

ПРОГНОЗУВАННЯ ЕКОНОМІЧНИХ ПОКАЗНИКІВ НА ОСНОВІ КАНОНІЧНИХ РОЗКЛАДАНЬ ВИПАДКОВИХ ПОСЛІДОВНОСТЕЙ

Атаманюк І.П., д.т.н., професор

Миколаївський національний аграрний університет

Запропоновано алгоритм прогнозування стану економічних об'єктів на основі методу екстраполяції реалізацій випадкових процесів. Алгоритм забезпечує в рамках лінійних зв'язків абсолютний мінімум середнього квадрату похибки екстраполяції. В основу алгоритму покладено канонічний розклад випадкових процесів.

The algorithm of forecasting of economical objects on the basis of extrapolation realizations of random processes. The algorithm provides linear connections within the absolute minimum mean square error extrapolation. In the algorithm is based on the canonical decomposition of random processes.

Одним з підходів для вирішення задачі прогнозування параметрів економічних систем ймовірнісної природи є представлення процесу зміни значень досліджуваних параметрів в дискретні моменти часу $t_i, i = \overline{1, I}$ у вигляді деякої випадкової послідовності $X(i) = x(i), i = \overline{1, I}$, і застосування до даної послідовності алгоритму прогнозу. Припустимо, що послідовність повністю задана дискретизованими моментними функціями: $M[X(v)X(i)], v, i = \overline{1, I}$. Необхідно отримати значення послідовності в майбутні моменти часу $t_i, i = \overline{k+1, I}$ за умови, що відомі вимірювання $x(\mu), \mu = \overline{1, k}$.

Однією з найбільш універсальних моделей з точки зору обмежень на клас досліджуваних процесів є його представлення в деякому часовому ряді точок $t_i, i = \overline{1, I}$ канонічним розкладанням [1,2]:

$$X(i) = M[X(i)] + \sum_{v=1}^i V_v \varphi_v(i), i = \overline{1, I}, \quad (1)$$

де V_v - випадковий коефіцієнт: $M[V_v] = 0, M[V_v V_\mu] = 0$ для $v \neq \mu, M[V_v^2] = D_v$;

$\varphi_v(i)$ - не випадкова координатна функція:

$$\varphi_v(i) = \frac{M[V_v X(i)]}{M[(V_v)^2]}, \varphi_v(v) = 1, \varphi_v(i) = 0 \text{ при } v > i.$$

Розкладання (1) точно визначає досліджуваний випадковий процес $X(t)$ в точках дискретизації $t_i, i = \overline{1, I}$ і забезпечує мінімум середнього квадрату похибки наближення в проміжках між ними.

Алгоритм екстраполяції на базі розкладання (1) може бути записаний в одній з двох еквівалентних форм [2]:

$$m_x^{(\mu)}(i) = \begin{cases} M[X(i)], & \text{при } \mu = 0, \quad i = \overline{1, I}; \\ m_x^{(\mu-1)}(i) + [x(\mu) - m_x^{(\mu-1)}(\mu)]\varphi_\mu(i), & \mu = \overline{1, k}, \quad i = \overline{\mu+1, I}; \end{cases} \quad (2)$$

або

$$m_x^{(k)}(i) = M[X(i)] + \sum_{j=1}^k (x(\mu) - M[x(\mu)])f_\mu^{(k)}(i), \quad i = \overline{k+1, I}; \quad (3)$$

$$\text{де } f_\mu^{(k)}(i) = \begin{cases} f_\mu^{(k-1)}(i) - f_\mu^{(k-1)}(k)\varphi_k(i), & \mu \leq k-1; \\ \varphi_k(i), & \mu = k. \end{cases} \quad (4)$$

Вирази (2), (3) в рамках лінійного наближення визначають апостеріорне математичне очікування випадкового процесу $X(t)$ за умови $X(\mu) = x(\mu)$, $\mu = \overline{1, k}$, тобто дають незміщену оцінку $m_x^{(k)}(i)$, $i = \overline{k+1, I}$ майбутніх значень $x(i)$, $i = \overline{k+1, I}$ реалізації, що прогнозується, і забезпечують мінімум середнього квадрата похибки екстраполяції

$$E_x^{(k)}(i) = M[|m_x^{(k)}(i) - X(i)|^2] = D_x^{(k)}(i) = \sum_{v=k+1}^i D_v(v)\varphi_v^2(i), \quad i = \overline{k+1, I} \quad (5)$$

що дорівнює дисперсії апостеріорного випадкового процесу

$$X^{(k)}(i) = X(i / x(j), j = \overline{1, k}) = m_x^{(k)}(i) + \sum_{v=k+1}^i V_v\varphi_v(i), \quad i = \overline{1, I}. \quad (6)$$

Суттєвою ознакою алгоритму (2),(3) є те, що задача оптимальної екстраполяції процесу зміни економічних показників вирішується з урахуванням максимального об'єму стохастичної інформації.

У разі, коли значення випадкового процесу визначаються з похибкою, доцільно для прогнозу використовувати алгоритм лінійної екстраполяції з попередньою фільтрацією вимірювань $z(\mu)$, $\mu = \overline{1, k}$ [3]:

$$m_{\hat{x}}^{(\mu)}(i) = \begin{cases} 0, & \text{при } \mu=0, \quad i = \overline{1, I}; \\ m_{\hat{x}}^{(\mu-1)}(i) + B_\mu[z(\mu) - m_{\hat{x}}^{(\mu-1)}(\mu)]\varphi_\mu(i), \end{cases} \quad (7)$$

$$m_{\hat{x}}^{(k)}(i) = \sum_{\mu=1}^k S_\mu^{(k)}(i)z(\mu), \quad k < I, \quad i = \overline{k+1, I}; \quad (8)$$

$$S_\mu^{(k)}(i) = \begin{cases} S_\mu^{(k)}(i) - S_\mu^{(k-1)}(k)B_k\varphi_k(i), & \mu < k, \\ B_k\varphi_k(i), & \mu = k, \end{cases} \quad (9)$$

де B_k - визначаються з умови мінімуму середнього квадрата помилки фільтрації.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Пугачев В.С. Теория случайных функций и ее применение. — М.: Физматгиз, 1962. — 720 с.

2. Кудрицкий В.Д. Прогнозирование надежности радиоэлектронных устройств. — К.: Техніка, 1982. — 168 с.
3. Кудрицкий В.Д., Атаманюк И.П., Иващенко Е.Н. Оптимальная линейная экстраполяция реализации случайного процесса с фильтрацией погрешностей коррелированных измерений. // Кибернетика и системный анализ.- 1995.- №1. — с. 99—107.