5. Белл Э. Т. Творцы математики. — М.: Просвещение, 1979. — 256 с.
6. Вейль Г. Полвека математики (1900-1950). — М.: Знание, 1969.
7. Медведев Ф. А. Развитие теории множеств в XIX веке. — М.: Наука, 1965.
8. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. В 2-х т. - т.1. – М.: Наука, 1985. – 560 с.
9. Соколенко О.І. Вища математика: Підручник.- К.: Академія, 2002. – 432 с.

УДК 519.216

ПРОГНОЗУВАННЯ СТАНУ ТЕХНІЧНИХ ОБ’ЄКТІВ НА ОСНОВІ АПАРАТУ КАНОНІЧНИХ РОЗКЛАДІВ

Пічкур А.В., студентка гр. М 2/2

Миколаївський національний аграрний університет
Науковий керівник д.т.н., доц. Атаманюк І.П.

Анотація

Запропоновано алгоритм прогнозування стану технічних об’єктів на основі методу екстраполяції реалізацій випадкових процесів. Алгоритм забезпечує в рамках лінійних зв’язків абсолютний мінімум середнього квадрату похибки екстраполяції. В основу алгоритму покладено канонічний розклад випадкових процесів.

Annotation

The algorithm offorecasting oftechnical objectson the basis ofextrapolationrealizationsof random processes.The algorithmprovideslinearconnectionswithin theabsolute minimummean squareerrorextrapolation.In thealgorithm is based onthe canonicaldecompositionof random processes..

Одним з підходів для вирішення задачі прогнозування параметрі складних систем ймовірнісної природи є представлення процесу зміни значень досліджуваних параметрів в дискретні моменти часу $t_i, i=\overline{1,I}$ у вигляді деякої випадкової послідовності $X(i)=x(i),\ \ i=\overline{1,I}$, і застосування доданої послідовності алгоритму прогнозу. Припустимо, що послідовність повністю задана дискретизованими моментними функціями: $M\left[X(\nu)X(i)\right], \nu, i=\overline{1,I}$. Необхідно отримати значення послідовності в майбутні моменти часу $t_i, i=\overline{k+1,I}$ за умови, що відомі вимірювання $Z(\mu)=z(\mu),\ \ \mu=\overline{1,k},$ з деякою похибкою $Y(\mu)=y(\mu),\ \ \mu=\overline{1,k}$: $Z(\mu)=X(\mu)+Y(\mu),\ \ \mu=\overline{1,k}$.

Однією знайбільш універсальних моделей з точки зору обмежень на клас досліджуваних процесів є його представлення в деякому часовому ряді точок $t_i, i=\overline{1,I}$ канонічним розкладанням:

$$X(i)=M\left[X(i)\right]+\sum_{\nu=1}^{i}V_\nu\varphi_\nu(i), i=\overline{1,I}, \tag{1}$$

де: V_ν - випадковий коефіцієнт: $M\left[V_\nu\right]=0, M\left[V_\nu V_\mu\right]=0$ для $\nu\neq\mu, M\left[V_\nu^2\right]=D_\nu$; $\varphi_\nu\left(i\right)$ - невипадкова координатна функція: $\varphi_\nu\left(i\right)=\dfrac{M\left[V_\nu X(i)\right]}{M\left[(V_\nu)^2\right]}, \varphi_\nu\left(\nu\right)=1, \varphi_\nu\left(i\right)=0$ при $\nu>i$.

Розкладання (1) точно визначає досліджуваний випадковий процес $X(t)$ в точках дискретизації $t_i, i=\overline{1,I}$ і забезпечує мінімум середнього квадрату похибки на зближення впроміжках між ними.

Алгорит мекстраполяції на базі розкладання (1) може бути записаний в одній з двох еквівалентних форм:

$$m_x^{(\mu)}(i)=\begin{cases}M[X(i)], \; при \; \mu=0, \; i=\overline{1,I}\;;\\ m_x^{(\mu-1)}(i)+[x(\mu)-m_x^{(\mu-1)}(\mu)]\varphi_\mu(i), \; \mu=\overline{1,k}\;, \; i=\overline{\mu+1,I};\end{cases} \tag{2}$$

або

$$m_x^{(k)}(i)=M[X(i)]+\sum_{j=1}^{k}(x(\mu)-M[x(\mu)])\,f_\mu^{(k)}(i), \; i=\overline{k+1,I}; \tag{3}$$

де:

$$f_\mu^{(k)}(i)=\begin{cases}f_\mu^{(k-1)}(i)-f_\mu^{(k-1)}(k)\phi_k(i), \; \mu\leq k\text{-}1;\\ \varphi_k(i), \; \mu=k.\end{cases} \tag{4}$$

Вирази (2), (3) в рамках лінійного наближення визначають апостеріорне математичне очікування випадкового процесу $X(t)$ за умови $X(\mu)=x(\mu), \; \mu=\overline{1,k}$, тобто дають незміщену оцінку $m_x^{(k)}(i), i=\overline{k+1,I}$ майбутніх значень $x(i), i=\overline{k+1,I}$ реалізації, що прогнозується, і забезпечують мінімум середнього квадрата похибки екстраполяції:

$$E_x^{(k)}(i)=M[\left|m_x^{(k)}(i)-X(i)\right|^2]=D_x^{(k)}(i)=\sum_{\nu=k+1}^{i}D_V(\nu)\varphi_\nu^2(i), \; i=\overline{k+1,I} \tag{5}$$

,

що дорівнює дисперсії апостеріорного випадкового процесу:

$$X^{(k)}(i)=X(i/x(j), j=\overline{1,k})=m_x^{(k)}(i)+\sum_{\nu=k+1}^{i}V_\nu\varphi_\nu(i), \; i=\overline{1,I}. \tag{6}$$

У разі, коли значення випадкового процесу визначаються з похибкою, доцільно для прогнозу використовувати алгоритм лінійної екстраполяції з попередньою фільтрацією вимірювань $z(\mu), \mu=\overline{1,k}$:

$$m_{\hat{x}}^{(\mu)}(i)=\begin{cases}0, \; \text{npu} \; \mu\text{=0, i=}\overline{\text{1,I}}\;;\\ m_{\hat{x}}^{(\mu-1)}(i)+B_\mu[z(\mu)-m_{\hat{x}}^{(\mu-1)}(\mu)]\varphi_\mu(i),\end{cases} \tag{7}$$

$$m_{\hat{x}}^{(k)}(i)=\sum_{\mu-1}^{k}S_\mu^{(k)}(i)z(\mu), \; k<I, \; i=\overline{k+1,I}; \tag{8}$$

$$S_\mu^{(k)}(i)=\begin{cases}S_\mu^{(k)}(i)-S_\mu^{(k-1)}(k)B_k\varphi_k(i), \; \mu<k\;,\\ B_k\varphi_k(i), \; \mu=k,\end{cases} \tag{9}$$

де: B_k - визначаються з умови мінімуму середнього квадрата помилки фільтрації.

Суттєвою ознакою алгоритму (7), (8) є те, що задача оптимальної екстраполяції зашумованого процесу вирішується з урахуванням кореляційних зв'язків помилок вимірювань.

Література:

1. Пугачев В.С. Теория случайных функций и ее применение.-М.:Физматгиз, 1962.-720 с.
2. Кудрицкий В.Д. Прогнозирование надежности радиоэлектронных устройств.-К.:Техніка, 1982.- 168 с.
3. Кудрицкий В.Д., Атаманюк И.П., Иващенко Е.Н. Оптимальная линейная экстраполяция реализации случайного процесса с фильтрацией погрешностей коррелированных измерений. // Кибернетика и системный анализ.- 1995.- №1.- С. 99- 107.

УДК 517.55

ВЛАСТИВОСТІ ЧИСЕЛ РЯДУ ФІБОНАЧЧІ

Ященко А.В. студентка гр. Г 1/1

Миколаївський національний аграрний університет
Науковий керівник ст. викладач Богданов С.І.

Анотація

В статті досліджуються цікаві закономірності чисел ряду Фібоначчі.

Annotation

The article examines a number of interesting patterns Fibonacci numbers.

Розглянемо деякі з цікавих співвідношень між числами ряду Фібоначчі:

$$1,1,2,3,5,6,13,21...$$

1. Принцип утворення членів цього ряду приводить до такого співвідношення між будь-якими його трьома розташованими поряд членами S_{n-2}, S_{n-1}, і S_n :

$$S_n = S_{n-1} + S_{n-2}.$$

Ця формула дає змогу за першими двома членами ряду встановити його третій член, за другим і третім – четвертий, за третім і четвертим – п'ятий і т.д.

Поставимо собі за завдання дістати будь-який член ряду S_n знаючи лише номер n його місця. Виявляється, це цілком можливо, але тут ми натрапляємо на певну закономірність. Будь-який член ряду Фібоначчі – число ціле, номер місця – теж число ціле. Зрозуміло, що треба сподіватись, що будь-який член ряду S_n утворюється залежно від номера n місця, яке він займає за допомогою дій лише над цілими числами, наприклад, як у прогресіях. Проте це не так.