

**ПРАКТИЧНЕ ЗАСТОСУВАННЯ ТЕОРІЙ МІЦНОСТІ**

Васильєв О.С., здобувач вищої освіти гр. М2/1

Миколаївський національний аграрний університет  
 Науковий керівник к.т.н., доц. Доценко Н.А.

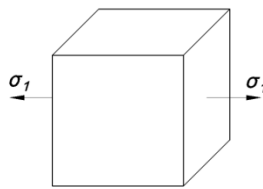
**Анотація**

Розглянуто теорії міцності. Досліджено їх застосування на практиці, визначені переваги та недоліки.

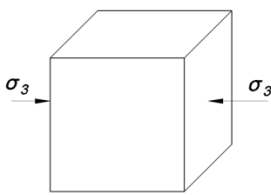
**Abstract**

The theory of strength is considered. There are investigated heir application in practice, their advantages and disadvantages.

Основним питанням механіки матеріалів і конструкцій є оцінка міцності матеріалу за заданим напружено-деформованим станом, тобто за головними напруженнями (максимальними напруженнями  $\sigma_{\max}$  та  $\tau_{\max}$ ). Для лінійного (одноосного) напруженого стану, яким є центральний розтяг або стиск, ця задача розв’язується досить просто й умови міцності такі:



$$\sigma_{\max} = \sigma_1 \leq [\sigma_+] = \frac{\sigma_{неб}}{n}; \quad (1)$$



$$\sigma_{\min} = \sigma_3 \leq [\sigma_-] = \frac{\sigma_{неб.}}{n}; \quad (2)$$

де:  $\sigma_{неб.}$  – небезпечне напруження, що залежить від виду матеріалу (рис. 1);  $n$  – коефіцієнт запасу міцності.

При більш складних видах напруженого стану, коли два або три головні напруження не дорівнюють нулю, як підтвердили досліди, небезпечний стан (руйнування) залежить не тільки від  $\sigma_{\max}$  і  $\sigma_{\min}$ , але й від співвідношення між ними, яких може бути безліч [1].

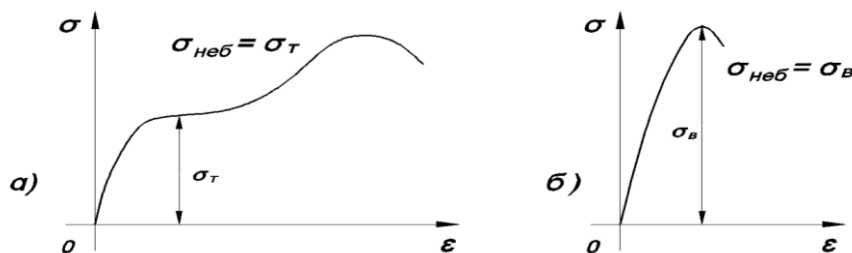


Рис. 1. Діаграми розтягу-стиску:  
 а - пластичний матеріал; б - крихкий матеріал

Вважають, що:

$$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3; \quad (1)$$

Тому прямий шлях розв'язання задачі неможливий не тільки через складність досліду, але й через їх нескінченну кількість.

Роблять так: вводять гіпотезу про переважний вплив на міцність матеріалу того чи іншого фактору ( $\sigma$ ,  $\tau$ ,  $\varepsilon$ ,  $\mu$ ) і вважають, що небезпечний стан матеріалу наступить тоді, коли величина цього фактору досягне граничного значення, яке встановлюється під час розтягу або стиску. Таким чином, ми встановлюємо еквівалентність складного напруженого стану і лінійного (одноосового). На сьогодні існує декілька таких гіпотез, які отримали назву «Теорії міцності».

I теорія міцності (теорія найбільших нормальних напружень), запропонована Галілео Галілеєм у XVII ст.

Згідно з цією теорією вважають, що небезпечний стан матеріалу наступить тоді, коли величина максимальних нормальних напружень  $\sigma_{\max}$  досягне граничного стану  $\sigma_{\text{неб.}}$ , яке встановлюється при простому розтягу, і умова міцності має вигляд:

$$\sigma_{\max} = \sigma_1 \leq [\sigma] = \frac{\sigma_{\text{неб.}}}{n}. \quad (2)$$

Дослідна перевірка підтвердила, що ця теорія не може застосовуватись (дає великі похибки) практично для всіх матеріалів. Вона дає більш-менш правдиві дані під час розтягу дуже крихких матеріалів (скло, граніт, цегла тощо).

II теорія міцності (теорія найбільшої лінійної деформації), запропонована Едме Маріоттом в 1682 році [2].

Згідно з якою вважають, що міцність матеріалу буде порушена, коли величина максимальної лінійної деформації  $\varepsilon_{\max}$  досягне граничного значення  $\varepsilon_{\text{неб.}}$ , яке встановлюється під час центрального розтягу (лінійному одноосному стані) і умова міцності має вигляд:

$$\varepsilon_{\max} = \varepsilon_1 \leq [\varepsilon] = \frac{\varepsilon_{\text{неб.}}}{n}. \quad (3)$$

Враховуючи закон Гука при об'ємному напруженому стані, маємо:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)], \quad (4)$$

При лінійному напруженому стані:

$$[\varepsilon] = \frac{[\sigma]}{E}, \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_{\text{неб.}} = \frac{\sigma_{\text{неб.}}}{E}. \quad (5)$$

Підставивши 6 та 7 в 5, маємо:

$$\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) \leq [\sigma]. \quad (6)$$

де:  $\mu$  – коефіцієнт поперечної деформації.

$$\mu = \left| -\frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right|. \quad (7)$$

Досліди підтвердили, що ця теорія непридатна для більшості матеріалів, її можна застосовувати лише для крихких матеріалів (міцних легованих та вуглеводистих сталей). При цьому максимальне напруження  $\sigma_1$  повинно бути додатним ( $\sigma_1 > 0$ ), тобто розтягу.

Недолік: можливо застосовувати лише в зоні пропорційності (рис. 2).

III теорія міцності (теорія найбільших дотичних напружень). Ця теорія запропонована Шарлем Огюстеном Кулоном в 1773 році.

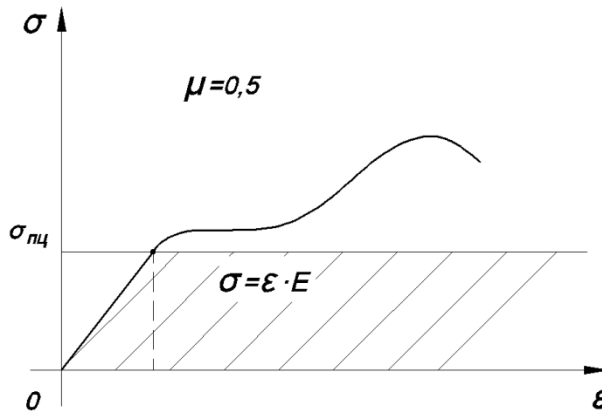


Рис. 2. Графічна зона пропорційності

Згідно з цією теорією вважають, що небезпечний стан (руйнування) матеріалу відбудеться тоді, коли величина максимального дотичного напруження  $\tau_{\max}$  досягне граничного стану  $\tau_{\text{неб.}}$ , який встановлюється при центральному розтягу і умова міцності має вигляд:

$$\tau_{\max} \leq [\tau] = \frac{\tau_u}{n}. \quad (8)$$

Відомо, що  $\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$ , а при центральному розтягу-стиску  $[\tau] = \frac{[\sigma]}{2}$ .

Підставивши, отримаємо:

$$\sigma_1 - \sigma_3 \leq (\sigma). \quad (9)$$

Дослідна перевірка підтвердила, що ця теорія спрацьовує для пластичних матеріалів, в яких механічні властивості однакові як на розтяг, так і на стиск. Недолік – вона не враховує середнього напруження  $\sigma_2$ .

IV енергетична теорія міцності (теорія формозміни).

Вона запропонована Губером (Максиміліаном Титусом Губером) в 1904 році.

Згідно з цією теорією припускають, що порушення міцності матеріалу відбудеться тоді, коли питома потенційна енергія формозміни при об'ємному напруженому стані досягне граничного стану, який встановлюється при центральному розтягу в момент настання плинності матеріалу.

Момент настання плинності матеріалу при лінійному напруженому стані (рис.3):

$$U_\phi \leq [U_\phi]_T \quad (10)$$

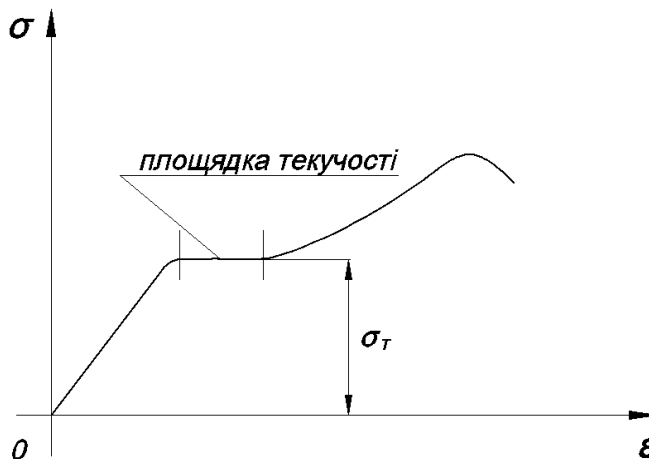


Рис. 3. Діаграма розтягу-стиску

Відомо, що при об'ємному напруженому стані питома потенційна енергія дорівнює:

$$u_\phi = \frac{1+\mu}{3E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)]. \quad (11)$$

При центральному розтягу (лінійному напруженому стані), коли  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ , а  $\sigma_1 = \sigma_T$  матимемо:

$$(U_\phi)_T = \frac{1+\mu}{3E} \sigma_T^2. \quad (12)$$

Порівнявши (11) і (12), маємо:

$$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)} = \sigma_T; \quad (13)$$

Вираз (12) зручно представити так:

$$\sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} = \sigma_T. \quad (14)$$

Із виразу (13) отримаємо умову міцності:

$$\sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \leq [\sigma] = \frac{\sigma_T}{n}. \quad (15)$$

Дослідна перевірка підтвердила, що IV теорія міцності успішно застосовується практично для всіх матеріалів.

Для плоского напруженого стану, який виникає при згині стрижня, умова міцності має вигляд:

$$\sigma_{екв}^{IV} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma]. \quad (16)$$

Теорія міцності граничних напружених станів (теорія Отто Христиана Мора). Запропонована в XX ст. Отто Мором, згідно з якою вважають, що на міцність матеріалу впливає найбільше –  $\sigma_1$  і найменше –  $\sigma_3$  напруження, а вплив  $\sigma_2$  є несуттєвим. Для цієї теорії будують граничну обгинаючу для кожного матеріалу (рис. 4).

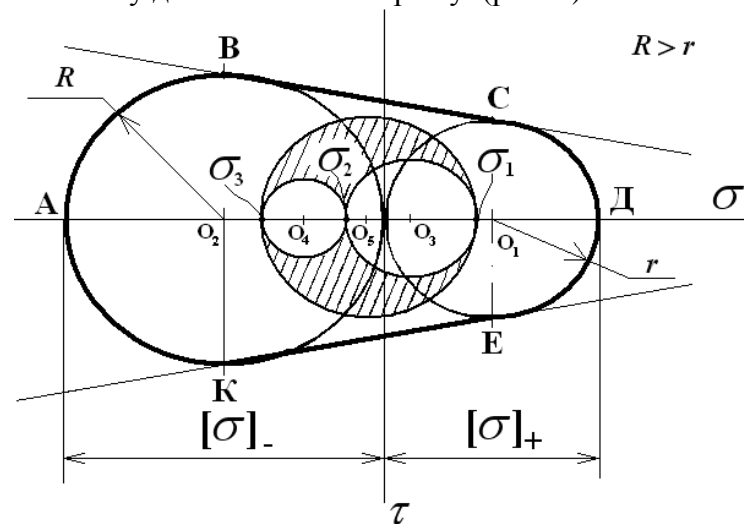


Рис. 4. Графічне відображення теорії міцності Мора ( $R > r$  – крихкий матеріал)

Випробовуючи матеріал на розтяг і стиск знаходять величини допустимих нормальних напружень  $[\sigma]_+$  та  $[\sigma]_-$ . Далі будують граничну обгинаючу АВСДЕК (рис. 4), а потім у тому ж масштабі будуємо кола Мора по  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  та  $\sigma_3$ . Якщо побудоване коло  $\sigma_1 - \sigma_3$  не виходить за межі обгинаючої, то міцність матеріалу забезпечено. При цьому наочно зрозуміло, що  $\sigma_2$  не може суттєво вплинути на міцність матеріалу, оскільки воно знаходиться в колі  $\sigma_1 - \sigma_3$ . Недоліки:

1) складність у побудові граничної обгинаючої.

2) не врахування середнього значення напруження  $\sigma_2$ .

Перевага: теорія, що будується на дослідних даних не потребує теоретичного підтвердження.

Поява пластмасових та композиційних матеріалів виявила в розглянутих теоріях міцності низку невирішених проблем, що стало значним поштовхом у розвитку нових сучасних теорій міцності таких, як:

а) теорія Янга – описує той чи інший напружений стан у точці поліномою різного ступеню (для об'ємного напруженого стану – це циліндрична поверхня). При цьому отримані теоретичні викладки є достатньо громіздким із застосуванням складного математичного апарату;

б) теорія міцності Лебедева-Писаренка (1967 р) – вважається, що на міцність матеріалу впливає:  $\tau$  – для його руйнування від зсуву та  $\sigma$  – для відриву. Ця теорія є удосконаленням теорії Мора і забезпечує врахування  $\sigma_2$ ;

в) теорія Фрідмана (теорія механічного стану) – базується на використанні діаграм механічного стану.

Але у цілому всі теорії призводять до порівняння напружень  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  та  $\sigma_3$ , а руйнування відбувається через відрив або зсув частинок.

При цьому за допомогою виразів  $F(\sigma_1; \sigma_2; \sigma_3) = 0$  описують граничні поверхні, які для кожної теорії міцності, враховуючи  $\sigma$  – відрив і  $\tau$  – зсуву мають свій вигляд.

#### *Література:*

1. Писаренко Г. С. Опір матеріалів / Г. С. Писаренко. – К. : Вища школа, 1993. – 259 с.
2. Бабенко Д.В. Механіка матеріалів і конструкцій: навчальний посібник / Д.В. Бабенко, О.А. Горбенко, Н.А. Доценко. – Миколаїв: МНАУ, 2017. – 384 с.

**УДК 539.42**

### **ДОСЛІДЖЕННЯ МЕХАНІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ МАТЕРІАЛІВ**

Гроза А.В., здобувач вищої освіти гр. М2/1

Миколаївський національний аграрний університет  
Науковий керівник к.т.н., доц. Доценко Н.А.

#### ***Анотація***

Визначено, що включає в себе поняття механічних властивостей матеріалів та розглянуті діаграми розтягу та стиску. Були розглянуті фактори, які впливають на механічні властивості матеріалів.

#### ***Abstract***

It was determined that the notion of mechanical properties of materials includes and considered the diagrams of tension and compression. There were considered the factors that influenced on the mechanical properties of materials.