УДК 519.216

ПРОГНОЗУВАННЯ ЕКОНОМІЧНИХ ПОКАЗНИКІВ НА ОСНОВІ КАНОНІЧНИХ РОЗКЛАДАНЬ ВИПАДКОВИХ ПОСЛІДОВНОСТЕЙ

Пацьорко Д.П., здобувач вищої освіти гр. ПУА1/1,
Штопенко І.О., здобувач вищої освіти гр. МЕН1/2

Миколаївський національний аграрний університет
Науковий керівник д.т.н., проф. Атаманюк І.П.

Анотація

Запропоновано алгоритм прогнозування стану економічних об’єктів на основі методу екстраполяції реалізацій випадкових процесів. Алгоритм забезпечує в рамках лінійних зв’язків абсолютний мінімум середнього квадрату похибки екстраполяції. В основу алгоритму покладено канонічний розклад випадкових процесів.

Annotation

The algorithm of forecasting of economical objects on the basis of extrapolation realizations of random processes. The algorithm provides linear connections within the absolute minimum mean square error extrapolation. In the algorithm is based on the canonical decomposition of random processes.

Одним з підходів для вирішення задачі прогнозування параметрів экономічних систем ймовірнісної природи є представлення процесу зміни значень досліджуваних параметрів в дискретні моменти часу $t_i, i=\overline{1,I}$ у вигляді деякої випадкової послідовності $X(i)=x(i),\ \ i=\overline{1,I}$, і застосування до даної послідовності алгоритму прогнозу. Припустимо, що послідовність повністю задана дискретизованими моментними функціями: $M\left[X(\nu)X(i)\right], \nu, i=\overline{1,I}$. Необхідно отримати значення послідовності в майбутні моменти часу $t_i, i=\overline{k+1,I}$ за умови, що відомі вимірювання $x(\mu),\ \ \mu=\overline{1,k}.$

Однією з найбільш універсальних моделей з точки зору обмежень на клас досліджуваних процесів є його представлення в деякому часовому ряді точок $t_i, i=\overline{1,I}$ канонічним розкладанням [1,2]:

$$X(i)=M\left[X(i)\right]+\sum_{\nu=1}^{i}V_\nu\varphi_\nu(i), i=\overline{1,I}, \tag{1}$$

де V_ν - випадковий коефіцієнт: $M\left[V_\nu\right]=0, M\left[V_\nu V_\mu\right]=0$ для $\nu\neq\mu, M\left[V_\nu^2\right]=D_\nu$;

$\varphi_\nu\left(i\right)$ - невипадкова координатна функція: $\varphi_\nu\left(i\right)=\dfrac{M\left[V_\nu X(i)\right]}{M\left[(V_\nu)^2\right]}, \varphi_\nu\left(\nu\right)=1, \varphi_\nu\left(i\right)=0$ при $\nu>i$.

Розкладання (1) точно визначає досліджуваний випадковий процес $X(t)$ в точках дискретизації $t_i, i=\overline{1,I}$ і забезпечує мінімум середнього квадрату похибки наближення в проміжках між ними.

Алгоритм екстраполяції на базі розкладання (1) може бути записаний в одній з двох еквівалентних форм [2]:

$$m_x^{(\mu)}(i)=\begin{cases}M[X(i)], \ \ npu \ \mu=0, \ \ i=\overline{1,I} \ ;\\ m_x^{(\mu-1)}(i)+[x(\mu)-m_x^{(\mu-1)}(\mu)]\varphi_\mu(i), \ \ \mu=\overline{1,k} \ , \ i=\overline{\mu+1,I};\end{cases} \tag{2}$$

або

$$m_x^{(k)}(i)=M[X(i)]+\sum_{j=1}^{k}(x(\mu)-M[x(\mu)])\,f_\mu^{(k)}(i), \ i=\overline{k+1,I}; \tag{3}$$

$$\text{де } \ f_\mu^{(k)}(i)=\begin{cases}f_\mu^{(k-1)}(i)-f_\mu^{(k-1)}(k)\phi_k(i), \ \ \mu\le k\text{ -1};\\ \varphi_k(i), \ \mu=k.\end{cases} \tag{4}$$

Вирази (2), (3) в рамках лінійного наближення визначають апостеріорне математичне очікування випадкового процесу $X(t)$ за умови $X(\mu)=x(\mu), \ \mu=\overline{1,k}$, тобто дають незміщену оцінку $m_x^{(k)}(i), i=\overline{k+1,I}$ майбутніх значень $x(i), i=\overline{k+1,I}$ реалізації, що прогнозується, і забезпечують мінімум середнього квадрата похибки екстраполяції

$$E_x^{(k)}(i)=M[\left|m_x^{(k)}(i)-X(i)\right|^2]=D_x^{(k)}(i)=\sum_{\nu=k+1}^{i}D_V(\nu)\varphi_\nu^2(i), \ \ i=\overline{k+1,I} \tag{5}$$

що дорівнює дисперсії апостеріорного випадкового процесу

$$X^{(k)}(i)=X(i/x(j), j=\overline{1,k})=m_x^{(k)}(i)+\sum_{\nu=k+1}^{i}V_\nu\varphi_\nu(i), \ \ i=\overline{1,I}. \tag{6}$$

Суттєвою ознакою алгоритму (2),(3) є те, що задача оптимальної екстраполяції процесу зміни економічних показників вирішується з урахуванням максимального об’єму стохастичної інформації.

У разі, коли значення випадкового процесу визначаються з похибкою, доцільно для прогнозу використовувати алгоритм лінійної екстраполяції з попередньою фільтрацією вимірювань $z(\mu), \mu=\overline{1,k}$ [3]:

$$m_{\hat{x}}^{(\mu)}(i)=\begin{cases}0, \ \ \text{npu} \ \ \mu\text{=0, i=}\overline{1\text{,I}} \ \ ;\\ m_{\hat{x}}^{(\mu-1)}(i)+B_\mu[z(\mu)-m_{\hat{x}}^{(\mu-1)}(\mu)]\varphi_\mu(i),\end{cases} \tag{7}$$

$$m_{\hat{x}}^{(k)}(i)=\sum_{\mu-1}^{k}S_\mu^{(k)}(i)z(\mu), \ \ k<I, \ \ i=\overline{k+1,I}; \tag{8}$$

$$S_\mu^{(k)}(i)=\begin{cases}S_\mu^{(k)}(i)-S_\mu^{(k-1)}(k)B_k\varphi_k(i), \ \ \mu<k \ ,\\ B_k\varphi_k(i), \ \ \mu=k,\end{cases} \tag{9}$$

де B_k - визначаються з умови мінімуму середнього квадрата помилки фільтрації.

Література:

1. Пугачев В.С. Теория случайных функций и ее применение.-М.:Физматгиз, 1962.-720 с.
2. Кудрицкий В.Д. Прогнозирование надежности радиоэлектронных устройств.-К.:Техніка, 1982.- 168 с.
3. Кудрицкий В.Д., Атаманюк И.П., Иващенко Е.Н. Оптимальная линейная экстраполяция реализации случайного процесса с фильтрацией погрешностей коррелированных измерений. // Кибернетика и системный анализ.- 1995.- №1.- с. 99- 107.