктивного світу у абстрактному вигляді, зумовлює придатність математичних результатів до описування різноманітних навколишніх явищ, успіх того процесу, який ми сьогодні спостерігаємо і який одержав назву математизації знань. Математичний результат має ту властивість, що він застосовний не тільки при вивченні якогось одного явища чи процесу, а може використовуватись і в багатьох інших, які суттєво відрізняються своєю фізичною природою.

1. Якщо дві змінні величини  $y$  та  $x$  мають загальну властивість: швидкість змінювання однієї з них ( $y$ ) по відношенню до іншої пропорційна наявній кількості величини  $x$  в момент часу, що розглядається, то ця умова призводить до того самого диференціального рівняння